

### 1.3. Číselné množiny



#### Cíle



Cílem kapitoly je seznámení čtenáře s axiomy číselných oborů a jejich podmnožin (intervalů) a zavedení nových pojmů, které nejsou náplní středoškolských osnov.



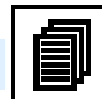
#### Průvodce studiem



Vývoj matematiky lze ilustrovat na vývoji pojmu čísla. Nejdříve vznikla v jazycích slova jeden, dva, mnoho a postupně vznikla slova označující vlastnost skupin předmětů stejného počtu, další číslovky. Dále byly zavedeny různé druhy znaků pro přirozená čísla. Většina z nich se však přestala užívat a dnes užíváme pro počítání výhradně arabské číslice. Studium zákonitostí počítání s přirozenými čísly bylo umožněno až další abstrakcí, označením libovolného čísla písmenem.



#### Výklad



Vlastní pojem **přirozeného čísla** zavádíme pomocí tzv. **Peanových axiomů**. Množina  $\mathbf{N}$ , ve které ke každému prvku  $x \in \mathbf{N}$  přiřadíme prvek  $x'$  ( $x' = x + 1$ ), tzv. **následovník prvku  $x$** , tak, že platí následující (Peanovy) axiomy, se nazývá *množina přirozených čísel*.



(P1)  $1 \in \mathbf{N}$ ,

(P2)  $\forall x \in \mathbf{N} \exists$  právě jeden následovník  $y = x'$ ,

(P3) 1 není následovníkem žádného prvku  $x \in \mathbf{N}$ ,

(P4)  $\forall x \in \mathbf{N} \exists$  nejvýše jedno  $y \in \mathbf{N}$  tak, že platí  $x = y'$  (různé prvky množiny  $\mathbf{N}$  mají různé následovníky),

(P5) pro každou množinu  $M$  s vlastnostmi

(1)  $1 \in M$ ,

(2)  $\forall x \in M$  je  $x' \in M$ ,

platí  $\mathbf{N} \subset M$  (princip matematické indukce).



Další vývoj v myšlení lidí si vynutil vznik čísel celých a racionálních. Protože např. rovnice  $x^2 = 3$  nemá v množině racionálních čísel řešení, pokračoval vývoj pojmu čísla zavedením čísel reálných. Řešení např. rovnice  $x^2 = -1$  si vynutilo vznik čísel komplexních. Existují další číselné množiny, které však nacházejí použití jen ve speciálních partiích matematiky, a proto se jimi nebudeme zabývat. Nyní nadefinujeme číselné množiny pomocí některých jejich známých vlastností, které budeme v definici považovat za axiomy.



Neprázdná množina  $\mathbf{R}$ , na které jsou definovány operace  $+$  a  $\cdot$ , tj. zobrazení  $\mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $(x, y) \rightarrow x + y$ ,  $(x, y) \rightarrow x \cdot y$ , a relace uspořádání  $\leq$ , které splňují následující skupiny axiómů, se nazývá **množina reálných čísel**.



### A. Axiomy pro sčítání

- |  |                                  |
|--|----------------------------------|
| (A1) $\forall x, y \in \mathbf{R} : x + y = y + x$                   | <i>komutativní zákon,</i>        |
| (A2) $\forall x, y, z \in \mathbf{R} : (x + y) + z = x + (y + z)$    | <i>asociativní zákon,</i>        |
| (A3) $\forall x \in \mathbf{R} \exists 0 \in \mathbf{R} : x + 0 = x$ | <i>existence nuly,</i>           |
| (A4) $\forall x \in \mathbf{R} \exists y \in \mathbf{R} : x + y = 0$ | <i>existence opačného čísla.</i> |

### B. Axiomy pro násobení

- |  |                                      |
|--|--------------------------------------|
| (B1) $\forall x, y \in \mathbf{R} : xy = yx$                                     | <i>komutativní zákon,</i>            |
| (B2) $\forall x, y, z \in \mathbf{R} : (xy)z = x(yz)$                            | <i>asociativní zákon,</i>            |
| (B3) $\forall x \in \mathbf{R} \exists 1 \in \mathbf{R} - \{0\} : x \cdot 1 = x$ | <i>existence jedničky,</i>           |
| (B4) $\forall x \in \mathbf{R} - \{0\} \exists y \in \mathbf{R} : x \cdot y = 1$ | <i>existence převráceného čísla,</i> |
| (B5) $\forall x, y, z \in \mathbf{R} : (x + y)z = xz + yz$                       | <i>distributivní zákon.</i>          |

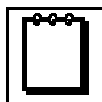
### C. Axiomy uspořádání

- |   |                               |
|---|-------------------------------|
| (C1) $\forall x, y \in \mathbf{R} : (x \leq y \vee y \leq x)$                             | <i>srovnatelnost,</i>         |
| (C2) $\forall x, y \in \mathbf{R} : ((x \leq y \wedge y \leq x) \Rightarrow x = y)$       | <i>antisymetrie,</i>          |
| (C3) $\forall x, y, z \in \mathbf{R} : ((x \leq y \wedge y \leq z) \Rightarrow x \leq z)$ | <i>tranzitivnost,</i>         |
| (C4) $\forall x, y, z \in \mathbf{R} : (x \leq y \Rightarrow x + z \leq y + z)$           | <i>monotonie pro sčítání,</i> |
| (C5) $\forall x, y \in \mathbf{R} : (0 \leq x \wedge 0 \leq y) \Rightarrow 0 \leq xy$ .   |                               |

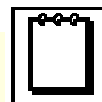
**D. Cantorův-Dedekindův axióm (axióm o vložených úsečkách)**

Pro každé dvě posloupnosti  $\{x_n\}$ ,  $\{y_n\}$  čísel z  $\mathbf{R}$ , tj. zobrazení  $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $n \rightarrow x_n$  a zobrazení  $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $n \rightarrow y_n$ , s vlastností  $\forall n \in \mathbf{N}$  je  $x_n \leq y_n$  sestrojíme množiny

$I_n = \{x \in \mathbf{R} : x_n \leq x \leq y_n\}$ . Jestliže  $\forall n \in \mathbf{N} : I_{n+1} \subset I_n$ , pak  $\exists y \in \mathbf{R} \forall n \in \mathbf{N} : y \in I_n$ .

**Poznámka**

Geometrická interpretace tohoto axiómu ukazuje, že pro každou posloupnost uzavřených úseček, ve které je každá úsečka částí předcházející úsečky, existuje alespoň jeden bod společný všem úsečkám.

**Výklad**

Zvolíme-li  $1 \in \mathbf{R}$  jako jedničku množiny přirozených čísel a definujeme  $x' = x + 1$ , dá se ukázat, že existuje podmnožina v  $\mathbf{R}$  splňující Peanovy axiomy přirozených čísel a tedy  $\mathbf{N} = \{1, 1+1 = 2, 2+1 = 3, \dots\} \subset \mathbf{R}$ . Dále, dá se ukázat, že ke každému  $x \in \mathbf{R}$  existuje právě jedno číslo  $-x \in \mathbf{R}$ , tj.  $x + (-x) = 0$ . Množinu  $\mathbf{Z} = \{0\} \cup \{x \in \mathbf{R} : x \in \mathbf{N} \vee -x \in \mathbf{N}\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\} \subset \mathbf{R}$  nazýváme **množinou celých čísel**. Množinu  $\mathbf{Q} = \{x \in \mathbf{R} : \exists n \in \mathbf{N} \exists p \in \mathbf{Z} : n \cdot x = p\}$ , nazýváme **množinou čísel racionálních**. Množina  $\mathbf{R} - \mathbf{Q}$  se nazývá **množina čísel iracionálních**.

**Znázornění racionálních čísel na číselné ose**

Racionální čísla znázorňujeme na přímce, zvané **číselná osa**. Obvykle ji volíme vodorovnou, popř. svislou. Nejprve na ní zvolíme některý bod za tzv. **počátek**, označíme jej písmenem O (první písmeno latinského slova origo = počátek) a přiřadíme mu číslo 0. Danou přímku pak **orientujeme**, tj. zvolíme určité pořadí jejích bodů, a to u přímky vodorovné obvykle zleva doprava, kdežto u přímky svislé zdola nahoru. Orientaci číselné osy značíme šipkou. Počátkem O se orientovaná číselná osa rozdělí na dvě části, **kladnou** a **zápornou**. Pak zvolíme na kladné části bod J a úsečku OJ = j stanovíme jako jednotkovou, takže bod J má od počátku vzdálenost rovnou číslu 1. Přiřadíme mu proto číslo 1. Na takto určené číselné ose

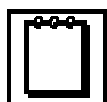
můžeme nyní znázornit libovolné racionální číslo  $k = \pm p/q$ , kde  $p, q$  jsou nesoudělná přirozená čísla. Provedeme to např. tak, že nejdříve určíme  $q$ -tý díl jednotkové úsečky a potom jej nanese  $p$ -krát napravo, popř. nalevo od počátku  $O$  podle toho, zda číslo  $k$  je kladné, popř. záporné.



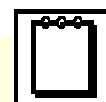
### Znázornění iracionálních čísel na číselné ose



To, že také každé iracionální (a tedy každé reálné) číslo je možno znázornit na číselné ose, plyne z Cantorova - Dedekindova axiómu o vložených úsečkách.



### Poznámka



Z výše uvedeného plyne, že každému reálnému číslu  $x$  odpovídá (na číselné ose) právě jeden bod a obráceně, že každému bodu na číselné ose odpovídá právě jedno reálné číslo  $x$ . Proto budeme často používat pro reálné číslo  $x$  také název **bod** a pro množinu  $\mathbf{R}$  všech reálných čísel název (**reálná**) **číselná osa**. Dále každou podmnožinu množiny  $\mathbf{R}$  všech reálných čísel budeme nazývat **číselnou množinou**.



### Výklad



Obecnějším pojmem než množina reálných čísel je **množina čísel komplexních**  $\mathbf{C} = \mathbf{R} \times \mathbf{R}$  spolu s operacemi  $+$  a  $\cdot$ , tj. zobrazení  $\mathbf{C} \times \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$ ,  $(z_1, z_2) \rightarrow z_1 + z_2$ ,  $(z_1, z_2) \rightarrow z_1 \cdot z_2$ , které je definováno následujícím způsobem. Nechť  $z_1 = (a_1, b_1)$  a  $z_2 = (a_2, b_2)$ , kde  $a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbf{R}$ ,  $z_1, z_2 \in \mathbf{C}$ , pak

$$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2, b_1 + b_2) \quad z_1 \cdot z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2, a_1 b_2 + a_2 b_1).$$

Je-li  $z = (a, b) \in \mathbf{C}$ , pak  $a$  nazýváme **reálnou částí**,  $b$  **imaginární částí komplexního čísla**  $z$ . V množině komplexních čísel je nula číslo  $(0, 0)$  a jednička číslo  $(1, 0)$ . Pro  $z = (a, b) \in \mathbf{C}$  je opačné číslo  $-z = (-a, -b)$  a pro  $z \neq (0, 0)$  je převrácené číslo

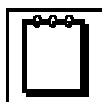
$$z^{-1} = \left( \frac{a}{a^2 + b^2}, \frac{-b}{a^2 + b^2} \right), \quad \text{tj. } z \cdot z^{-1} = (1, 0).$$

Zavedeme-li označení  $(a, 0) = a$ ,  $(0, 1) = i$ , pak  $i^2 = (0, 1)(0, 1) = (-1, 0) = -1$ ,  $i^3 = i^2 \cdot i = (-1, 0)(0, 1) = (0, -1) = -i$  a  $i^4 = i^3 \cdot i = (0, -1)(0, 1) = (1, 0) = 1$ . Matematickou indukcí lze pro  $n \in \mathbf{N}$  dokázat, že  $i^{4n} = 1$ ,  $i^{4n+1} = i$ ,  $i^{4n+2} = -1$ ,  $i^{4n+3} = -i$ .

Nyní snadno dostaneme často používaný tvar komplexního čísla

$$(a, b) = (a, 0) + (0, b) = (a, 0) + (0, 1)(b, 0) = a + ib,$$

se kterým můžeme počítat jako s algebraickým výrazem.

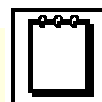


### Poznámka

Mezi definovanými množinami čísel je vztah, který můžeme zapsat ve tvaru

$$\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R} \subset \mathbf{C}.$$

Navíc pro množinu  $\mathbf{N}$  platí axiomy  $A1, A2, B1, B2, B3, B5, C$ . Pro množinu  $\mathbf{Z}$  platí axiomy  $A, B1, B2, B3, B5, C$ , pro množinu  $\mathbf{Q}$  axiomy  $A, B, C$  a pro množinu  $\mathbf{C}$  axiomy  $A, B$ .



### Výklad



#### Intervaly a okolí bodů

Mezi nejdůležitější číselné množiny patří intervaly a okolí bodů. Intervaly rozeznáváme ohraničené a neohraničené.

#### **Definice ohraničených intervalů**

Nechť  $a, b$  jsou libovolná reálná čísla, přičemž je  $a < b$ . Pak

- |  |                     |
|--|---------------------|
| 1. uzavřený interval $\langle a, b \rangle$ značí všechna čísla $x \in \mathbf{R}$ , pro která platí | $a \leq x \leq b$ , |
| 2. otevřený interval $(a, b)$ značí všechna čísla $x \in \mathbf{R}$ , pro která platí               | $a < x < b$ ,       |
| 3. polouzavřený interval $\langle a, b)$ značí všechna čísla $x \in \mathbf{R}$ , pro která platí    | $a \leq x < b$ ,    |
| 4. polootevřený interval $(a, b]$ značí všechna čísla $x \in \mathbf{R}$ , pro která platí           | $a < x \leq b$ .    |

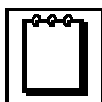
Přitom kladné číslo  $b - a$  se nazývá délka intervalu.

Interval  $\langle a, b \rangle$  se nazývá **uzavřený zleva a otevřený zprava**. Podobně interval  $(a, b)$  nazýváme **otevřeným zleva a uzavřeným zprava**.

### Definice neohrazených intervalů

Pro každé reálné číslo  $a$  interval tvaru

1.  $\langle a, +\infty \rangle$  značí všechna čísla  $x \in \mathbf{R}$ , pro která platí  $x \geq a$ ,
2.  $(a, +\infty)$  značí všechna čísla  $x \in \mathbf{R}$ , pro která platí  $x > a$ ,
3.  $(-\infty, a]$  značí všechna čísla  $x \in \mathbf{R}$ , pro která platí  $x \leq a$ ,
4.  $(-\infty, a)$  značí všechna čísla  $x \in \mathbf{R}$ , pro která platí  $x < a$ ,
5.  $(-\infty, +\infty)$  značí množinu  $\mathbf{R}$  všech reálných čísel.

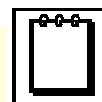


### Poznámka

Zvláštními případy intervalů jsou okolí bodů. Definujeme je takto:

Jestliže  $a$  je libovolné reálné číslo a  $\delta > 0$  je reálné číslo, nazýváme

1. levým okolím bodu  $a$  každý interval tvaru  $(a - \delta, a)$ ; značíme je  $U(a-)$ ;
2. pravým okolím bodu  $a$  každý interval  $\langle a, a + \delta \rangle$ ; značíme je  $U(a+)$ ;
3. okolím bodu  $a$  každý interval tvaru  $(a - \delta, a + \delta)$ ; značíme je stručně též  $U(a; \delta)$ , popř. pouze  $U(a)$ ;
4. neúplným okolím bodu  $a$  sjednocení  $(a - \delta, a) \cup (a, a + \delta)$ , tj. okolí  $U(a; \delta)$  s vyloučením bodu  $a$ ; stručně je značíme  $\tilde{U}(a; \delta)$ , popř. pouze  $\tilde{U}(a)$ .



### Výklad

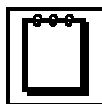


### Absolutní hodnota reálného čísla

**Absolutní hodnotou čísla**  $x \in \mathbf{R}$  rozumíme nezáporné číslo, které značíme  $|x|$  a které definujeme vztahy:

- a)  $|x| = x$  pro  $x \geq 0$ ,
- b)  $|x| = -x$  pro  $x < 0$ .



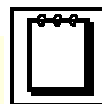
**Poznámka**

Klademe  $\sqrt{x^2} = |x|$ .

Absolutní hodnota reálného čísla má následující vlastnosti:

jsou-li  $a, b, a_1, a_2, \dots, a_n$  reálná čísla, pak

1.  $|a| = |-a|$ ,
2.  $\pm a \leq |a|$ ,
3.  $|ab| = |a| \cdot |b|$ ,
4.  $|a_1 a_2 \dots a_n| = |a_1| \cdot |a_2| \cdot \dots \cdot |a_n|$ ,
5.  $|a| - |b| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|$ ,
6.  $\left| \sum_{k=1}^n a_k \right| \leq \sum_{k=1}^n |a_k|$ ,
7.  $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$  pro  $b \neq 0$ .

**Výklad****Supremum a infimum množiny**

Neprázdná číselná množina  $M$  se nazývá:

1. **ohraničená shora**, existuje-li takové číslo  $h \in \mathbf{R}$ , zvané *horní závora množiny*  $M$ , že pro  $\forall x \in M$  je  $x \leq h$ ,
2. **ohraničená zdola**, existuje-li takové číslo  $d \in \mathbf{R}$ , zvané *dolní závora množiny*  $M$ , že pro  $\forall x \in M$  je  $x \geq d$ ,
3. **ohraničená**, je-li ohraničená shora i zdola,
4. **neohraničená**, není-li ohraničená shora nebo zdola. Místo **ohraničená** se také používá názvu **omezená**.

Největší, resp. nejmenší číslo množiny  $M$  se nazývá **maximum**, resp. **minimum** množiny  $M$ , označujeme  $\max M$ , resp.  $\min M$ .

Definujeme nyní supremum a infimum množiny  $M$ .

1. Má-li neprázdná číselná množina  $M$  *nejmenší horní zavoru*  $h$ , pak se číslo  $h$  nazývá **supremum množiny**  $M$  a značí se  $\sup M$ .

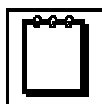
2. Má-li neprázdná číselná množina  $M$  *největší dolní zavoru*  $d$ , pak se číslo  $d$  nazývá **infimum množiny**  $M$  a značí se  $\inf M$ .

1. **Supremum číselné množiny  $M$  má tyto dvě vlastnosti:**

- a) Pro každé číslo  $x \in M$  platí  $x \leq \sup M$ ,
- b) v každém levém okolí suprema leží aspoň jedno číslo  $x \in M$ .

2. **Infimum číselné množiny  $M$  má tyto dvě vlastnosti:**

- a) Pro každé číslo  $x \in M$  platí  $x \geq \inf M$ ,
- b) v každém pravém okolí infima leží alespoň jedno číslo  $x \in M$ .



### Poznámka

*I když číselná množina  $M$  má supremum (popř. infimum), nemusí číslo  $h = \sup M$  (popř. číslo  $d = \inf M$ ) do množiny  $M$  patřit.*

*Má-li však číselná množina  $M$  maximální prvek, pak nutně existuje  $\sup M$  a platí  $\sup M = \max M$ .*

*Podobně, má-li číselná množina  $M$  minimální prvek, pak nutně existuje  $\inf M$  a platí  $\inf M = \min M$ .*

*Je nasnadě, že  $\sup M$  (popř.  $\inf M$ ) může existovat, aniž existuje  $\max M$  (popř.  $\min M$ ).*



### Výklad

Dá se dokázat následující tvrzení:

- 1. Každá neprázdná číselná množina  $M$  ohraničená shora má supremum,
- 2. každá neprázdná číselná množina  $M$  ohraničená zdola má infimum.





## Řešené úlohy



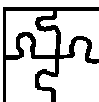
**Příklad 1.** Interval  $(0, \infty)$  je množina ohraničená zdola, má infimum  $\inf (0, \infty) = 0$ , nemá minimum, supremum a maximum. Množina  $M = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right\}$  je množina ohraničená shora i zdola,  $\inf M = 0$ ,  $\min M$  neexistuje,  $\sup M = \max M = 1$ .



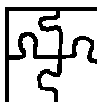
## Kontrolní otázky



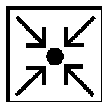
- Který ze vztahů platí pro množiny  $\mathbf{Z}$  celých a  $\mathbf{R}$  racionálních čísel:
  - $\mathbf{Z} = \mathbf{R}$ ,
  - $\mathbf{Z} \subset \mathbf{R}$ ,
  - $\mathbf{R} \subset \mathbf{Z}$ .
- Existují celá čísla, která jsou nekladná i nezáporná, která to jsou:
  - všechna,
  - neexistují,
  - ano, 0.
- Kolik různých racionálních čísel je zapsáno:  $\frac{18}{8}$ ;  $2\frac{2}{8}$ ; 2,25;  $\frac{9}{4}$ ;  $\frac{126}{56}$ ;  $\frac{-72}{-32}$ ;  $2 + \frac{1}{4}$ :
  - 0,
  - 1,
  - 2.
- Pro který interval platí  $\forall x \in \mathbf{R} : a \leq x < b$ :
  - polootevřený  $(a, b >$ ,
  - uzavřený  $< a, b >$ ,
  - polozavřený  $< a, b)$ .
- Patří vztah  $|ab| = |a| \cdot |b| \cdot \cos \varphi$  mezi vlastnostmi absolutní hodnoty reálných čísel  $a, b$ :
  - ano,
  - ne,
  - ano, je-li  $\varphi = \frac{\pi}{4}$ .
- Pro infimum číselné množiny  $M$  platí jedna z vlastností:
  - $\forall x \in M$  platí  $x \geq \inf M$ ,
  - $\forall x \in M$  platí  $x < \inf M$ ,
  - $\exists x \in M$ , tak, že platí  $x < \inf M$ .



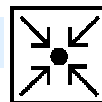
## Odpovědi na kontrolní otázky



1. b), 2. c), 3. b), 4. c), 5. b), 6. a).



### Úlohy k samostatnému řešení



- Zjistěte, zda je možné, aby součin dvou reálných čísel byl a) větší, b) menší než jakýkoliv jeho činitel. Kdy to nastane ?
- Zjistěte, zda je možné, aby součet dvou čísel byl menší než a) některý, b) každý jeho sčítanec. Kdy to nastane ?
- Kterým reálným číslům vyhovují následující výrazy ? Zapište pomocí intervalů!
  - $\sqrt{\frac{1}{x-1}}$ ,
  - $\sqrt{x-2} + \sqrt{5-x}$ ,
  - $\frac{3}{4-x^2}$ .
- Najděte maximum, minimum, supremum, infimum množin (pokud existují):
  - $(0, 1)$ ,
  - $< 0, 1 >$ ,
  - množina všech záporných čísel.
- Najděte maximum, minimum, supremum, infimum množiny  $M$ , jejíž prvky tvoří čísla tvaru  $\frac{n+2}{n+1}$ ,  $n \in \mathbf{N}$ .
- Vypočtěte  $\frac{x+|x|}{2}$ .
- Je-li a)  $|a| \leq 2$ ,  $|b| \leq 4$ , b)  $-2 < a < 5$ ,  $|b| \leq 1$ , co platí pro  $|a+b|$  ?
- Najděte podmínku vyjádřenou pomocí absolutní hodnoty, kterou splňují čísla  $x$ , je-li jejich vzdálenost
  - od 0 menší než 5,
  - od 0 rovna 3,
  - od -2 menší nebo rovna 3.
- Řešte rovnice (využijte vlastností absolutní hodnoty reálného čísla):
  - $|(x-2)(x-4)| = (x-2)(x-4)$ ,
  - $\left| \frac{3-x}{x-2} \right| = \frac{3-x}{x-2}$ .
- Řešte nerovnice:
  - $|2x-8| < 3x-12$ ,
  - $|x+3| \leq |x-5|$ .



## Výsledky úloh k samostatnému řešení



- a)  $a > 1, b > 1$  nebo  $a < 0, b < 0$ ,  
 b)  $a > 0, b < 1$  nebo  $a < 0, b > 1$ .
- a) Je-li některý sčítanec záporný,  
 b) jsou-li oba sčítance záporné.
- a)  $(1, \infty)$ , b)  $< 2, 5 >$ , c)  $(-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, \infty)$ .
- a) neexistuje, neexistuje, 1, 0, b) 1, 0, 1, 0, c) neexistuje, neexistuje, 0, neexistuje.
- $\max M = \sup M = \frac{3}{2}$ ,  $\min M$  neexistuje,  $\inf M = 1$ .
- $x \geq 0 : x, x < 0 : 0$ .
- a)  $|a + b| \leq 6$ , b)  $|a + b| < 6$ .
- a)  $|x| < 5$ , b)  $|x| = 3$ , c)  $|x + 2| \leq 3$ .
- a)  $x \in (-\infty; 2 > \cup < 4, \infty)$ , b)  $x \in (2, 3 >$ .
- a)  $x \in (4, \infty)$ , b)  $x \in (-\infty; 1 >$ .



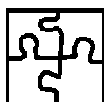
## Kontrolní test



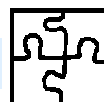
- Určete maximální ciferný součet trojčiferného čísla:  
 a) 999, b) 27, c) 1000.
- Určete, pro která reálná čísla  $x$  má interval  $< \frac{x-1}{2}, 3 >$  neprázdný průnik s intervalem  $(-\infty, x+2)$ :  
 a)  $x \in (-5, 7 >$ , b)  $x \in (-5, \infty)$ , c)  $x \in (-\infty, 7 >$ .
- Zapište pomocí intervalů množinu reálných čísel, která vyhovují výrazu:  

$$V = \sqrt{\frac{3}{x-2}} + \sqrt{3-x} + \frac{x}{6}$$
 a)  $(2, \infty)$ , b)  $(2, 3)$ , c)  $(2, 3 >$ .

4. Určete, zda existuje minimum množiny  $M = \left\{ \frac{n+2}{n+1} : n \in \mathbf{N} \right\}$ :
- a) existuje, b) neexistuje, c) nelze určit.
5. Najděte podmínku vyjádřenou pomocí absolutní hodnoty, kterou splňují čísla  $x$ , je-li jejich vzdálenost od  $-2$  menší nebo rovno 3:
- a)  $|x+2| \leq 3$ , b)  $|x-2| \leq 3$ , c)  $|x-3| \leq 2$ .
6. Řešte rovnici:  $|x+1| + 3|x-1| = 2|x| + 3 - x$ .
- a)  $x_1 = -1, x_2 = \frac{1}{3}, x_3 = \frac{5}{3}$ , b) nemá řešení, c)  $x_1 = -1, x_2 = -\frac{1}{3}, x_3 = \frac{5}{3}$ .
7. Řešte nerovnici:  $|x+2| + 3|x-1| - 2|x-3| > 0$ .
- a)  $x \in (-\infty, -\frac{5}{2}) \cup (\frac{7}{6}, +\infty)$ , b) nemá řešení, c)  $x \in (-\frac{5}{2}, \frac{7}{6})$ .



### Výsledky testu



1. b), 2. a), 3. c), 4. b), 5. a), 6.a), 7.a).



### Průvodce studiem



Pokud jste správně odpověděli nejméně ve 4 případech, pokračujte další kapitolou.

V opačném případě je třeba prostudovat kapitolu 1.3. znovu.