1.8.2. Interference vlnění

1. Umět vysvětlit princip interference
2. Umět vysvětlit pojmy interferenčního maxima a minima..
3. Umět vysvětlit vznik stojatého vlnění.
4. Znát podobnosti a rozdíly mezi postupnýma stojatým vlněním. periodu,
5. Umět vysvětlit Huygensův princip.
6. Umět charakterizovat odraz vlnění.
7. Charakterizovat a vysvětlit lom vlnění.

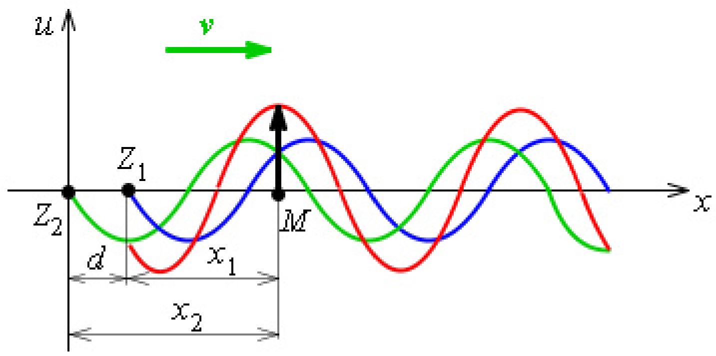
V pružném prostředí se mohou současně šířit vlnění z různých zdrojů. Nastává skládání kmitů příslušejících jednotlivým vlněním V některých oblastech, kde se vlny setkají, se vlnění překrývají a pak se opět rozcházejí a šíří se tak, jakoby se nikdy nesetkala. Každé vlnění se tak šíří nezávisle na ostatních vlněních a chová se tak, jakoby v prostoru bylo samo. Tento fakt nazýváme principem nezávislosti šíření vlnění.

Výsledné skládání vlnění se nazývá **interference**. Jevy, které skládáním vlnění vznikají jsou **interferenční jevy**.

Interferenční jevy můžeme pozorovat v různých všude tam, kde dochází k šíření vlnění. Pozorujeme je při vlnění:

1. mechanickém,
2. akustickém,
3. elektromagnetickém (optika).

Poznámka:
K interferenci dochází například tehdy, když na klidnou vodní hladinu hodíme na dvě různá místa dva kamínky. Dopad kamenů rozkmitá vodní hladinu. Stane se zdrojem vlnění, ze kterého se šíří vlny v kruhových vlnoplochách. Kruhové se vzájemně prostoupí, projdou jedna druhou a pokračují tak, jakoby se nesetkaly.



Obr. 1.8.-9

Kmity jednotlivých bodů se skládají na principu superpozice. Výsledné kmitání je dáno vektorovým součtem jednotlivých kmitů.
Amplitudy kmitů se periodicky mění. V některých místech nastane zesílení (zvětšení amplitudy) v jiných místech zeslabení (zmenšení amplitudy).

Obecně jsou interferenční jevy velmi složité. Důležité interferenční případy nastávají tehdy, když sledujeme interferenci **koherentních vln**.

Koherentní vlny mají stejnou frekvenci, vlnovou délku, stejný směr kmitání, šíří se stejnou rychlostí a mají konstantní fázový rozdíl.

Ke koncům dřevěné tyče jsou připevněny dva provázky o různých délkách x_1, x_2. Provázky jsou svázány v v jednom bodě M. Dále vede jen jeden provázek.
Kmitáme-li tyčí, pak se z bodů Z_1, Z_2 na koncích tyče, které se tím stávají zdrojem vlnění, budou šířit koherentní vlny.
Bod M by měl kmitat s amplitudou prvního a zároveň s amplitudou druhého vlnění. Provádí oba pohyby současně. Výsledný pohyb je dán principem superpozice. Z bodu M se šíří jedna vlna.

Jestliže se obě vlny ve společném bodě M setkají tak, že by měl kmitnou vzhledem k oběma vlnám současně jedním směrem, pak se amplitudy budou sčítat a výsledné vlnění se zesílí.

Jestliže se obě vlny ve společném bodě M setkají tak, že by měl kmitnou vzhledem k oběma vlnám současně opačným směrem, pak se amplitudy budou odečítat a výsledné vlnění se zeslabí.

Určíme výslednou amplitudu.

Každé z obou vlnění by způsobilo v čase t v místě M výchylku

1. $$u_1 = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right) = A\sin\left(2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x_1}{\lambda}\right),$$

kde $\varphi_1 = 2\pi\frac{x_1}{\lambda}$ je fázový posuv prvního vlnění.

2. $$u_2 = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right) = A\sin\left(2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x_2}{\lambda}\right),$$

kde $\varphi_2 = 2\pi\frac{x_2}{\lambda}$ je fázový posuv druhého vlnění.

Amplituda výsledného kmitu je podle teorie skládání stejnosměrných kmitání

$$A = \sqrt{A_1 + A_2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}, \qquad 1.8.\text{-}18$$

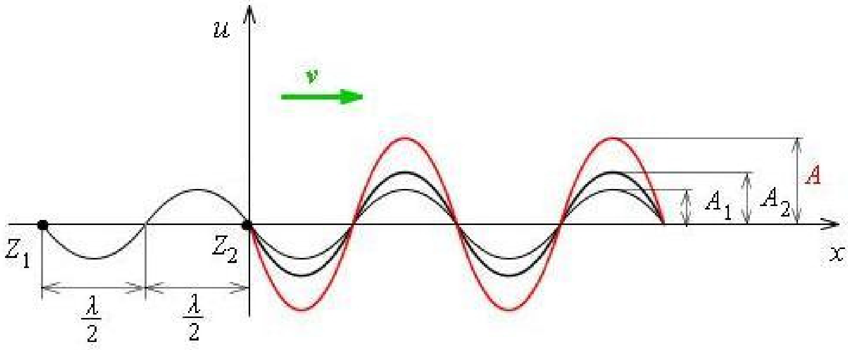
kde fázový rozdíl $\Delta\varphi$ je úměrný dráhovému rozdílu

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1). \qquad 1.8.\text{-}19$$

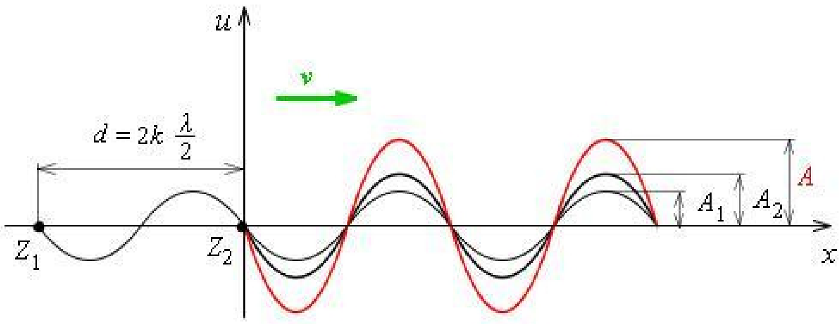
Mohou nastat významné případy:

a) jestliže $x_2 - x_1 = 2k\frac{\lambda}{2}$ pak $\Delta\varphi = 2k\pi$, kde $k = 0,1,2,3,\ldots$,

Obě vlnění se setkají ve fázi a nastane interferenční maximum o amplitudě $A = A_1 + A_2$.



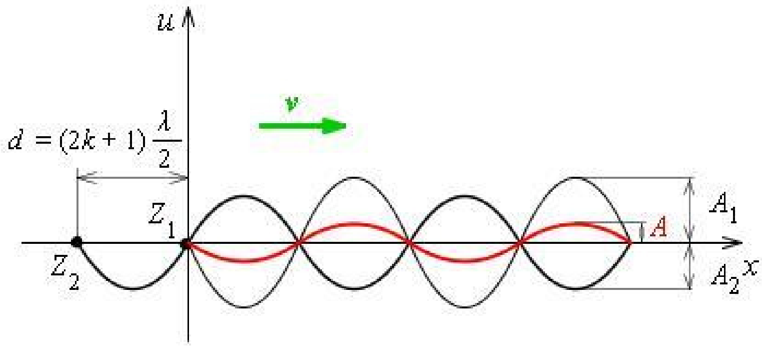
Obr. 1.8.-10a



Obr. 1.8.-10b

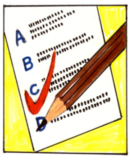
b) jestliže $x_2 - x_1 = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$ pak $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$, kde $k = 0,1,2,3,...,$

Obě vlnění se setkají v opačné fázi a nastane interferenční minimum o amplitudě $A = A_1 - A_2$.



Obr. 1.8.-11

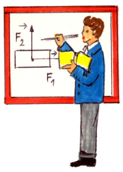
Může nastat případ, kdy $A_1 = A_2$. Pak se obě vlnění zruší.



TO 1.8.-30. Interferenční jevy nastávají při skládání
a) libovolných vlnění
b) koherentních vln stejného druhu
c) vln podélných
d) vln příčných

TO 1.8.-31. Interferenční maximum nastane při skládání vln, které jsou
a) ve fázi
b) v opačné fázi
c) na fázi nezáleží

TO 1.8.-32. Interferenční minimum nastane při skládání vln, které jsou
a) ve fázi
b) v opačné fázi
c) na fázi nezáleží
d)



Vlnění je charakterizováno vlnovou délkou 4 m.
a) Určete fázový rozdíl mezi dvěma body, které leží ve vzdálenostech 12 m a 20 m od zdroje vlnění.
b) Určete, zda body kmitají ve fázi.

λ= 4 m, x_1=12 m, x_2=20 m, $\Delta\varphi$=?

Pro fázový rozdíl platí $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda}\left(x_2 - x_1\right) = \dfrac{2\pi}{4}(20-12) = 4\pi\,\mathrm{rad}$.
Fázový rozdíl je roven sudému násobku π rad, body jsou ve fázi.

1.8.2.1. Stojaté vlnění

Stojaté vlnění vznikne interferencí dvou postupných vlnění stejné amplitudy a stejné vlnové délky, které se šíří proti sobě.

Typickým příkladem je stojaté vlnění, které vznikne při chvění struny. Struna je upevněna na dvou koncích. Drnkneme-li na strunu v určitém místě, bude se z tohoto místa šířit postupná vlna na obě strany. Dospěje k místům, kde je upevněná. Tam se odrazí a od obou konců budou proti sobě postupovat dvě koherentní vlny se stejnou amplitudou. Tyto dvě vlny se složí – budou interferovat.

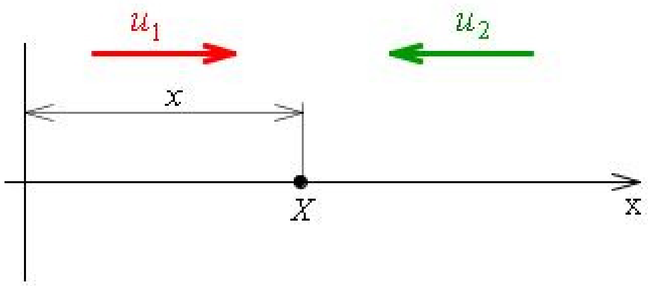
Vznikne stojaté vlnění, které se svými vlastnostmi bude lišit od vlnění postupného.
Odvodíme rovnici stojaté vlny.

1. vlna postupující v kladném směru osy x bude mít rovnici

$$u_1 = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

2. vlna postupující v záporném směru osy x bude mít rovnici

$$u_2 = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right).$$



Obr. 1.8.-12

Výchylka výsledného vlnění libovolném bodě M se bude rovnat součtu výchylek

$$u = u_1 + u_2 = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) + A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right),$$

$$u = A\left[\sin\left(2\pi\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{T}} - 2\pi\frac{x}{\lambda}\right) + \sin\left(2\pi\frac{t}{T} + 2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

Použijeme goniometrický vzorec

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2},$$

pak rovnice stojaté vlny bude mít tvar

$$u = 2A\cos\frac{2\pi \mathrm{x}}{\lambda}\sin\frac{2\pi}{\mathrm{T}}t. \qquad 1.8.\text{-}20$$

Je tvořena ze dvou částí. První představuje amplitudu kmitu bodu v umístění x. Druhá část je harmonická.

Amplituda bude v každém bodě jiná a je určena výrazem

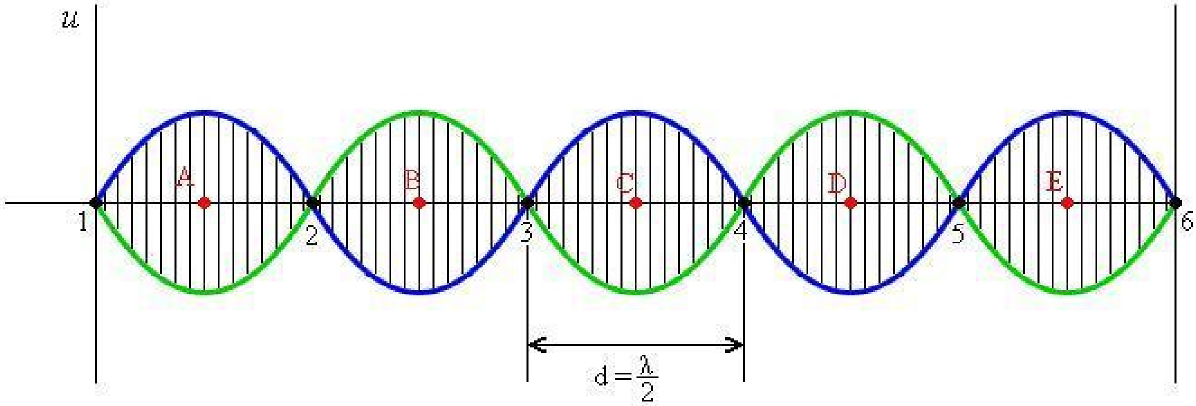
$$A_V = 2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}. \qquad 1.8.\text{-}21$$

V bodech, kde je $\cos\frac{2\pi \mathrm{x}}{\lambda} = 0$ je $A = 0$. V těchto bodech bude amplituda trvale nulová. Nazývají se ***uzly***. Kmitová energie těchto bodů je rovna nule $E = 0$.

Na Obr. 1.8.-12. se jedná o body 1, 2, 3, 4, 5, 6.

To nastává pro $\frac{2\pi}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2}$, kde $k = 1,2,3,\ldots,$

z plyne, že $x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$



Obr. 1.8.-13

V bodech, kde je $\cos\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 1$ je amplituda maximální A. V těchto bodech bude mít amplituda trvale maximální hodnotu. Nazývají se ***kmitny***. Kmitová energie těchto bodů je trvale maximální $E = \frac{1}{2}kA^2$.

Na Obr. 1.8.-12. se jedná o body E, B, C, D, E.

To nastává pro $\frac{2\pi}{\lambda} = 2k\frac{\pi}{2}$, kde $k = 1,2,3,...,$

z plyne, že $x = 2k\frac{\lambda}{4}$.

Ve všech ostatních bodech bude mít amplituda určitou hodnotu závislou na x.

Vzdálenost d dvou uzlů je rovna polovině vlnové délky $d = \frac{\lambda}{2}$.

Ze druhé části (harmonické)

$\sin\frac{2\pi}{T}t$,

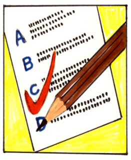
která je pro všechny body stejná, plyne, že body mezi dvěma uzly kmitají ve stejné fázi.
Tzn., že v daném okamžiku dosahují svého maxima a minima současně.

Poznámka:
Stojaté vlnění může nastat i při odrazu na volném konci. V tom případě je na konci bodové řady kmitna.
Se stojatým vlněním se můžeme setkat i v rovině. Typickým příkladem jsou tzv. ***Chladniho obrazce***. Na kovovou desku upevněnou ve středu nasypeme prášek. Táhnutím smyčcem v kolmém směru desku rozechvějeme. Vlnění bude postupovat k hranám, tam se odrazí a bude se vracet zpět na desce vznikne rovinné stojaté vlnění. V místech, kde budou uzly, budou zrníčka v klidu. V místech kmiten budou kmitat s maximální amplitudou. Jev je možné demonstrovat i na dětském bubínku.

Srovnání vlnění

1. U postupného vlnění kmitají všechny body se stejnou amplitudou, ale různou fází. Kmitová energie, která je pro všechny body stejná se šíří prostředím.

2. U stojatého vlnění závisí amplituda kmitů na poloze bodu a fáze mezi dvěma uzly je stejná. Kmitová energie se liší pro jednotlivé body v závislosti na jejich amplitudě a nedochází k jejímu přenosu.



TO 1.8.-33. U stojatého vlnění k přenosu energie

a) dochází
b) nedochází

TO 1.8.-34. U stojatého vlnění body kmitají se stejnou amplitudou

a) ano
b) ne

TO 1.8.-35. Kmitová energie bodů v uzlech je nulová

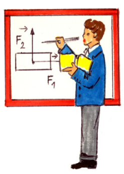
a) ano
b) ne)

TO 1.8.-36. Kmitová energie bodů v kmitnách je maximální

a) ano
b) ne

TO 1.8.-37. Vzdálenost dvou sousedních uzlů je

a) λ
b) 2λ
c) $\dfrac{\lambda}{2}$
d) $\dfrac{1}{\lambda}$



V určitém prostředí vzniklo stojaté vlnění interferencí dvou postupných vln s frekvencí 480 Hz. Určete rychlost vlnění v tomto prostředí, je-li vzdálenost dvou sousedních uzlů stojatého vlnění 1,5 m.

---

f=480 Hz, d=1,5 m, v=?

Pro fázovou rychlost vlnění platí $v = \lambda f$ Po dosazení ze vztahu pro vzdálenost sousedních uzlů $d = \dfrac{\lambda}{2}$ dostaneme $v = 2d\,f = 2.1{,}5.480 = 1440$ m.s^{-1}

Rychlost šíření vlnění je 1440 m.s^{-1}.

1.8.2.2. Odraz vlnění

Dosud jsme studovali vlnění, které se šíří pružným prostředím neomezeně. Toto prostředí je však většinou omezené. Na jeho konci začíná prostředí o jiné hustotě, tzn. o jiných materiálových vlastnostech. Vazby mezi molekulami mají jiný charakter a hodnotu.

Snadno si jevy, které nastanou, představíme na hadici, která je na jednom konci upevněná. Druhý konec uchopíme a kmitneme jím dolů. Vznikne prohlubeň, která se bude šířit hadicí. Dospěje k překážce.Tam se odrazí a postupuje zpět jako vrch.

Na pevném konci nastává odraz s opačnou fází.
Jestliže hadice nebude upevněná, pak se tam i zpět bude rozruch šířit jako prohlubeň.
Na volném konci nastane odraz se stejnou fází.
Tento jev nastane například při šíření vlnění vzduchového sloupce v píšťalách.
Podobné jevy nastanou při přechodu vlnění z jednoho prostředí do druhého, jestliže jsou jejich hustoty různé.

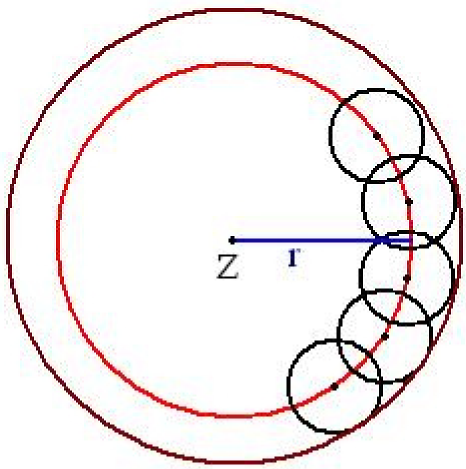
Jestliže rychlost vlnění v prvním prostředí v_1 bude větší než ve druhém v_2, nastane odraz s opačnou fází.
Pokud bude rychlost v prvním prostředí v_1 menší než ve druhém v_2, nastane odraz se stejnou fází.

1.8.2.3. Huygensův princip

V hmotném prostředí se rozruch šíří všemi směry. Pokud se bude šířit ve všech směrech stejnou rychlostí, pak toto prostředí bude izotropní. V opačném případě bude anizotropní.

Vlnoplocha
V izotropním prostředí se energie rozšíří za stejný časový interval do stejné vzdálenosti. Všechny body v této vzdálenosti budou kmitat se stejnou fází. Množina všech těchto bodů se nazývá **vlnoplocha**.
Směr šíření vlnění se nazývá paprsek. Je kolmý k vlnoploše.

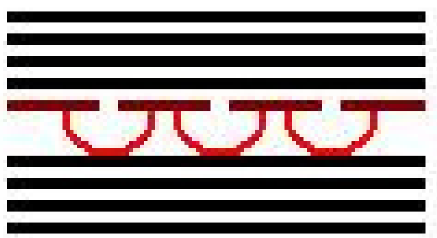
Jestliže je zdrojem vlnění jeden hmotný bod, pak vlnoplochy v prostoru budou mít tvar koule. V případě, že se vlnění bude šířit v rovině, budou vlnoplochy tvořit kruhy (např. známá kola na vodní hladině).



Obr. 1.8.-14

Jednotlivé body prostředí se postupně rozkmitávají a samy se tak stávají zdroji vlnění. Šíří se z nich tzv. elementární vlnoplochy. Jejich vnější obálka se pak stane celkovou výslednou vlnoplochou. Teorií vlnoploch se zabýval Christian Huygens. Proto se tento závěr nazývá **Huygensovým principem**.

Ze zdroje Z se šíří vlna. Za dobu t dospěje do vzdálenosti r. Všechny body v této vzdálenosti se rozkmitají a vytvoří drobné elementární vlnoplošky. Při pečlivějším pozorování je můžeme sledovat na vodní hladině. Tyto elementární vlnoplošky jsou zvýrazněny a ohraničeny hlavní vlnoplochou.


Obr. 1.8.-15

Jestliže bude zdroj kmitů přímkového tvaru, pak vlnoplochy budou rovinné.

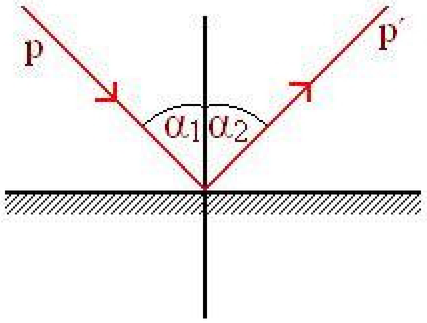
V případě, že postavíme hlavním vlnoplochám do cesty překážku (např. desku s vyříznutými otvory), pak se hlavní vlnoplochy rozšíří do těchto otvorů.

Body prostředí se v těchto otvorech rozkmitají a vytvoří elementární vlnoplochy.
Hlavní vlnoplocha bude mít tvar překážky.

Pomocí Huygensova principu jsou odvozeny např. zákony lomu a odrazu vlnění nebo ohyb vlnění na překážce.

1.8.2.4. Zákon odrazu

Při vysvětlení zákona odrazu použijeme rovinných vlnoploch. Tyto vlnoplochy se vytvářejí, když má zdroj vlnění přímkový tvar nebo je zdroj vlnění v tak velké vzdálenosti, že poloměr vlnoplochy je příliš velký a zakřivení je zanedbatelné.



Obr.1.8.-16

Zákon odrazu je odvozován pomocí Huygensova principu. Paprsek p dopadne na rozhraní dvou prostředí o různých hustotách. Bod dopadu se rozkmitá a stane zdrojem vlnění, ze kterého se šíří vlnoplocha ve směru paprsku p' zpět do původního prostředí.

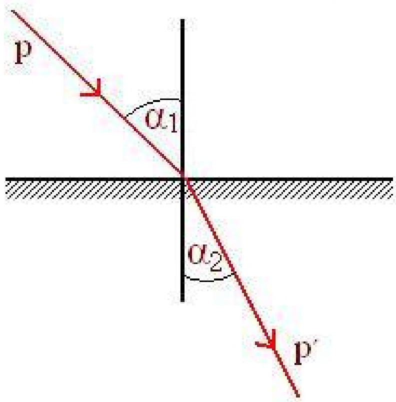
Úhel dopadu se rovná úhlu odrazu $\alpha_1 = \alpha_2$.

1.8.2.5. Zákon lomu

Budeme opět uvažovat rovinnou vlnu. Paprsek p dopadne na rozhraní prostředí. Bod na rozhraní se rozkmitá a vlnoplocha se šíří do druhého prostředí ve směru paprsku p'. Protože druhé prostředí má jinou hustotu, budou se vlnoplochy v jednotlivých prostředích šířit různou rychlostí a výsledná vlnoplocha bude mít jiný sklon.
I v tomto případě je možné pomocí goniometrických a trigonometrických vztahů odvodit souvislost mezi úhly dopadu a lomu a rychlostmi v prostředí.
Jestliže v prvním prostředí se šíří vlnění rychlostí v_1 a ve druhém rychlostí v_2, pak zákon lomu zapíšeme ve tvaru. Úhel α_1 je úhel dopadu, úhel α_2 je úhel lomu.

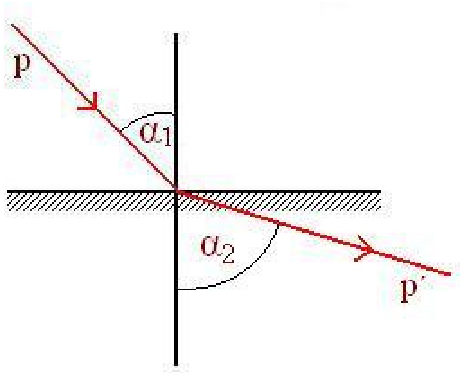
$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} = n \qquad 1.8.\text{-}22$$

Veličina n je rovna poměru rychlostí v obou prostředích a nazývá se index lomu vlnění pro daná prostředí.



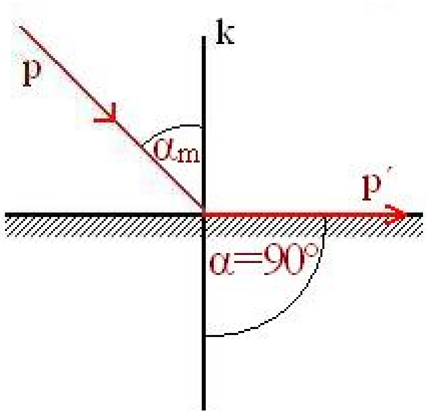
Obr.1.8.-17

Lom ke kolmici nastává tehdy, jestliže $v_1 \succ v_2$. Pak $\alpha_1 \succ \alpha_2$.



Obr.1.8.-18

Lom od kolmice nastává tehdy, jestliže $v_1 \prec v_2$. Pak $\alpha_1 \prec \alpha_2$.

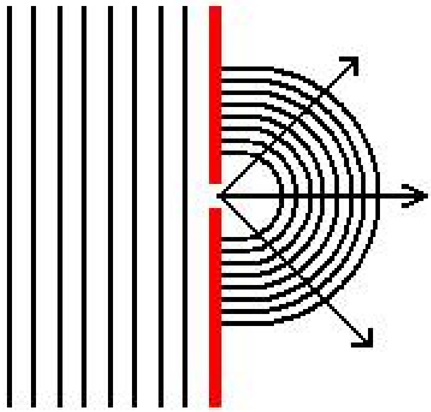


Obr.1.8.-19

Při specifickém úhlu dopadu (mezním úhlu α_m), který je pro každé prostředí jiný, nastává totální odraz. Úhel lomu je v tomto případě roven 90^o.

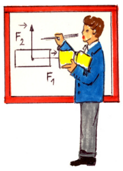
<u>1.8.2.6. Ohyb vlnění</u>

Je jev, který nastává při dopadu vlnění na překážku, která je umístěná v daném prostředí.



Obr.1.8.-20

Budeme uvažovat vlnění, které se bude šířit ve tvaru rovinných vlnoploch.
Kolmo ke směru šíření je umístěna překážka s otvorem. Vlnění dospěje k otvoru.
Částice prostředí v otvoru se rozkmitají a šíří se z nich vlnoplochy i za překážku do prostoru geometrického stínu.
Tento jev nastává tehdy, když je velikost překážky srovnatelná s vlnovou délkou vlnění.



Pod jakým úhlem α může nejvýše dopadnout zvuková vlna, aby se úplně od desky odrazila? Rychlost vlnění ve vzduchu je 342 m.s^{-1}, v mosazi 3200 m.s^{-1}.

v_1=342 m.s^{-1}, v_2=3200 m.s^{-1}, α=?

Úhel lomu je v tomto případě 90°. Pak zákon lomu zapíšeme ve tvaru $\dfrac{\sin\alpha}{\sin 90°} = \dfrac{v_1}{v_2}$.

Po dosazení je $\sin\alpha = 0{,}1069 \Rightarrow \alpha = 6°$

U 1.8.-3. Určete vzdálenost dvou sousedních uzlů stojatého vlnění, které vzniklo interferencí dvou vln periody 2.10^{-2} s postupujících proti sobě rychlostí 1208 m.s^{-1}.

U 1.8.-4. Stanovte rozdíl délek ramen Quinckeho trubice tak, abychom na výstupu dostali minimum pro tón frekvence 500 Hz. Rychlost zvuku ve vzduchu je 340 m.s^{-1}.

U 1.8.-5. Quinckeho trubicí se pozoruje interference akustických vln vycházejících z píšťaly, která vydává tón o frekvenci 2250 Hz. O jakou délku je nutné posunout větev trubice, aby vzniklo minimum intenzity?

KO 1.8.-13. Vysvětlete pojem interference.

KO 1.8.-14. Co jsou koherentní vlny?

KO 1.8.-15. Vysvětlete princip nezávislosti šíření vlnění.

KO 1.8.-16. Stanovte podmínku pro interferenční maximum.

KO 1.8.-17. Stanovte podmínku pro interferenční minimum.

KO 1.8.-18. Za jakých podmínek vznikne stojaté vlnění?

KO 1.8.-19. Jaká je amplituda kmitů stojatého vlnění?

KO 1.8.-20. Vysvětlete pojem kmitna.

KO 1.8.-21. Vysvětlete pojem uzel

KO 1.8.-22. Co je vlnoplocha?

KO 1.8.-23. Vysvětlete Huygensův princip.

KO 1.8.-24. Definujte zákon odrazu.

KO 1.8.-25. Definujte zákon lomu.

KO 1.8.-26. Vysvětlete, kdy nastává totální odraz.

KO 1.8.-27. Co je ohyb vlnění?