

<b>3. FUNKCE JEDNÉ PROMĚNNÉ .....</b>	<b>36</b>
<b>3.1. Definiční obor funkce.....</b>	<b>36</b>
Úlohy k samostatnému řešení.....	36
<b>3.2. Parita funkce.....</b>	<b>36</b>
Úlohy k samostatnému řešení.....	36
<b>3.2. Limita funkce.....</b>	<b>37</b>
Úlohy k samostatnému řešení.....	37
Výsledky úloh k samostatnému řešení .....	40

### 3. FUNKCE JEDNÉ PROMĚNNÉ

#### 3.1. Definiční obor funkce



#### Úlohy k samostatnému řešení



1. Určete definiční obor funkce:

a)  $f(x) = \sqrt[3]{\ln \frac{5x-x^2}{4}}$ ,

b)  $f(x) = \arccos \frac{(x+3)^2}{9}$ ,

c)  $y = \sqrt{\ln x}$ ,

d)  $f(x) = \operatorname{tg} \left( x - \frac{\pi}{4} \right)$ ,

e)  $f(x) = \arcsin \frac{x-1}{x}$ ,

f)  $y = \ln \left( \ln \frac{x+2}{x-1} \right)$ ,

g)  $f(x) = \sqrt{\frac{x^2+x-2}{x+3}}$ ,

h)  $y = \log_3 \frac{x-6}{x} + \arcsin \frac{x+1}{6}$ ,

i)  $y = \operatorname{cotg} \left( 2x - \frac{\pi}{3} \right) + \sqrt{4-x^2}$ ,

j)  $y = \arccos \frac{x+3}{2} + \sqrt{x+2}$ ,

k)  $y = \sqrt{x^2-4x+3} - \frac{1}{\sqrt[3]{4-x^2}}$ ,

l)  $y = \operatorname{tg} \frac{2x-\pi}{6}$ ,

m)  $y = \frac{\sin 2x}{1-\cos 3x}$ ,

n)  $y = \sqrt{1-2\sin 2x}$ ,

o)  $y = \operatorname{arctg} \frac{x+2}{x+3}$ ,

p)  $y = \ln \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right)$ .

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

#### 3.2. Parita funkce



#### Úlohy k samostatnému řešení



2. Rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá:

a)  $f(x) = \frac{\sin x - x \cos x}{x^2}$ ,

b)  $f(x) = \cos(x^3 - x) + 2x - 1$ ,

c)  $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$ ,

d)  $f(x) = \operatorname{tg}(4 - 2x^2) - x \sin x$ ,

e)  $f(x) = \sin \frac{x-1}{x}$ ,

f)  $f(x) = x^2 - 4x + 5 \sin 3x$ ,

g)  $f(x) = \frac{x^2 + \cos x - 2}{x^4 + 3}$ ,

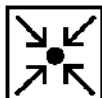
h)  $y = \ln \frac{x-6}{x+6}$ ,

i)  $y = \cos 2x + \sqrt{4-x^2}$ ,

j)  $y = \arccos x + \sqrt{x+2}$ .

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

## 3.2. Limita funkce



## Úlohy k samostatnému řešení



3. Vypočítejte limitu:

a)  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 - 2x^2 - 23x + 4}{x^3 + 10x^2 + 30x + 24}$ ,

b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2 - 11x + 6}{x^3 - 3x - 2}$ ,

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 - x^2}{x^3 - x}$ ,

d)  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{x^3 - 9x^2 + x - 9}$ ,

e)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^3 - 5x^2 + 5x - 25}$ .

Výsledky úloh k samostatnému řešení

4. Vypočítejte limitu:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{x}$ ,

b)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x^2 - 9} - 4}{x^2 - 25}$ ,

c)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 3x - 4}$ ,

d)  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x - 6}{\sqrt{x+3} - 3}$ ,

e)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{4+x} - 3}{\sqrt{x+20} - 5}$ ,

f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{1-x}}$ .

Výsledky úloh k samostatnému řešení

5. Vypočítejte limitu:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 3}{(x - 1)^2}$ ,

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 4}{x^2 - 1}$ ,

c)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 4}{x^2 - 1}$ ,

d)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2}{(x + 3)^2}$ ,

e)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4x - 3}{x - 2}$ ,

f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x}$ ,

g)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x^2 - 3x + 2}$ ,

h)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x^2 - 3x + 2}$ .

Výsledky úloh k samostatnému řešení

6. Vypočítejte limitu:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{2x}$ ,

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x}$ ,

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2}$ ,

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin x}$ ,

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{3}}$ ,

f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \operatorname{tg} x}{x}$ ,

g)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \operatorname{tg} 3x}{4x}$ ,

h)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{\sin^2 2x + \sin^2 3x}$ ,

i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 - \sin^3 2x}{2x^3}$ ,

j)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin^2 \frac{x}{2}}{\operatorname{tg}^2 2x}$ .

Výsledky úloh k samostatnému řešení

7. Vypočítejte limitu:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}, & \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2\left(\frac{3}{4}x\right)}{\sqrt{x^2+9} - 3}, & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{3x+1}}{\operatorname{tg} 4x}, \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+4} - 2}{\operatorname{tg}^2 4x}. \end{array}$$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

8. Vypočítejte limitu:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x^2-1}, & \text{b) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\operatorname{tg}(x-4)}{x^2-3x-4}, & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin^2(x-2)}{x^2-4x+4}, \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-x^3+5x^2-x+5}{\operatorname{tg}(x-5)}. \end{array}$$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

9. Vypočítejte limitu:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x}\right)^x, & \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x}\right)^x, & \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x}\right)^x, \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+1}\right)^x, & \text{e) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x+4}\right)^{3x+1}, & \text{f) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{3x-1}\right)^{2x+4}, \\ \text{g) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{x}\right)^x, & \text{h) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{3x}\right)^x, & \text{i) } \lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}}, \\ \text{j) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{x}{3}\right)^{\frac{1}{x}}, & \text{k) } \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2 \operatorname{tg}^2 x)^{\operatorname{cotg}^2 x}. \end{array}$$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

10. Vypočítejte limitu:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^3 - 5x^2 + 4x - 3}{7x^3 + 9x^2 + 5x - 4}, & \text{b) } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^2 - 5x + 9}{x^4 - 5x^3 - 4x + 3}, \\ \text{c) } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{6x^3 - 5x + 3}{2x^2 - x + 9}. \end{array}$$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

11. Vypočítejte limitu:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{4x^3 - 2x^2 - 3x + 1}}{x^2 + 2x + 4}, & \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^4 + 4x^3 - 3x}}{3x^2 + 2x}, \\ \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^4 - 2x + 3}}{5x + 6}, & \text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^4 - x^3 - 4x}}{\sqrt[3]{27x^6 + x^4}}. \end{array}$$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

**12.** Vypočítejte limitu:

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - 3x)$ ,    b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$ ,    c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+4} - \sqrt{x})$ ,  
d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x - 1} - x)$ ,    e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 2x + 4} - 2x)$ .

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)



## Výsledky úloh k samostatnému řešení



1. a)  $D_f = (0, 5)$ ; b)  $D_f = \langle -6, 0 \rangle$ ; c)  $D_f = \langle 1, \infty \rangle$ ; d)  $D_f = \mathbf{R} - \left\{ \frac{3}{4}\pi + k\pi \right\}$ ;
- e)  $D_f = \left\langle \frac{1}{2}, \infty \right\rangle$ ; f)  $D_f = (1, \infty)$ ; g)  $D_f = (-3, -2) \cup \langle 1, \infty \rangle$ ; h)  $D_f = \langle -7, 0 \rangle$ ;
- i)  $D_f = \left\langle -2, -\frac{\pi}{3} \right\rangle \cup \left( -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6} \right) \cup \left( \frac{\pi}{6}, 2 \right)$ ; j)  $D_f = \langle -2, -1 \rangle$ ;
- k)  $D_f = (-\infty, -2) \cup (-2, 1) \cup \langle 3, \infty \rangle$ ; l)  $D_f = \mathbf{R} - \{2\pi + 3k\pi\}$ ; m)  $D_f = \mathbf{R} - \left\{ \frac{2}{3}k\pi \right\}$ ;
- n)  $D_f = \left\langle \frac{5}{12}\pi, \frac{13}{12}\pi \right\rangle + k\pi$ ; o)  $D_f = (-\infty, -3) \cup (-3, +\infty)$ ; p)  $D_f = \left( -\frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi \right) + 2k\pi$ .
2. a) lichá; b) ani sudá ani lichá; c) lichá; d) sudá; e) ani sudá ani lichá; f) ani sudá ani lichá; g) sudá; h) lichá; i) lichá; j) ani sudá ani lichá. 3. a)  $-\frac{41}{2}$ ; b) 1; c) 0; d)  $\frac{1}{82}$ ;
- e)  $\frac{1}{3}$ . 4. a)  $\frac{1}{4}$ ; b)  $\frac{1}{8}$ ; c)  $\frac{1}{20}$ ; d) 6; e)  $\frac{5}{3}$ ; f)  $\frac{3}{2}$ . 5. a)  $-\infty$ ; b)  $\pm\infty$ ; c)  $\mp\infty$ ; d)  $+\infty$ ;
- e)  $\pm\infty$ ; f)  $\pm\infty$ ; g)  $\mp\infty$ ; h)  $\pm\infty$ . 6. a) 2; b) 3; c) 4; d) 2; e)  $\frac{3}{2}$ ; f) 2; g)  $-\frac{1}{4}$ ; h)  $\frac{3}{52}$ ;
- i)  $-\frac{5}{2}$ ; j)  $\frac{3}{16}$ . 7. a)  $8\sqrt{2}$ ; b)  $\frac{27}{8}$ ; c)  $-\frac{1}{8}$ ; d)  $\frac{1}{64}$ . 8. a)  $\frac{1}{2}$ ; b)  $\frac{1}{5}$ ; c) 1; d) 26. 9. a)  $e$ ;
- b)  $e^3$ ; c)  $e^{-1}$ ; d)  $e^{-2}$ ; e)  $e^{-9}$ ; f)  $e^{\frac{2}{3}}$ ; g)  $\infty$ ; h) 0; i)  $e^2$ ; j)  $e^{-\frac{1}{3}}$ ; k)  $e^{-2}$ . 10. a)  $\frac{4}{7}$ ; b) 0;
- c)  $\pm\infty$ . 11. a) 0; b)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ; c)  $\infty$ ; d)  $\frac{1}{3}$ . 12. a)  $\infty$ ; b) 0; c) 0; d)  $\frac{1}{2}$ ; e)  $-\frac{1}{2}$ .