

3.9. Energie magnetického pole

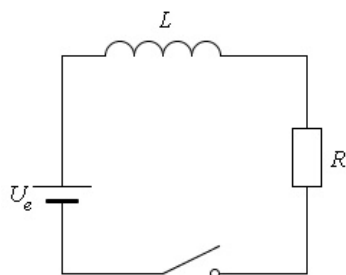


1. Umět odvodit energii magnetického pole cívky tak, aby byla vyjádřena pomocí parametrů obvodu (I a L).
2. Znat vztah pro energii magnetického pole cívky jako funkci veličin charakterizujících magnetické pole v prostoru.
3. Seznámit se s veličinou intenzita magnetického pole.
4. Znat vztah pro hustotu energie magnetického pole.



K tomu, aby vzniklo magnetické pole, je zapotřebí jisté množství energie, jejíž nositelem toto pole je. Například dva rovnoběžné vodiče protékané proudy stejného směru se přitahují (viz podkapitola 3.7.3). Pokud bychom chtěli zvětšit vzdálenost vodičů, musíme působit silou po určité dráze, tedy konat práci. Práce přitom odpovídá energii, kterou jsme předali magnetickému poli, neboť ekvivalentní množství energie vynaloží magnetické pole pro návrat vodičů do původní polohy působením magnetických sil.

Odvoďme energii v magnetickém poli cívky s proudem I . Budiž cívka zapojena v obvodu podle Obr. 3.9-1. Jestliže obvodem prochází konstantní proud, veškerá energie, kterou vyvinul zdroj elektromotorického napětí U_e , se spotřebuje na produkci Jouleova tepla. Při vzrůstajícím proudu v obvodu vzniká podle Faradayova zákona indukované elektromotorické napětí U_i a s ním spojená síla má podle Lenzova zákona opačný směr než síla, která proud vyvolává a jejímž původcem je napěťový zdroj. Proto se jen část energie ze zdroje spotřebuje na vznik Jouleova tepla, zbytek je přírůstek energie magnetického pole způsobený růstem proudu v obvodu. Naopak při poklesu proudu se energie ze zdroje opět spotřebuje jen na vznik



Obr. 3.9.-1

Jouleova tepla, které se ještě navýší o energii, kterou ztratilo magnetické pole.

I pro náš obvod platí zákon zachování energie, jehož vyjádřením je 2. Kirchhoffův zákon:

$$U_e + U_i = I'R. \quad 3.9.-1$$

Symbol I' označuje okamžitou hodnotu proudu. Využijme (3.8.-10) a přeskupme:

$$U_e = L \frac{dI'}{dt} + I'R. \quad 3.9.-2$$

Jestliže chceme pracovat s výkonem, stačí vztah (3.9.-2) vynásobit proudem:

$$U_e I' = LI' \frac{dI'}{dt} + I'^2 R. \quad 3.9.-3$$

Na levé straně vztahu (3.9.-3) je výkon, který dodává zdroj elektromotorického napětí, druhý člen na straně pravé určuje rychlost, s jakou vzniká Jouleovo teplo. Poslední člen je rychlostí změny energie magnetického pole cívky (E_m) :

$$\frac{dE'_m}{dt} = LI' \frac{dI'}{dt}. \quad 3.9.-4$$

Vynásobme (3.9.-4) dt a integrujme

$$\int_0^{E_m} dE'_m = \int_0^I LI' dI'.$$

Obdržíme energii magnetického pole cívky, která náleží ustálené hodnotě I proudu v obvodu:

$$E_m = \frac{1}{2} LI^2. \quad 3.9.-5$$

Vzorec (3.9.-5) připomíná vztah pro kinetickou energii částice hmotnosti m pohybující se rychlostí v ($\frac{1}{2}mv^2$). Ve smyslu této analogie je indukčnost L **mírou „elektromagnetické setrvačnosti“**. Vztah (3.9.-5) platí i pro toroid, koaxiální kabel ad., je-li permeabilita prostředí, v němž kvantifikujeme energii magnetického pole, nezávislá na magnetickém poli.

Energii magnetického pole jsme vyjádřili pomocí parametrů obvodu s proudem (L a I). Jedná se však o celkovou energii tohoto pole, takže nemůžeme přímo z (3.9.-5) popsat rozložení energie v okolí zdroje pole. Nyní odvodíme energii magnetického pole jako funkci veličin charakterizujících magnetické pole v daném prostoru. Uvažme ideální solenoid s indukcí $B = \mu \frac{NI}{l}$ uvnitř (viz. (3.7.-11) – navíc se předpokládá, že vnitřek solenoidu je z homogenního prostředí o permeabilitě μ), jehož závity protéká celkový magnetický indukční tok $\Phi = NBS = LI$. Pomocí těchto vztahů upravme (3.9.-5):

$$E_m = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \frac{(LI)^2}{L} = \frac{1}{2} \frac{(BSN)^2}{L}.$$

Neboť je

$$\frac{\mu NI}{l} SN = LI,$$

platí pro indukčnost ideálního solenoidu vztah

$$L = \frac{\mu N^2 S}{l}, \quad 3.9.-6$$

který dosadíme do posledního vyjádření energie magnetického pole:

$$E_m = \frac{1}{2} \frac{(BSN)^2 l}{\mu N^2 S} = \frac{1}{2} \frac{SlB^2}{\mu}. \quad 3.9.-7$$

Součin Sl vyjadřuje objem V vnitřku ideálního solenoidu, takže též platí:

$$E_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} V. \quad 3.9.-8$$

K popisu magnetického pole se používá také intenzita magnetického pole. V homogenním magnetiku (těleso tvořené elementárními magnetickými dipóly) mají vektory magnetické indukce $\mathbf{B}$ a **intenzity magnetického pole $\mathbf{H}$** stejnou orientaci a jsou spolu spjaty takto:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}. \quad 3.9.-9$$

Intenzita magnetického pole má jednotku:

$$[H] = \frac{T}{TmA^{-1}} = Am^{-1}.$$

Když nahradíme ve vzorci (3.9.-8) jednu velikost magnetické indukce výrazem s intenzitou magnetického pole, můžeme (3.9.-8) přepsat:

$$E_m = \frac{1}{2} BHV. \quad 3.9.-10$$

Energie magnetického pole je rozložena v objemu V s objemovou hustotou w_m :

$$w_m = \frac{E_m}{V} = \frac{1}{2} BH. \quad 3.9.-11$$

Vztah (3.9.-11) jsme odvodili pro případ homogenního magnetického pole v magnetiku, platí však i v poli nehomogenním. V libovolném prostředí však nutno (3.9.-11) nahradit obecnějším vzorcem:

$$w_m = \frac{1}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}. \quad 3.9.-12$$



KO 3.9.-1 Vyjádřete energii magnetického pole cívky pomocí charakteristiky cívky a proudu.

KO 3.9.-2 Vyjádřete energii magnetického pole cívky pomocí intenzity magnetického pole.

KO 3.9.-3 Uveďte jednotku intenzity magnetického pole pomocí základních jednotek soustavy SI.

KO 3.9.-4 Uvažujte homogenní magnetické pole v látce. Kolikrát se zvětší objemová hustota energie magnetického pole, jestliže se magnetická indukce zčtyřnásobí?



Toroid má indukčnost 90 mH a objem vnitřku $0,03 \text{ m}^3$. Jaký proud protéká toroidem, je-li hustota energie v toroidu $70 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}$? V toroidu je homogenní prostředí.

$$L = 90 \text{ mH}; V = 0,03 \text{ m}^3; w_m = 70 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}; I = ?$$

Celková energie magnetického pole toroidu je dle (3.9.-5):

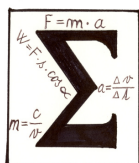
$$E_m = \frac{1}{2} LI^2.$$

Hustota energie obecně je podílem energie a objemu, ve kterém je rozložena; pro hustotu energie magnetického pole w_m z toho plyne:

$$w_m = \frac{E_m}{V}. \quad 3.9.-11$$

Dosaďme (1) do (2) a vyjádřeme hledaný proud:

$$I = \sqrt{\frac{2Vw_m}{L}} = 6,8 \text{ A}.$$



Energie magnetického pole cívky

Energie magnetického pole cívky, která náleží ustálené hodnotě I proudu v cívce, je:

$$E_m = \frac{1}{2} LI^2. \quad 3.9.-5$$

Indukčnost L představuje míru „**elektromagnetické setrvačnosti**“.

Energii magnetického pole ideálního solenoidu vyjádřeme jako funkci veličin charakterizujících magnetické pole v daném prostoru (uvnitř solenoidu):

$$E_m = \frac{1}{2} \frac{(BSN)^2 l}{\mu N^2 S} = \frac{1}{2} \frac{SlB^2}{\mu}. \quad 3.9.-7$$

Součin Sl vyjadřuje objem V vnitřku ideálního solenoidu.

K popisu magnetického pole se používá také intenzita magnetického pole. V homogenním magnetiku (těleso tvořené elementárními magnetickými dipóly) mají vektory magnetické indukce $\mathbf{B}$ a intenzity magnetického pole $\mathbf{H}$ stejnou orientaci a jsou spolu spjaty takto:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}. \quad 3.9.-9$$

Intenzita magnetického pole má jednotku:

$$[H] = \frac{T}{TmA^{-1}} = Am^{-1}.$$

Když nahradíme ve vzorci (3.9.-8) jednu velikost magnetické indukce výrazem s intenzitou magnetického pole, můžeme (3.9.-8) přepsat:

$$E_m = \frac{1}{2} BHV. \quad 3.9.-10$$

Energie magnetického pole je rozložena v objemu V s objemovou hustotou w_m :

$$w_m = \frac{E_m}{V} = \frac{1}{2} BH. \quad 3.9.-11$$

Vztah (3.9.-11) jsme odvodili pro případ homogenního magnetického pole v magnetiku, platí však i v poli nehomogenním. V libovolném prostředí však nutno (3.9.-11) nahradit obecnějším vzorcem:

$$w_m = \frac{1}{2} \mathbf{B} \mathbf{H}. \quad 3.9.-12$$

Klíč



KO 3.9.-4 16-krát