

3. ELEKTROMAGNETICKÉ POLE



Celý modul č.3 je věnován fyzikálnímu odvětví, které dříve neslo prosté označení „elektřina a magnetismus“, což vycházelo ze zavedených druhů tzv. fluid. Název elektřina byl použit už v roce 1600 Gilbertem, který zjistil, že schopnost přitahovat drobná tělíška má velká spousta látek, zejména jantar (řecky elektron!) třený vlnou, sklo třené hedvábím a řada dalších „elektrických fluid“. Pojem magnetismus byl odvozen od názvu železné rudy – magnetovce (tj. magnetické fluidum), která přitahuje drobné částčky železa i jiných kovů.

Vědy o elektřině a magnetismu se dlouhou dobu vyvíjely zcela odloučeně, až v roce 1820 učinil Hans Christian Oersted zásadní objev, kterým uvedl magnetické i elektrické jevy do vzájemné souvislosti: pozoroval, že v okolí vodiče, kterým prochází elektrický proud, působí stejné síly, jako v okolí magnetovce (již míněného „magnetického fluida“).

Od těchto historických pojmů a představ o fluidech bylo postupem času upuštěno a výklad všech výše popsaných jevů je součástí vědního oboru fyziky označovaného souhrnně jako **Teorie elektromagnetického pole**.

Elektromagnetické pole je jedna z forem hmoty, jejímž prostřednictvím se uskutečňuje elektromagnetické vzájemné působení elektricky nabitých částic nebo elektricky nabitých těles. Elektromagnetické pole má dvě neoddělitelné složky: elektrické pole a magnetické pole. Pouze jedna ze složek se může projevovat jen ve zvláštních případech: v elektrostatickém poli a ve statickém magnetickém poli.

3.1. Elektrostatické pole

Elektrostatické pole lze detekovat a popsat v okolí všech elektricky nabitých těles, která jsou vzhledem ke zvolené vztažné soustavě v **klidu**. Tato nabitá tělesa nazýváme **zdrojem** elektrostatického pole, jedná se tedy o pole **zřídlové**. Za takzvaně nabité částice a tělesa považujeme vždy takový objekt, který nese **elektrický náboj**.

3.1.1. Elektrický náboj



1. Definovat elektrický náboj jakožto vlastnost i fyzikální veličinu.
2. Vyjmenovat vlastnosti elektrického náboje.
3. Vyslovit zákony zachování, kvantování, superpozice a invariantnosti.
4. Definovat druhy nábojové hustoty včetně příslušných jednotek.
5. Vysvětlit rozdíl mezi elementárním a bodovým nábojem.



K vysvětlení elektrických jevů byla zavedena veličina, která se nazývá elektrický náboj. Avšak elektrickým nábojem jsme si zvykli označovat i vlastnosti, resp. **stav** elektricky nabitých těles – říkáme, že tělesa jsou nebo nejsou elektricky nabitá, přestože nevyjadřujeme „jak moc“. Fyzikální **veličina**, která je mírou tohoto stavu, je již zmíněný elektrický náboj Q , jehož jednotkou je coulomb - C.

V mezinárodní soustavě jednotek SI se při volbě jednotky elektrického náboje nevychází z Coulombova zákona (viz dále 3.1.2). V této soustavě byl za základní veličinu pro elektrické i magnetické jevy zvolen elektrický proud, jehož jednotkou je ampér (A). Elektrický proud má skutečně na jedné straně magnetické účinky, a na druhé straně souvisí těsně s elektrickým nábojem. A proto jednotka náboje SI, Coulomb (C), je jednotkou odvozenou. Rozměr této jednotky je tedy A.s, což lze vyjádřit takto: „*Coulomb je elektrický náboj, který projde vodičem při stálém proudu 1 A za dobu 1 s*“. Význam tohoto vyjádření bude zcela zřejmý až po prostudování následující kapitoly 3.2.

Veškeré dosud získané experimentální zkušenosti nám dovolují formulovat řadu zákonů a vlastností elektrického náboje.

1. Elektrický náboj neexistuje sám o sobě, je vždy **vázán** na hmotné částice.
2. Elektrický náboj lze **přenášet z povrchu** jednoho tělesa na povrch tělesa jiného (k měření elektrického náboje slouží elektrometr), elektrický náboj se může **přemisťovat** i v témže tělese. Podle toho, jak daný materiál umožňuje přenos náboje rozdělujeme látky na tzv. **vodiče** a **dielektrika** (také označované jako nevodiče, resp. izolanty). **Vodičem** obecně nazýváme látky, v nichž se může část jejich náboje pohybovat volně (např. kovy a jejich velmi slabě vázané elektrony, které tvoří uvnitř krystalové mřížky tzv. elektronový plyn). V jiných látkách se nemůže volně pohybovat prakticky žádný náboj, proto tyto látky nazýváme **nevodiče**. Kromě těchto dvou skupin látek ještě můžeme rozlišit tzv. **polovodiče**, jejichž vlastnosti jsou mezi vodiči a izolátory a **supravodiče**, které nekladou pohybu elektrického náboje vůbec žádný odpor (na rozdíl od všech ostatních běžných materiálů).
3. Na základě experimentů je zřejmé, že elektrický náboj má dva **druhy**: kladný a **záporný**, což bylo stanoveno dohodou (toto označení pouze vyjadřuje existenci dvou odlišných forem elektrického náboje).
4. **Zákon zachování náboje**: v elektricky izolované soustavě těles je úhrnný elektrický náboj stálý, elektrický náboj nelze vytvořit ani zničit, lze ho jen přemisťovat.
5. **Zákon kvantování náboje**: elektrický náboj je dělitelný
 - o Náboj nelze neomezeně dělit, tj. existuje nejmenší možný elektrický náboj: **elementární náboj**.
 - o Nositeli náboje jsou elementární částice: **elektron** (záporný el. náboj) a **proton** (kladný el. náboj), oba náboje považujeme za stejné co do velikosti, neboť jejich účinky se navenek vzájemně ruší.
 - o Záporně nabitým tělesem označujeme tělesa s nadbytkem elektronů, zatímco kladně nabitě těleso má elektronů nedostatek.
 - o Atom je navenek **neutrální částice**, tj. má stejný počet kladně i záporně nabitých částic (protonů i elektronů). Pokud by byl z atomu odtržen jeden či více elektronů, stává se z atomu **kladný iont**. Přidáním elektronů do elektronového obalu atomu vzniká **záporný iont**.
 - o Všechny náboje jsou **celistvými násobky** elementárního náboje: $Q = n e$, kde $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C. Přímo metodou byla velikost elementárního náboje stanovena **Robertem Andrewsem Millikanem** (r. 1909). Jeho pokus spočíval v porovnání sil, kterými působí elektrostatické a gravitační pole na malá nabitá tělíska. Experiment byl realizován následujícím způsobem: mezi desky kondenzátoru byly vstříkovány olejové kapičky a jejich pohyb v přítomnosti elektrického pole a bez něho sledován mikroskopem.

6. **Zákon superpozice:** při současném působení několika bodových nábojů je účinek každého náboje stejný, jako kdyby náboj působil sám.
7. **Zákon invariantnosti:** elektrický náboj je ve všech soustavách invariantní, tj. naměřená velikost náboje je zcela nezávislá na rychlosti pohybu částice.
8. Pro popis celé řady vlastností a jevů se pro zjednodušení zavádí tzv. **bodový náboj** (analogie hmotného bodu v mechanice). Jedná se o nabitě těleso, jehož rozměry jsou zanedbatelné ve srovnání se vzdálenostmi, na nichž silové působení uvažujeme. Bodovým nábojem tedy označujeme elektricky nabitě těleso, u kterého lze zanedbat rozměry, tvar a uspořádání v prostoru. Jedinou jeho charakteristickou vlastností je druh a velikost elektrického náboje, který nese.

Hustota elektrostatického náboje:

Všechna nabitá makroskopická tělesa jsou tvořena velkými soubory elektricky nabitých částic. Tyto částice jsou rozloženy v objemu (resp. na povrchu) tělesa s velkou hustotou tak, že toto **rozložení** lze považovat za **spojité**. Právě s ohledem na tvar a rozměry tělesa můžeme rozlišovat objemovou, plošnou a délkovou **hustotu elektrického náboje**.

a) **objemová hustota el.náboje:**

$$\rho = \frac{dQ}{dV}, \quad 3.1.-1$$

jejíž jednotkou je $C.m^{-3}$

b) **plošná hustota el. náboje:**

$$\sigma = \frac{dQ}{dS}, \quad 3.1.-2$$

jejíž jednotkou je $C.m^{-2}$

c) **délková (lineární) hustota el. náboje:**

$$\tau = \frac{dQ}{dl}, \quad 3.1.-3$$

jejíž jednotkou je $C.m^{-1}$

Tímto způsobem lze definovat dostatečně přesně všechny zmíněné druhy nábojové hustoty, pokud jsou diferenciály objemu, plochy a délky sice makroskopicky nekonečně (infinitesimálně) malé, ale současně jsou natolik velké, aby příslušné diferenciály náboje obsahovaly ještě velmi velké množství elementárních nábojů. Při splnění těchto podmínek je možné pokládat náboje dQ za bodové a použít je k výpočtu elektrostatických polí vytvořených libovolnými tělesy dle Coulombova zákona (viz následující část 3.1.2).



KO 3.1.-1. Která tělesa nazýváme elektricky nabitá?

KO 3.1.-2. Jsou všechny atomy tzv. elektricky neutrální?

KO 3.1.-3. Za jakých okolností je možno pozorovat v okolí nabitých těles elektrostatické pole?

KO 3.1.-4. Budou se vzájemně přitahovat nebo odpuzovat dvě α -částice (tj. jádra helia ${}_2\text{He}^4$)?

KO 3.1.-5. Jaký je rozdíl mezi bodovým a elementárním nábojem?

KO 3.1.-6. Látka, která obsahuje nabitě částice se nazývá vodič nebo dielektrikum?

KO 3.1.-7. Při popisu elektricky nabité velmi tenké kovové destičky lze využít objemové, plošné nebo délkové hustoty náboje?

3.1.2. Coulombův zákon



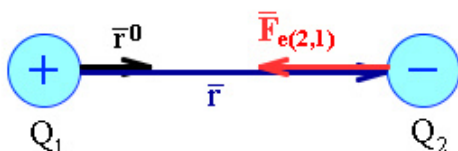
- Vyslovit i matematicky zapsat Coulombův zákon ve skalárním i vektorovém tvaru.
- Vysvětlit vliv prostředí na vzájemné silové působení mezi nabitými tělesy.
- Znat vztah mezi permitivitou prostředí a permitivitou vakua (včetně jednotky).
- Vysvětlit význam pojmů: centrální a izotropní síly.



Každá dvě elektricky nabitá tělesa na sebe vždy **vzájemně** silově působí. Tuto sílu lze nejen pozorovat, ale také popsat na základě Coulombova zákona - zákona o **silovém působení** bodových nábojů. Tento zákon je analogií Newtonova gravitačního zákona.

Nyní si definujme Coulombův zákon, což znamená, že si vyjádříme sílu, kterou na sebe vzájemně působí dvojice bodových nábojů o velikostech Q_1 a Q_2 , které jsou umístěny **ve vakuu**. Tyto bodové náboje jsou v dané inerciální vztažné soustavě **nehybné** (stacionární).

Na základě experimentů **Charlese Augusta de Coulomba** (r. 1785) lze formulovat vztah vyjadřující sílu, kterou náboj Q_1 působí na náboj Q_2 (dle Obr. 3.1.-1.):

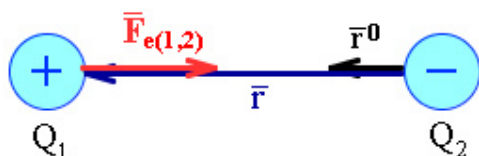


Obr. 3.1.-1.

$$\mathbf{F}_{e(2,1)} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \mathbf{r}_0 = k \frac{Q_1 Q_2}{r^3} \mathbf{r}, \quad 3.1.-4$$

přičemž za Q_1 a Q_2 dosazujeme **včetně znamének**, k je konstanta úměrnosti (bude vysvětlena později) a $\mathbf{r}$ je polohový vektor.

Analogicky lze vyjádřit sílu $\mathbf{F}_{e(1,2)}$, kterou působí náboj Q_2 na náboj Q_1 (dle Obr. 3.1.-2.):



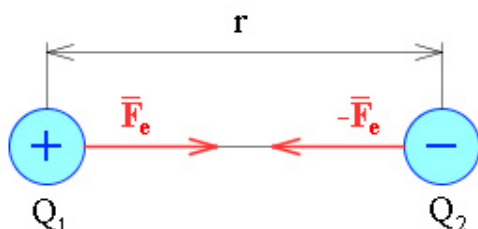
Obr. 3.1.-2.

$$\mathbf{F}_{e(1,2)} = k \frac{Q_2 Q_1}{r^2} \mathbf{r}_0 = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \mathbf{r}_0 = k \frac{Q_1 Q_2}{r^3} \mathbf{r} \quad 3.1.-5$$

Je tedy zřejmé, že se jedná o síly vzájemného působení podle 3. Newtonova pohybového zákona, tj.

$$\mathbf{F}_{e(1,2)} = -\mathbf{F}_{e(2,1)}, \quad 3.1.-6$$

což je patrné ze znázornění obou sil do jednoho Obr. 3.1.-3.



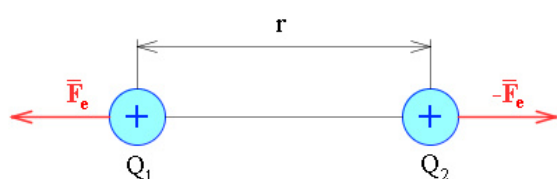
Obr. 3.1.-3.

Velikost síly působící mezi dvojicí bodových nábojů můžeme vyjádřit skalárně ve tvaru:

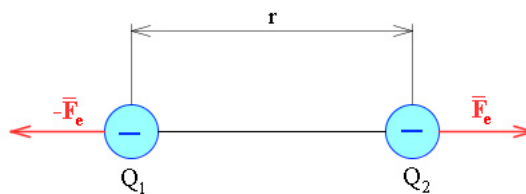
$$F_e = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad 3.1.-7$$

Pro síly, které jsme si v předchozím výkladu definovali, platí několik důležitých vlastností:

- Coulombův zákon platí pouze pro **bodové náboje nebo nabitá kulová tělesa**.
- Coulombovy síly jsou **centrální** (síly působí podél spojnice bodových nábojů) a **izotropní** (nezávisí na směru v prostoru).
- Mají-li náboje Q_1 a Q_2 **souhlasné** znaménko, síla $\mathbf{F}$ má souhlasnou orientaci jako polohový vektor $\mathbf{r}$ a náboje se **odpužují**, při opačných znaménkách se náboje **přitahují**, což je zřejmé z následující dvojice obrázků 3.1.-4. a 3.1.-5.



Obr. 3.1.-4.



Obr. 3.1.-5.

Vložíme-li náboj Q do elektrického pole **soustavy bodových nábojů** $Q_1, Q_2, \dots, Q_N$, pak výsledná síla, kterou toto pole působí na náboj Q je rovna vektorovému součtu působících sil mezi jednotlivými dvojicemi bodových nábojů $Q-Q_1, Q-Q_2, \dots, Q-Q_N$:

$$\mathbf{F}_e = \sum_{i=1}^N \mathbf{F}_{ei} = kQ \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{R_i^3} \mathbf{R}_i \quad 3.1.-8$$

Nejběžnější soustavou elektrických nábojů je **elektrický dipól**. Dipólem označujeme dvojici stejně velkých nesouhlasných nábojů, které tvoří dokonale tuhous soustavu (vzdálenost mezi náboji je konstantní). Soustavou dvou dipólů, v níž leží všechny náboje v jedné rovině, se nazývá **kvadrupól**.

Dipóly, kvadrupóly atd., obecně nazývané **multipóly**, mají velký teoretický význam v molekulové a atomové fyzice. Např. polem elementárního dipólu lze nahradit a zjednodušeně vymodelovat elektrické pole iontových molekul. Elektrické dipóly velmi malých rozměrů se vyskytují v elektricky neutrálních i zeledrovaných látkách a mají zásadní význam pro vlastnosti izolantů.

Nyní zbývá ještě vyjádřit, co znamená dříve zavedená **konstanta úměrnosti** k :

$$k = 1/4\pi\epsilon, \quad 3.1.-9$$

kde ϵ je **permitivita prostředí**. Permitivita prostředí je veličina, která charakterizuje prostředí mezi bodovými náboji, jejichž vzájemné působení studujeme.

I) Pro **vakuum** platí $k = 1/4\pi\epsilon_0 = c^2 \cdot 10^{-7} \text{ N.m}^2.\text{C}^{-2}$,

kde c je univerzální konstanta odpovídající rychlosti šíření světla ve vakuu, ϵ_0 je tzv. **permitivita vakua** (materiálová konstanta):

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}.$$

Po dosazení číselných hodnot získáváme velikost **konstanty úměrnosti vakua**:

$k = 8,98776 \cdot 10^9 \approx 9 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2.\text{C}^{-2}$. Tuto hodnotu zpravidla užíváme i v příkladech, je-li uvažovaným prostředím mezi náboji nejen vakuum, ale také vzduch.

II) Pro **libovolné dielektrikum** definujeme hodnotu tzv. **relativní permitivity**:

$$\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0, \quad 3.1.-10$$

která udává, kolikrát je permitivita daného prostředí větší než permitivita vakua.



KO 3.1.-8. Je Coulombův zákon definován pro libovolný počet nabitých těles?

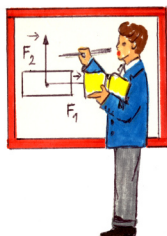
KO 3.1.-9. Je možné použít Coulombův zákon pro nabitá tělesa, která se vzájemně pohybují?

KO 3.1.-10. Coulombův zákon charakterizuje elektrostatické pole v okolí nabitých těles?

KO 3.1.-11. Konstanta úměrnosti k v Coulombově zákoně podobně jako konstanta κ v Newtonově gravitačním zákoně závisí nebo nezávisí na prostředí mezi náboji?

KO 3.1.-12. Jak se nazývá materiálová konstanta, která charakterizuje prostředí v okolí nabitých těles z hlediska elektrostatiky?

KO 3.1.-13 Co je to elektrický dipól, kvadrupól a obecně multipól?



Určete, jakou hmotnost by musel mít proton, aby gravitační přitažlivá síla mezi dvěma protony umístěnými ve vakuu v klidu byla stejně velká jako elektrická síla, kterou se odpuzují. Porovnejte váš výsledek se skutečnou hmotností protonu, která je $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

$$Q_1 = Q_2 = e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_1 = m_2 = m$$

$$m_{\text{skut.}} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Elektrická síla, kterou na sebe působí dva protony je dána Coulombovým zákonem:

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

Gravitační síla je dána Newtonovým gravitačním zákonem:

$$F_g = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Jestliže náboje a hmotnosti protonů jsou shodné, síly dáme do rovnosti a vyjádříme si hledanou neznámou veličinu: hmotnost m :

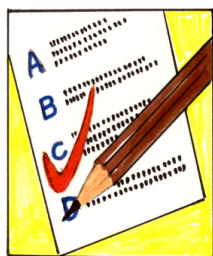
$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{r^2} = \kappa \frac{m^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow m = \sqrt{\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 \kappa}}$$

Po číselném dosazení zadaných hodnot získáme:

$$m = 1,9 \cdot 10^{-9} \text{ kg.}$$

Porovnáme-li výsledek se skutečnou hmotností protonu, je zřejmé, že aby se velikost přitažlivé gravitační síly a odpudivé elektrické síly mezi protony rovnala, musel by mít proton 10^{18} -krát větší hmotnost, než má ve skutečnosti.



TO 3.1.-1. Mějme dvě částice, které se nacházejí ve vakuu ve vzdálenosti R a působí na sebe elektrostatickou silou velikosti F . Jak se změní elektrostatická síla, kterou na sebe tyto částice působí, jestliže tyto částice přiblížíme do vzdálenosti $R/2$?

- a) F b) $F/2$ c) $F/4$ d) $2F$ e) $4F$

TO 3.1.-2. Mějme dvě částice, které se nacházejí ve vakuu ve vzdálenosti R a působí na sebe elektrostatickou silou velikosti F . Jakou elektrostatickou silou (ve srovnání se silou F) na sebe působí za stejných podmínek částice, které mají dvojnásobnou hmotnost, avšak stejný náboj jako částice původní?

- a) F b) $F/2$ c) $F/4$ d) $2F$ e) $4F$

TO 3.1.-3. Mějme dvě částice, které se nacházejí ve vakuu ve vzdálenosti R a působí na sebe elektrostatickou silou velikosti F . Jakou silou (ve srovnání se silou F) na sebe působí za stejných podmínek částice, které mají dvojnásobný náboj, avšak stejnou hmotnost jako částice původní?

- a) F b) $F/2$ c) $F/4$ d) $2F$ e) $4F$

TO 3.1.-4. Jak se změní elektrostatická síla F , kterou na sebe působí dva identické bodové náboje ve vakuu, přesuneme-li je do jiného prostředí, jehož relativní permitivita je 3?

- a) F b) $F/3$ c) $F/9$ d) $3F$ e) $9F$



U 3.1.-1. Jak velká elektrická síla by působila mezi dvěma měděnými plíšky, jejichž hmotnost je 1 g, které se nacházejí ve vakuu ve vzdálenosti 10 m od sebe, kdyby každá z nich měla o 1 % více elektronů než protonů? Molární hmotnost mědi je $0,0635 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$.

U 3.1.-2. Ve všech vrcholech čtverce o straně a je umístěn stejný kladný bodový náboj Q . Jaký bodový náboj (a jakého znaménka) je třeba umístit do středu čtverce, aby celá soustava nábojů byla v rovnováze?

U 3.1.-3. Dvě souhlasně nabitě kuličky zavěšené ve vakuu na dvou vláknech vycházejících z jednoho bodu se vzájemným odpuzováním vzdálily na 4 cm. Jak velké (identické) náboje nesou tyto kuličky, jestliže hmotnost každé z nich je 1 g?

3.1.3. Intenzita elektrostatického pole



1. Umět definovat skalárně i vektorově novou veličinu (intenzitu el. pole), která charakterizuje elektrostatické pole v okolí nabitých těles, včetně jednotky.
2. Graficky znázornit průběh intenzity elektrostatického pole v okolí osamocených bodových nábojů, resp. jednoduchých soustav nabitých částic.
3. Znat vlastnosti elektrických siločar.
4. Charakterizovat elektrický dipól a umět stanovit jeho dipólový moment.
5. Při řešení příkladů umět použít vztahy pro výpočet intenzity elektrického pole nabitých vodičů různých tvarů.



V předchozí kapitole 3.1.2. bylo důsledně popsáno vzájemné silové působení mezi elektricky nabitými tělesy. Nabitá tělesa na sebe působí na dálku, bez vzájemného kontaktu, pouze prostřednictvím svých elektrických polí. Elektrickým polem nazýváme stav prostoru v okolí nabitého tělesa. Výše definovaná Coulombova síla nám však nepodává žádné informace o samotném elektrostatickém poli. K tomuto účelu se zavádí vektorová veličina, která se nazývá **intenzita elektrostatického pole**.

Intenzita E je určena podílem elektrické síly, která v daném místě pole působí na kladný bodový náboj q , a velikostí tohoto náboje:

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}_e / q \quad 3.1.-11$$

Intenzita elektrostatického pole popisuje pole v každém bodě **jednoznačně**, závisí pouze na poloze uvažovaného bodu a na náboji tělesa, které toto pole vytváří (tj. na poloze zdroje). Vektor intenzity je definován v každém místě prostoru s výjimkou toho, kde se nachází daný bodový náboj.

Jednotkou elektrické intenzity je $\text{N} \cdot \text{C}^{-1}$, což lze také vyjádřit ve tvaru $\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$, přičemž jednotka V (volt) bude popsána později.

Nyní si vyjádříme **velikost** intenzity elektrostatického pole bodového náboje Q , který se nachází ve **vakuu**:

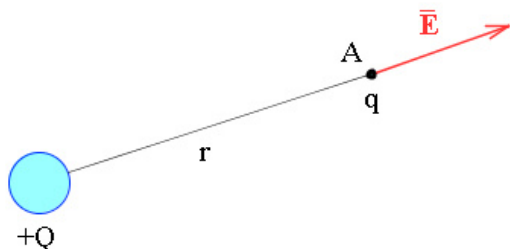
$$E = \frac{F_e}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad 3.1.-12$$

Intenzita elektrostatického pole je veličina vektorová, **směr a orientace** v prostoru vychází z tohoto vyjádření:

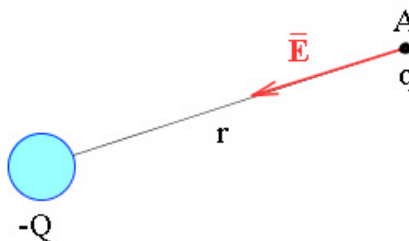
$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \mathbf{r}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^3} \mathbf{r}, \quad 3.1.-13$$

přičemž za náboj Q dosazujeme včetně znaménka (+ pro kladný, - pro záporný náboj).

Průběh intenzity v okolí kladně a záporně nabitého tělesa jsou znázorněny na Obr. 3.1.-6 a 3.1.-7.



Obr. 3.1.-6.



Obr. 3.1.-7.

Výše zmíněné vztahy (3.1.-12 a 3.1.-13) pro intenzitu elektrostatického pole lze definovat i pro bodový náboj, který se nachází v **libovolném prostředí** s relativní permitivitou ϵ_r :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Q}{r^2}, \quad 3.1.-14$$

$$\text{resp. } \mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Q}{r^2} \mathbf{r}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Q}{r^3} \mathbf{r} \quad 3.1.-15$$

Intenzita elektrostatického pole soustavy bodových nábojů:

V běžném životě se zpravidla setkáváme s elektrickým polem, které je vytvořeno větším množstvím nabitých částic nebo těles. Intenzita výsledného elektrostatického pole závisí nejen na počtu nabitých těles a jejich nábojích, ale také na jejich rozmístění v prostoru vůči místu, ve kterém chceme toto pole popsat. V tomto případě budeme využívat tzv. **principu superpozice** (skládání), který říká, že intenzita pole je dána vektorovým součtem intenzit vytvořených v daném bodě jednotlivými nabitými tělesy.

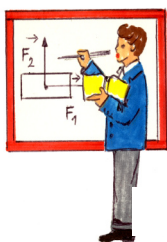
Vyjádříme si výslednou intenzitu pole v **soustavě statických bodových nábojů** $Q_1, Q_2, \dots, Q_N$ umístěných ve vakuu. Uvažujme silové působení celé této soustavy na další náboj Q_0 , jehož poloha je vůči jednotlivým bodovým nábojům této soustavy určena polohovým vektorem $\mathbf{r}$.

$$\mathbf{F} = Q_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad 3.1.-16$$

kde vektory intenzit každého z bodových nábojů lze vyjádřit následujícím způsobem:

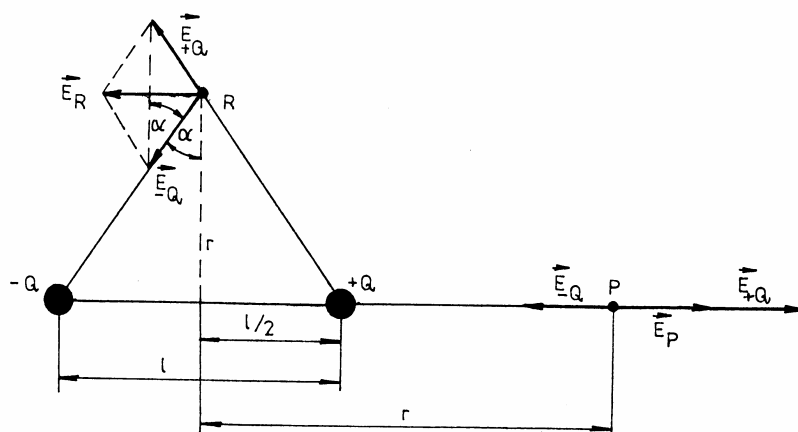
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N \mathbf{E}_i(\mathbf{r}_i) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{r_i^3} \mathbf{r}_i \quad 3.1.-17$$

Pozn.: Vektor intenzity je opět definován v každém místě prostoru s výjimkou těch, v nichž se nacházejí bodové náboje Q_i .



Stanovení intenzity elektrického pole dipólu (příklad aplikace uvedených vztahů pro výpočet intenzity elektrostatického pole) dle Obr. 3.1.-8

- elektrický dipól tvoří dvojice stejně velkých nábojů opačného znaménka, jejichž vzdálenost je l



Obr. 3.1.-8

I. Velikost intenzity v bodě P (tj. na ose dipólu ve vzdálenosti r od jeho středu):

Z obrázku je zřejmé, že vektory intenzity elektrického pole kladného a záporného bodového náboje (zobrazené v bodě P) mají opačnou orientaci, avšak různou velikost, neboť bod P se nachází v odlišných vzdálenostech od jednotlivých nábojů: vzdálenost od záporného náboje $-Q$ je $r+l/2$, kdežto vzdálenost od kladného náboje $+Q$ je $r-l/2$. Výsledné elektrostatické pole má v místě P intenzitu danou vektorovým součtem dílčích intenzit. Určujeme-li však velikost intenzity výsledného pole, je nutné intenzity elektrických polí bodových nábojů od sebe odečíst!

$$E_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{Q}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{Q}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} \right] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \frac{2rl}{\left(r^2 - \frac{l^2}{4}\right)^2}$$

Obvykle se zajímáme o elektrické působení dipólu ve vzdálenostech, které jsou velké ve srovnání s jeho rozměry, tedy je-li $l \ll r$. Pro tak velké vzdálenosti můžeme výraz v závorce ve jmenovateli rozvinout dle binomické věty a využít pouze první člen. Další členy v rozvoji obsahují poměr l/r ve vyšších mocninách a jejich příspěvky jsou tedy zanedbatelné.

Po zjednodušení dostáváme výslednou intenzitu: $E_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ql}{r^3}$

Součin Ql má v tomto vzorci specifický význam, představuje velikost vektorové veličiny, kterou je **elektrický dipólový moment**:

$$\mathbf{p} = Q \mathbf{l} \quad 3.1.-18$$

Směr vektoru $\mathbf{p}$ je vždy od záporného konce dipólu ke kladnému, tedy:

$$\mathbf{p} = Q \mathbf{l} \quad 3.1.-19$$

Po dosazení za dipólový moment je možné vyjádřit výslednou intenzitu v bodě P ve tvaru:

$$E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{r^3} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}$$

Přestože výsledná rovnice platí pouze pro velmi vzdálené body na ose dipólu, lze dokázat, že velikost intenzity pole dipólu klesá se vzdáleností pro všechny vzdálené body bez ohledu na to, zda leží na ose dipólu nebo ne. Intenzita pole dipólu klesá se vzdáleností rychleji než intenzita pole osamocené bodové náboje. K rychlému poklesu dochází proto, že ze vzdálených bodů se dipól jeví jako dva stejně velké nesouhlasné náboje, které téměř splývají.

II. Velikost intenzity v bodě R:

V případě stanovení intenzity elektrického pole dipólu v bodě R budeme postupovat analogicky. Bod R leží na kolmici k ose dipólu a prochází jeho středem. I v tomto bodě dochází ke skládání elektrostatických polí dvou elektrických nábojů, ovšem situace není tak jednoduchá jako v předchozím případě. Vektory intenzit elektrostatických polí vzbuzených kladným a záporným bodovým nábojem nejsou kolineární, ale naopak jsou vůči sobě zcela obecně orientovány. Nejprve je nutné (dle obrázku 3.1.-8) stanovit úhel, který oba vektory svírají, přičemž vycházíme z vlastností rovnoramenného trojúhelníka a příslušných goniometrických funkcí:

$$\sin \alpha = \frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}}}$$

Velikost vektorů intenzit jednotlivých polí jsou stejné, a tedy:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2 + \frac{l^2}{4}}$$

Vyjádříme-li si z trojúhelníku určeného vektory E^+ a E^- vektor výsledného pole, získáme:

$$\sin \alpha = \frac{\frac{E_R}{2}}{E} = \frac{E_R}{2E} \Rightarrow E_R = 2E \sin \alpha,$$

Po dosazení do vztahu pro výslednou intenzitu vyplývá:

$$E_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ql}{\sqrt{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^3}}$$

Obdobně jako v předchozím případě využijeme toho, že ve skutečnosti studujeme pole ve vzdálenosti nesrovnatelně větší než je vzdálenost bodových nábojů, lze pro $l \ll r$ vztah pro výslednou intenzitu pole zjednodušit:

$$E_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ql}{r^3}$$

Zavedeme-li opět dipólový moment, získáváme výsledný vztah popisující velikost vektoru intenzity elektrostatického pole dipólu v bodě R:

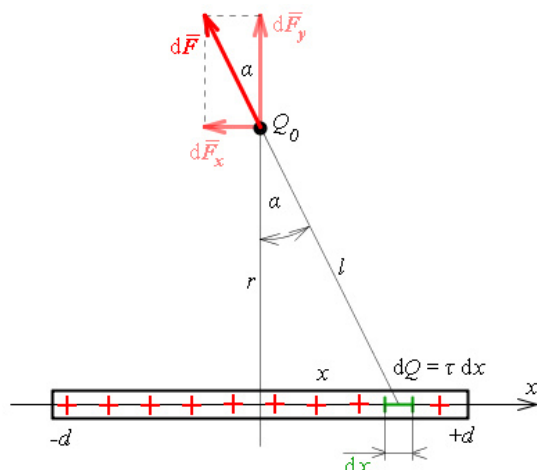
$$E_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}$$



Intenzita elektrického pole nabitých vodičů různých tvarů:

Výpočet intenzity elektrostatického pole nabitého tělesa je v mnoha případech velmi složitou a pracnou matematickou záležitostí, proto je v následující části uvedeno několik příkladů intenzit polí běžných těles, se kterými se často setkáváme při řešení praktických úloh. U všech těles uvažujeme jejich umístění ve vakuu. Pro jiná prostředí je nutno uvážit místo permitivity vakua ϵ_0 permitivitu daného prostředí ϵ .

A) Intenzita pole **tenkého dlouhého drátu** umístěného ve vakuu ve vzdálenosti r :



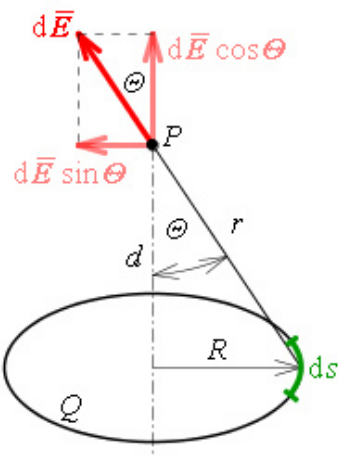
Obr. 3.1.-9.

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r}, \quad 3.1.-20$$

kde τ je lineární (délková) hustota náboje na daném drátu.

V tomto případě je možné zanedbat průřez drátu ve srovnání s jeho délkou, proto tedy využíváme jediného význačného rozměru tohoto tělesa, a tím je jeho délka.

B) Intenzita pole ve vzdálenosti d **na ose kovového kruhového prstence** o poloměru R s rovnoměrně rozloženým nábojem:

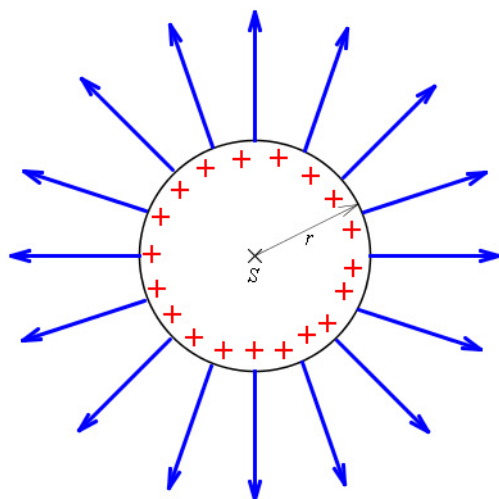


Obr. 3.1.-10.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{d^2 + R^2}}$$

3.1.-21

C) Intenzita pole náboje rovnoměrně rozloženého na kovové **kulové ploše** poloměru r ve vzdálenosti b od středu, pro $b > r$:



Obr. 3.1.-11.

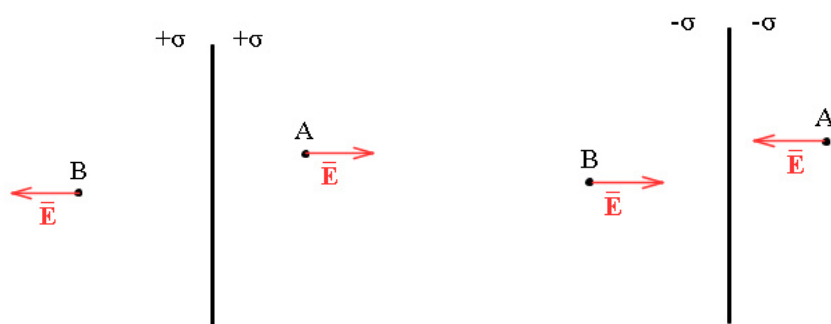
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{b^2},$$

3.1.-22

tj. pole nabité kulové plochy je **analogické** elektrickému poli bodového náboje.

D) Intenzita pole rovnoměrně rozloženého náboje na **neomezené kovové rovině**:

- předpokládáme kovovou rovinu umístěnou v rovině XZ, pole zkoumáme na ose Y ve vzdálenosti r :



Obr. 3.1.-12.

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

3.1.-23

Ze vztahu 3.1.-23 je zřejmé, že intenzita nabité roviny nezávisí na poloze bodu, ve kterém intenzitu studujeme! Vektor intenzity elektrického pole je kolmý k dané rovině, v každém bodě okolí roviny má stejnou velikost i směr.

Grafické znázornění elektrostatického pole:



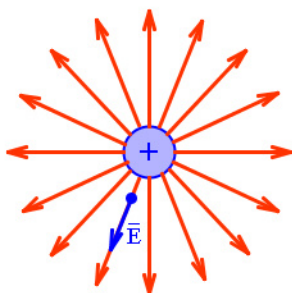
Vektor elektrické intenzity přesně charakterizuje elektrostatické pole v okolí nabitých těles, avšak pro znázornění průběhu pole se využívá častěji tzv. **siločar**. Pojem siločára zavedl pro popis elektrostatického pole Michael Faraday. Siločáry však byly použity již v gravitačním poli k modelování polí v okolí různých hmotných těles. Ani v tomto případě není jejich význam odlišný, ale je nutno přihlížet ke skutečnosti, že nabitá tělesa mohou nést náboj dvojího druhu!

Siločára je myšlená orientovaná křivka, která je definovaná ve všech bodech s nenulovou intenzitou elektrostatického pole. Vektor intenzity leží v každém bodě **na tečně** k siločáře, přičemž orientace vektoru intenzity souhlasí se směrem orientace křivky. Siločára vždy **vychází z kladného náboje** a **vstupuje do záporného náboje**. Siločáry mohou začínat nebo končit v nekonečnu, ale **nemohou se protínat**.

Jelikož by siločárami byl vyplněn celý prostor, nebylo by možné jednotlivé siločáry od sebe odlišit, proto se volí **počet siločar** procházejících kolmou jednotkovou plochou číselně roven velikosti intenzity elektrostatického pole (tzv. normování počtu siločar).

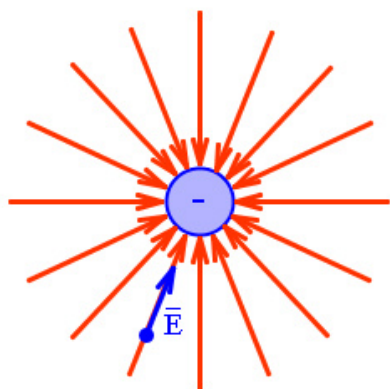
Příklady siločárových modelů elektrostatických polí:

a) elektrostatické pole v okolí **kladně nabitého bodového náboje**



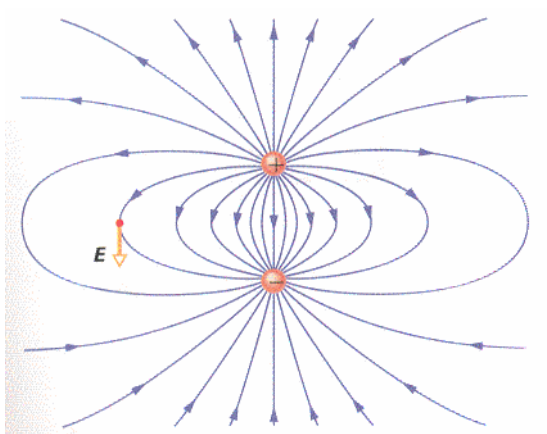
Obr. 3.1.-13.

b) elektrostatické pole v okolí **záporně nabitého bodového náboje**



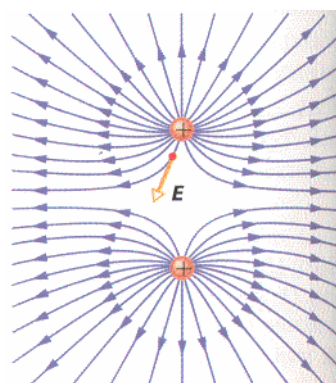
Obr. 3.1.-14.

c) elektrostatické pole v okolí **elektrického dipólu**



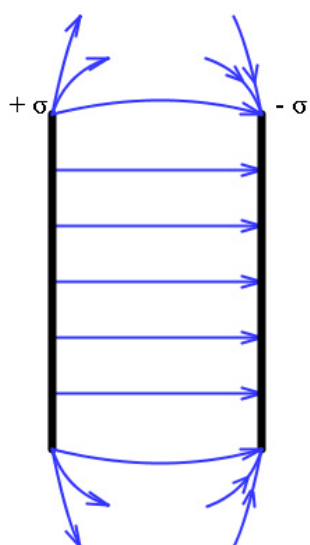
Obr. 3.1.-15.

d) elektrostatické pole v okolí soustavy **dvou souhlasně nabitých bodových nábojů**



Obr. 3.1.-16.

e) elektrostatické pole mezi **dvěma rovinnými nesouhlasně nabitými tělesy**



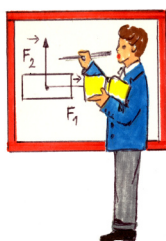
Obr. 3.1.-17.

Již na první pohled lze vypořizovat zásadní rozdíl mezi průběhem elektrických siločar na modelech elektrických polí v případech a) – d) s polem znázorněným na posledním obrázku e). V posledním případě se jedná o tzv. **homogenní** elektrostatické pole, ostatní případy představují pole **nehomogenní**.

V homogenním poli mají všechny siločáry tvar rovnoběžných přímek rozložených ve stejné hustotě v celém daném prostoru. Homogenní elektrické pole vzniká uvnitř mezi dvěma planparalelními deskami, avšak v okrajových oblastech toto pole již homogenní není (Obr. 3.1.-17).

Speciálním případem nehomogenního elektrického pole je pole **radiální**, ve kterém má vektor intenzity pole v každém bodě směr průvodiče (radiusvektoru) určujícího tento bod za předpokladu, že průvodič začíná v bodě, kde je umístěn náboj. K těmto polím patří modely na Obr. 3.1.-13. a 3.1.-14.

V následující části si uvedeme dva příklady chování nabitých těles ve vnějším homogenním elektrostatickém poli.



Příklad 1. Částice v elektrostatickém poli:

Uvažujme pohybující se částici s nábojem v homogenním elektrickém poli. Tato částice o hmotnosti m nesoucí náboj Q se pohybuje počáteční rychlostí $\mathbf{v}_0$. Její okamžitou polohu popisuje polohový vektor $\mathbf{r}_0$. tato částice vstupuje do elektrostatického pole o intenzitě $\mathbf{E} = \text{konst.}$

Elektrostatické pole působí na částici silou dle 3.1.-11: $\mathbf{F}_e = Q \mathbf{E}$

Podle 2. Newtonova pohybového zákona (zákona síly), tato síla udílí pohybující se hmotné částici zrychlení $\mathbf{a}$:

$$\mathbf{F}_e = Q \mathbf{E} = m \mathbf{a}$$

Částice se tedy pohybuje v poli se zrychlením: $\mathbf{a} = Q\mathbf{E}/m$

Ze vztahu mezi zrychlením a rychlostí (z kinematiky hmotných bodů) lze vyjádřit **časovou závislost rychlosti** částice: $\mathbf{v}(t) = \frac{Q}{m} \mathbf{E} t + \mathbf{v}_0$

Analogicky je dána **časová závislost polohy** částice:

$$\mathbf{r}(t) = \int \mathbf{v}(t) dt = \frac{Q}{2m} \mathbf{E} t^2 + \mathbf{v}_0 t + \mathbf{r}_0$$

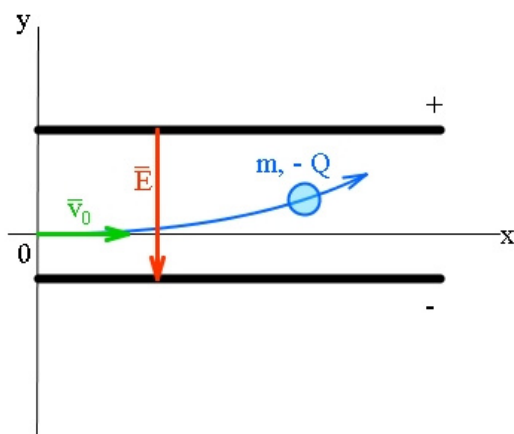
Pro vzájemnou orientaci vektoru intenzity $\mathbf{E}$ a počáteční rychlosti $\mathbf{v}_0$ platí:

- stejný směr a stejná orientace: **rovnoměrně zrychlený přímočarý** pohyb částice s kladným nábojem
- stejný směr a opačná orientace: **rovnoměrně zpomalený přímočarý** pohyb částice s kladným nábojem

Pozn.: Pro částici se záporným nábojem jsou u pohybů a) a b) orientace $\mathbf{E}$ opačné než je uvedeno.

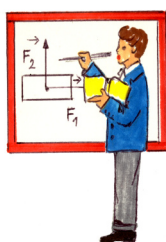
- c) vzájemně kolmé nebo svírající jiný úhel než a) b): nabitá částice se bude pohybovat po **parabole**

Znáznorněme si trajektorii pohybu nabitě částice pro případ pohybujícího se elektronu (tedy částice nesoucí záporný elementární náboj) v příčném homogenním elektrostatickém poli:



Obr. 3.1.-18

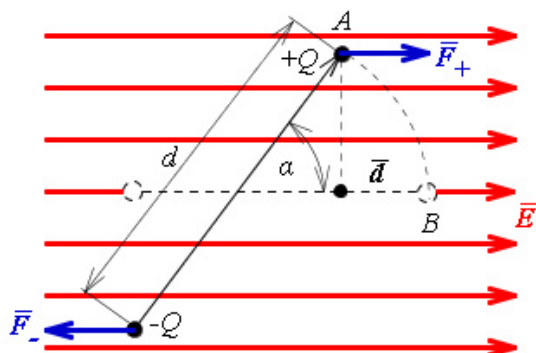
Pohyb částice s elektrickým nábojem v homogenním elektrickém poli je analogický pohybům těles v homogenním tíhovém poli Země.



Příklad 2. Elektrický dipól v elektrostatickém poli:

Uvažujme elektrický dipól, tedy dvojici nesouhlasných stejně velkých bodových nábojů. Tento elektrický **dipól** se nachází ve vnějším **homogenním** elektrostatickém poli. Dipól je **tuhý** vzhledem k působení vnějších elektrostatických sil (vzdálenost nábojů d se nemění), ale může se otáčet!

Dipól je charakterizován elektrickým dipólovým momentem $\vec{p} = Q \vec{d}$, který směřuje od záporného konce dipólu ke kladnému.



Obr. 3.1.-19

Na náboj dipólu působí elektrostatické síly $\vec{F}_e$ a $-\vec{F}_e$, které mají stejný směr, jsou však opačně orientované.

Velikosti těchto sil jsou stejné (3.1.-11):

$$F_e = Q E$$

Tyto dvě síly tedy vytváří **dvojici sil** (resp. tzv. silovou dvojici, kterou znáte z mechaniky). Působí-li na tuhé těleso dvojice sil, může mít na toto těleso otáčivý účinek. Míru otáčivého účinku určuje **moment dvojice sil**.

Moment této dvojice sil je:

$$M_D = F_e d \sin \alpha = Q E d \sin \alpha, \quad 3.1.-24$$

kde α je úhel, který svírá spojnice dipólu (osa) se směrem vektoru intenzity vnějšího homogenního elektrostatického pole.

Vyjádření velikosti momentu dvojice sil můžeme upravit pomocí elektrického dipólového momentu (dle vztahu 3.1.-18) na tvar:

$$M_D = p E d \sin \alpha \quad 3.1.-25$$

Ve vektorovém tvaru:

$$M_D = p \times E \quad 3.1.-26$$

V homogenním poli se dipól snaží stočit tak, aby vektor elektrického momentu dvojice sil p měl stejný směr jako vektor intenzity vnějšího pole E . Potom moment této dvojice sil zaniká a také výslednice působících sil je nulová.



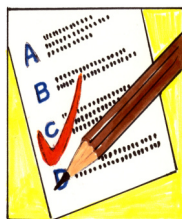
KO 3.1.-14. Intenzita elektrostatického pole je veličina skalární nebo vektorová? Jaká je její jednotka? Patří k základním jednotkám soustavy SI?

KO 3.1.-15. Intenzita pole v okolí nabitého tělesa závisí na prostředí, které toto těleso obklopuje?

KO 3.1.-16. Co vyjadřuje princip superpozice a jak jej lze v tomto případě využít?

KO 3.1.-17. Jak se nazývají myšlené (pomocné) křivky, kterými znázorňujeme průběh elektrostatických polí v okolí libovolných nabitých těles resp. soustav.

KO 3.1.-18. Vymenujte vlastnosti elektrických siločar a vysvětlete, proč se „volí“ konečný počet siločar jdoucích určitou plochou.



TO 3.1.-5. Intenzita elektrického pole E je

- a) rovna síle, kterou pole v daném místě působí na jednotkový kladný náboj
- b) rovna síle, kterou pole v daném místě působí na náboj Q
- c) práce, potřebná k přemístění jednotkového náboje z nekonečna do daného místa pole
- d) práce, potřebná k přemístění náboje Q z nekonečna do daného místa pole

TO 3.1.-6. Jednotka coulomb vyjádřená v základních jednotkách soustavy SI je:

- a) je to základní jednotka soustavy SI
- b) $A \cdot s^{-1}$
- c) $A^{-1} \cdot s$
- d) $A \cdot s$

TO 3.1.-7. Jednotka intenzity elektrického pole vyjádřená v základních jednotkách soustavy SI je :

- a) $N \cdot C^{-1}$
- b) $V \cdot m^{-1}$
- c) $kg \cdot m \cdot s^{-2} \cdot C^{-1}$
- d) $kg \cdot m \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$

TO 3.1.-8. Vektor intenzity charakterizující homogenní elektrostatické pole má v každém místě tohoto pole:

- a) stejný směr i orientaci, ale může mít různou velikost
- b) stejný směr i velikost, ale může mít různou orientaci
- c) stejný směr, orientaci i velikost



U 3.1.-4. Ve vrcholech rovnostranného trojúhelníku, jehož strany mají délku 0,5 m, jsou umístěny bodové náboje o velikosti $1 \mu\text{C}$. Určete intenzitu elektrického pole ve třetím vrcholu, jestliže jsou

- a) oba náboje kladné,
- b) oba náboje záporné,
- c) jeden náboj je kladný, druhý záporný.

U 3.1.-5. Na elektron, který se nachází v elektrostatickém poli působí síla $5 \cdot 10^{-18} \text{ N}$. V okamžiku, kdy došlo k zapnutí el. pole byla částice v klidu, po zapnutí se elektron začal pohybovat rovnoměrně zrychleně a urazil tak vzdálenost 9 cm. Určete velikost intenzity elektrostatického pole a maximální rychlost, které elektron dosáhl.

U 3.1.-6. Určete intenzitu elektrického pole v místě, které leží uprostřed mezi dvěma bodovými náboji $+20 \text{ mC}$ a $+50 \text{ mC}$, je-li jejich vzájemná vzdálenost 20 cm. Náboje se nacházejí v prostředí o relativní permitivitě 2.

U 3.1.-7. Dva bodové náboje o velikostech $8 \mu\text{C}$ a $5 \mu\text{C}$ jsou od sebe vzdáleny 20 cm. Ve kterém místě na jejich spojnici bude intenzita elektrického pole nulová?

U 3.1.-8. V okolí molekuly vodní páry vzniká elektrostatické pole analogické poli dipólu. Dipólový moment molekuly je $6,2 \cdot 10^{-30} \text{ C}\cdot\text{m}$. Jaká je velikost intenzity elektrostatického pole ve vzdálenosti 3 nm od molekuly na její dipólové ose (která probíhá oběma náboji)?

3.1.4 Tok vektoru intenzity, Gaussův zákon elektrostatiky



1. Definovat tok vektoru intenzity elektrického pole určitou plochou, dokázat/modifikovat tento vztah pro pole homogenní resp. rovinné plochy. Znat jednotku této veličiny.
2. Vyslovit i matematicky zapsat Gaussův zákon elektrostatiky.
3. Využitím Gaussova zákona stanovit intenzitu el. pole v okolí nabitě nekonečné roviny.

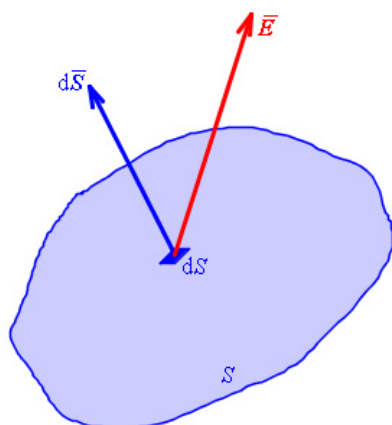


Tok vektoru intenzity elektrického pole:

Intenzita elektrického pole charakterizuje pole v určitém bodě. Pokud bychom chtěli charakterizovat pole ve větší oblasti, je nutné zavést novou skalární veličinu, kterou je **tok vektoru intenzity** elektrického pole.

Abychom mohli definovat tok určitou oblastí, je nutno tuto plochu dostatečně popsat nejen co do tvaru a velikosti, ale současně i stanovit její orientaci vůči vnějšímu elektrickému poli. Protože se může jednat o zcela obecnou plochu, jejíž orientace vůči vektoru elektrické

intenzity se v každém bodě liší, rozdělme si tuto plochu na dostatečně malé oblasti (plošky) tak, abychom mohli zanedbat jejich zakřivení a jevily se nám jako rovinné.



Obr. 3.1.-20

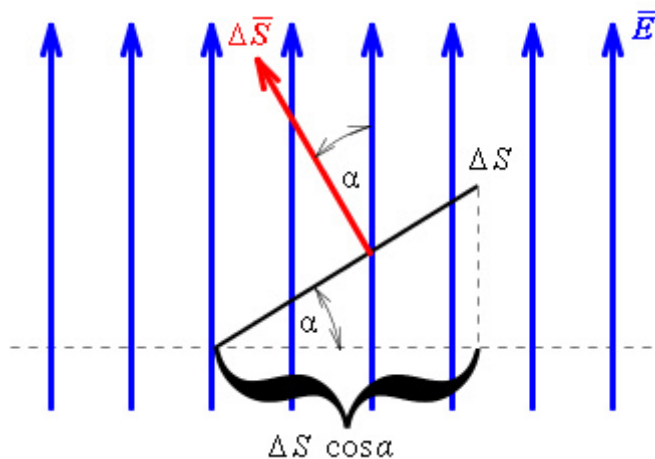
Každá z těchto plošek je tzv. **orientovaná**, neboť její orientace vůči vektoru elektrické intenzity je určena vektorem její normály. Protože jsou plošky libovolně malé, můžeme předpokládat, že elektrické pole určené vektorem intenzity E je na každém z nich konstantní. Potom tok vektoru intenzity elektrického pole každou z uvažovaných plošek je definován vztahem:

$$d\Phi_e = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad 3.1.-27$$

Tok celkovou plochou je určen integrací přes celou plochu:

$$\Phi_e = \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad 3.1.-28$$

Definici toku můžeme zjednodušit ve speciálním případě pro tok malou ploškou ΔS umístěnou v **homogenním elektrickém poli** ($E = \text{konst}$):



Obr. 3.1.-21

$$\Delta\Phi_e = \mathbf{E} \Delta\mathbf{S} = E\Delta S \cos \alpha \quad 3.1.-29$$

Má-li vektor intenzity E homogenního elektrického pole směr a orientaci totožný s vektorem normály k plošce ΔS , tok touto plochou je **maximální** a platí:

$$\Delta\Phi_e = E\Delta S, \quad 3.1.-30$$

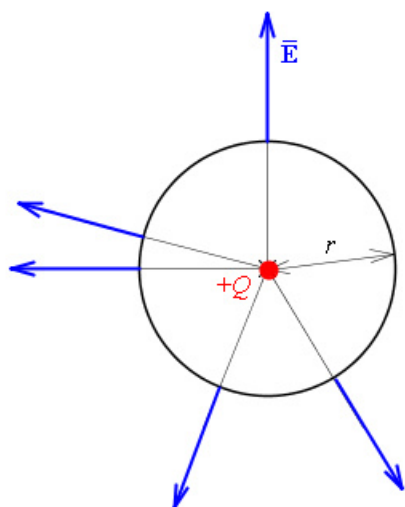
neboť $\cos \alpha = 1$, tj. úhel svírající vektor intenzity s vektorem pole je nulový.

Jednotkou toku intenzity elektrického pole je *volt metr*: V.m, resp. lze také užívat $\text{N.m}^2.\text{C}^{-1}$.

Gaussův zákon elektrostatiky

Při stanovení toku vektoru intenzity elektrického pole je vždy důležitá volba plochy. Velmi často se užívá tzv. **Gaussova plocha** – myšlená uzavřená plocha libovolného tvaru. Nejvhodnější tvar je však ten, který vyjadřuje symetrii zkoumaného problému. Proto se nejčastěji volí za Gaussovu plochu povrch koule, válce či jiného útvaru, který má definovaný prvek symetrie.

Uvažujme elektrické pole **kladného statického bodového** náboje Q , který je tentokrát ve vakuu obklopen uzavřenou plochou:



Obr. 3.1.-22

Síločáry jsou rozloženy sféricky symetricky, vycházejí z daného náboje radiálně. Pokud uzavřeme náboj do **kulové plochy** poloměru r se středem v náboji Q a uvažíme normování počtu síločar N ve vzdálenosti r připadající na jednotku plochy (počet síločar odpovídá velikosti intenzity elektrostatického pole E náboje Q), platí:

$$\Phi_e = E S \quad 3.1.-31$$

Použitím vzorce pro povrch koule $S = 4\pi r^2$ a vztahu (3.1.-12) ve skalárním tvaru dostaneme:

$$\frac{\Phi_e}{S} = E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}, \quad 3.1.-32$$

z čehož vyplývá:

$$\Phi_e = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad 3.1.-33$$

Tento vztah (3.1.-33) platí obecně pro **uzavřenou plochu** libovolného tvaru a celkový náboj v prostoru ohraničeném touto plochou. Je-li $Q > 0$, je $\Phi_e > 0$ (tj. síločáry vystupují z koule), je-li $Q < 0$, je $\Phi_e < 0$ (síločáry vstupují do koule). Složitějšími výpočty lze dokázat, že tento vztah platí nejen pro Gaussovu plochu ve tvaru koule obklopující bodový náboj, ale

pro jakoukoli uzavřenou plochu obsahující libovolný počet náhodně rozmístěných nábojů, jejichž algebraický součet (s ohledem na znaménko dle druhu náboje) je Q .

Pozn.: Náboje ležící **vně** této plochy k celkovému toku **nepřispívají!**

Gaussův zákon elektrostatiky určuje vztah mezi intenzitou elektrického pole na (uzavřené) Gaussově ploše a celkovým nábojem, který se **uvnitř** této plochy nachází.

Znění zákona: „Celkový tok vektoru intenzity E elektrického pole libovolnou uzavřenou plochou je úměrný náboji uzavřenému v této ploše.“

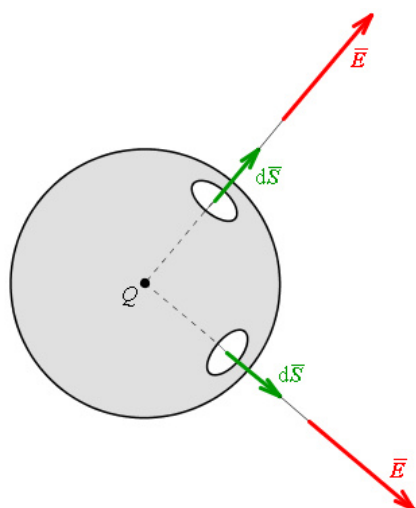
Jiné znění zákona I: „Tok Φ_e intenzity Gaussovou plochou je úměrný celkovému počtu siločar procházejících touto plochou.“

Jiné znění zákona II (pro vakuum): „Celkový tok vektoru intenzity E elektrického pole libovolnou uzavřenou plochou se rovná podílu celkového náboje obsaženého v uzavřené ploše a permitivity vakua.“

Důsledek: Uvnitř nabité kulové plochy je $E = 0 \text{ V.m}^{-1}$.

Gaussův zákon odvozený Carlem Friedrichem Gaussem je pouze odlišnou formulací Coulombova zákona, který je vhodný k použití v případech, kdy se zabýváme symetricky rozloženými náboji v prostoru. Lze tedy říci, že tyto dva zákony jsou ekvivalentní a lze odvodit jeden z druhého.

Pozn.: Gaussův zákon platí při volbě uzavřené plochy libovolného tvaru. Volba Gaussovy plochy v podobě povrchu koule je pro výpočty nejjednodušší z několika důvodů: plně vystihuje kulovou symetrii elektrického pole, v každém místě Gaussovy plochy je úhel mezi vektorem intenzity pole a normálou plochy nulový, velikost intenzity elektrického pole je stejná ve všech bodech kulové Gaussovy plochy.



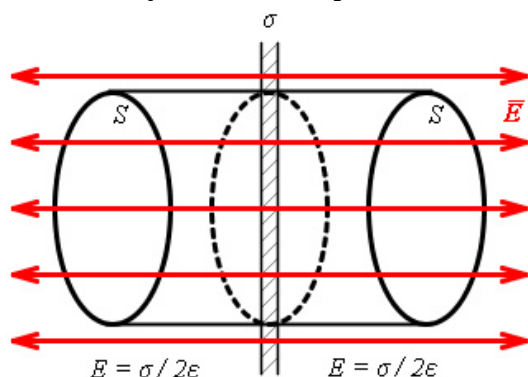
Obr. 3.1.-23

Gaussův zákon elektrostatiky platí pro pole stacionární i nestacionární a je jednou ze čtyř základních Maxwellových rovnic popisujících elektromagnetické pole.

Intenzita pole v okolí nabité roviny

Stanovení intenzity elektrostatického pole v okolí nabitých těles je jednou z velmi užitečných praktických aplikací Gaussova zákona.

Využití symetrie elektrostatického pole umožňuje stanovit z Gaussovy věty pole stejnoměrně nabitě roviny s konstantní plošnou hustotou náboje σ (Obr.3.1.-24).



Obr. 3.1.-24

Pro vymezení náboje na této rovině využijeme přímého válce, jehož podstavy jsou rovnoběžné s nabitou rovinou. Tento válec vytíná z nabitě roviny plochu o velikosti S a uzavírá uvnitř náboj o velikosti $S\sigma$. Normála této plochy $\mathbf{n}$ je současně její osou symetrie a má stejný směr jako vektor intenzity pole vytvořeného nabitou rovinou. Uvažujme tok vektoru intenzity $\mathbf{E}$ oběma podstavami válce (dle 3.1.-31):

$$\Phi = ES + ES = 2ES$$

Tok vektoru intenzity pláštěm je nulový, neboť plocha pláště je rovnoběžná se směrem pole a jak je zřejmé již z obrázku 3.1.-24, žádný z vektorů intenzity pole do pláště nevstupuje ani z něj nevychází.

Podle Gaussovy věty tedy platí:

$$\Phi = 2ES = \frac{S\sigma}{\epsilon_0}$$

Vyjádříme si velikost intenzity elektrostatického pole:

$$E = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Tento uvedený odvozený výsledek souhlasí s již výše uvedeným vztahem 3.1.-23 a je zřejmé, že platí pro libovolnou výšku válce, tedy je nezávislý na vzdálenosti od nabitě roviny, neboť pole je v celém prostoru homogenní, siločáry jsou rovnoběžné a navzájem stejně vzdálené.

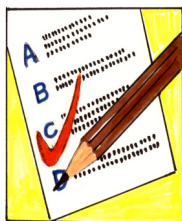
KO 3.1.-19. Tok vektoru intenzity elektrostatického pole je definován pro oblast libovolného tvaru? Může se jednat i o plochu uzavřenou?



KO 3.1.-20. Kdy je tok vektoru intenzity maximální?

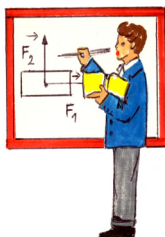
KO 3.1.-21. Vyslovte Gaussův zákon elektrostatiky.

KO 3.1.-22. Gaussův zákon elektrostatiky je definován pro oblasti (tzv. Gaussovy plochy) libovolného tvaru?



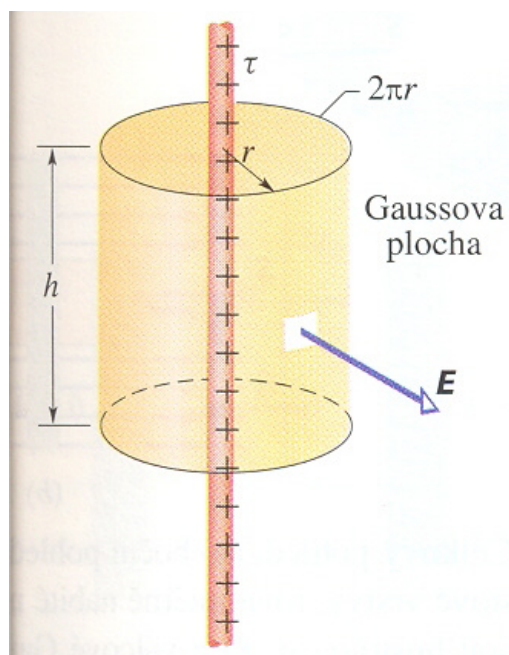
TO 3.1.-9. Jaká je jednotka toku vektoru intenzity elektrostatického pole?
 a) V.m b) V.m⁻¹ c) V⁻¹.m d) V⁻¹.m⁻²

TO 3.1.-10. Uvnitř nabité kulové plochy je vždy intenzita:
 a) nulová b) maximální c) různá, dle hustoty náboje na této ploše



Určete pomocí Gaussovy věty elektrostatiky velikost elektrické intenzity pole nekonečně dlouhého nabitého vlákna (zanedbatelné tloušťky) ve vzdálenosti r od osy vlákna, jestliže lineární hustota náboje na vlákne je τ .

Zvolme Gaussovu plochu ve tvaru povrchu válce, který obklopuje nabité vlákno a je s tímto vláknem souosý (osa plochy válce splývá s osou vlákna). Pole nabitého vlákna má rotační symetrii, vektor intenzity směřuje kolmo k ose válce (od osy pro kladný náboj vlákna, opačně pro záporný náboj). Tok podstavami válce je nulový. Vše je zřejmé z Obr. 3.1.-25:



Obr. 3.1.-25.

Je tedy třeba stanovit tok pláštěm válce, který je nenulový. Obsah pláště válce je $2\pi rh$, kde h je výška válcové plochy. Tok intenzity elektrického pole tímto pláštěm je tedy podle vzorce 3.1.-29 dán:
 $\Phi_e = E S \cos 0 = 2 \pi E r h$.

Dle Gaussova zákona $Q = \epsilon_0 \Phi_e$ získáváme:
 $2 \epsilon_0 E \pi r h = \tau h$, z čehož přímo vyplývá hledaný vztah pro intenzitu pole vlákna:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}$$

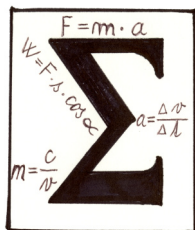
Ve výsledném vztahu chybí výška válce, kterou jsme si na začátku mohli libovolně zvolit, což znamená, že na této volbě nezáleží a vztah tedy platí i pro nabitě vlákno nekonečné délky.



U 3.1.-9. Stanovte průběh intenzity elektrostatického pole v okolí středu jádra atomu zlata až do vzdálenosti dvojnásobku jeho poloměru. Předpokládejme, že jádro zlata má kulový tvar, jeho náboj je spojitě prostorově rozložen. Poloměr jádra je $R = 6,2 \cdot 10^{-15} \text{ m}$, celkový náboj $Q = 79e$.

U 3.1.-10. Bodový náboj o velikosti $1,8 \mu\text{C}$ se nachází ve středu krychle o hraně 55 cm . určete celkový tok elektrické intenzity povrchem této krychle.

U 3.1.-11. Bodový náboj způsobí tok intenzity elektrického pole $-750 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-1}$ kulovou Gaussovou plochou o poloměru 10 cm , v jejímž středu leží uvedený bodový náboj. Určete velikost tohoto náboje a velikost toku Gaussovou plochou o dvojnásobném poloměru.



- Elektrostatické pole existuje v okolí všech elektricky nabitých těles, která jsou vzhledem ke zvolené vztažné soustavě v klidu.
- Elektrický náboj je skalární fyzikální veličina, jednotkou je coulomb - C.
- Pro elektrický náboj platí zákony: zachování, superpozice, invariantnosti a kvantování.

- Coulombův zákon: $\mathbf{F}_{e(2,1)} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \mathbf{r}_0 = k \frac{Q_1 Q_2}{r^3} \mathbf{r}$ charakterizuje vzájemné silové působení mezi bodovými náboji.
- Konstanta úměrnosti $k = 1/4\pi\epsilon$, kde ϵ je permitivita prostředí. Pro vakuum platí $k = 1/4\pi\epsilon_0$, kde ϵ_0 je tzv. permitivita vakua $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{N}^{-1} \text{m}^{-2}$. Pro libovolné dielektrikum je definována hodnota tzv. relativní permitivity $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$.
- Intenzita $\mathbf{E}$ je určena podílem elektrické síly, která v daném místě pole působí na kladný bodový náboj q , a velikostí tohoto náboje $E = \frac{F_e}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$.
- Jednotkou elektrické intenzity je $\text{N} \cdot \text{C}^{-1}$, což lze také vyjádřit ve tvaru $\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$.
- Elektrický dipólový moment $\mathbf{p} = Q \mathbf{l}$.
- Elektrické siločáry slouží k zobrazení směru, orientace a velikosti elektrického pole. Vektor elektrické intenzity v určitém bodě leží vždy na tečně k siločáře jdoucí tímto bodem. Hustota siločar je úměrná velikosti intenzity v tomto místě.
- Tok vektoru elektrické intenzity celkovou plochou S je dán: $\Phi_e = \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$
- Tok vektoru elektrické intenzity malou ploškou ΔS umístěnou v homogenním elektrickém poli $\Delta\Phi_e = \mathbf{E} \Delta\mathbf{S} = E \Delta S \cos \alpha$.
- Gaussův zákon elektrostatiky: Celkový tok vektoru intenzity $\mathbf{E}$ elektrického pole libovolnou uzavřenou plochou je úměrný náboji uzavřenému v této ploše, resp. Tok

Φ_e intenzity Gaussovou plochou je úměrný celkovému počtu siločar procházejících touto plochou. $\Phi_e = \frac{Q}{\epsilon_0}$.

3.1.5. Práce sil elektrostatického pole při přemísťování náboje

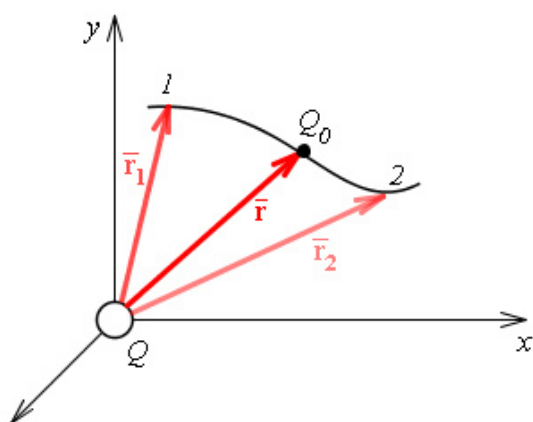


1. Vyjmenovat, které síly jsou tzv. konzervativní, resp. které jsou jejich opakem (síly disipativní).
2. Definovat veličiny: práce sil el. pole a potenciální energie náboje, určit jejich vzájemnou souvislost a jejich jednotky.
3. Znat vztah mezi intenzitou elektrostatického pole a potenciálem.
4. Umět rozlišit, kdy práci v el. poli konají síly vnější a kdy síly pole.
5. Určit, kdy dochází k úbytku nebo nárůstu elektrické potenciální energie náboje při přemísťování v el. poli.



Síly elektrostatického pole vyjádřené Coulombovým zákonem jsou matematicky analogické gravitačním silám definovaným Newtonovým zákonem, z čehož vyplývá, že některé jejich vlastnosti jim mohou být společné. Rozhodně se jedná o síly tzv. **konzervativní**. Elektrostatické síly podobně jako síly gravitační mají tu vlastnost, že práce, kterou při přenesení nabitěho tělesa vykonají, nezávisí na tom, po jaké dráze se náboj pohybuje, ale pouze na jeho velikosti a počáteční i koncové poloze. Právě tato vlastnost nám umožňuje definovat skalární veličinu zvanou **potenciál**, jejíž pomocí lze charakterizovat elektrostatické pole. Při přemísťování náboje Q v elektrickém poli o intenzitě E je nutné překonávat sílu $F = EQ$, přitom se vykoná určitá **práce** a náboj získá jistou **potenciální energii**, kterou nazýváme elektrostatickou (resp. elektrickou). Tento závěr je zřejmý již z mechaniky: každý děj, při kterém dochází ke změně energie je spojen s konáním práce.

Odvodme si tedy postupně jednotlivé výše zmíněné veličiny jednoduchým myšlenkovým pokusem (viz Obr. 3.1.-26). Mějme bodový náboj Q_0 v elektrickém poli, jehož zdrojem je nabitá částice Q , který je pro zjednodušení umístěn v počátku soustavy souřadnic, díky které bude možno přesně definovat změnu polohy bodového náboje Q_0 . Na tento bodový náboj působí **elektrická síla** $F = QE$.



Obr. 3.1.-26

Při přemístění tohoto náboje Q_0 nekonečně pomalu po zvoleném elementu trajektorie **vykonají síly pole práci**:

$$dW = \mathbf{F} d\mathbf{r} = Q_0 \mathbf{E} d\mathbf{r} \quad 3.1.-34$$

Odtud **celkovou práci** vykonanou při přemístění náboje mezi body 1, 2 určíme integrací:

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \mathbf{F} d\mathbf{r} = \frac{Q Q_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{\mathbf{r}^0 d\mathbf{r}}{r^2} = \frac{Q Q_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} \quad 3.1.-35$$

$$W = \frac{Q Q_0}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_1}^{r_2} = \frac{Q Q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad 3.1.-36$$

Z posledního vztahu (3.1.-36) je zcela evidentní, že **práce nezávisí na trajektorii**, po které se náboj přemísťuje, práce závisí pouze na poloze počátečního a koncového bodu. V tomto vztahu není nijak zahrnuta informace o trajektorii, po které pohyb náboje probíhá.

Jednotkou práce je joule (J).

Pokud bychom uvažili práci vykonanou při přemístění náboje po **uzavřené křivce**, tj. pokud bodový náboj přemístíme zpět do výchozího bodu, výsledná práce je **nulová** (ve vztahu 3.1.-36 je výraz v závorce roven nule, neboť koncovou a výchozí polohu popisuje stejná souřadnice $r_1 = r_2$)

Obecně bychom mohli vyjádřit celkovou vykonanou práci při přemístění náboje v elektrostatickém poli ve tvarech:

$$W = Q_0 \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{E} d\mathbf{r}, \quad \text{resp.} \quad \oint_l \mathbf{E} d\mathbf{r} = 0 \quad 3.1.-37$$

Pozn.: Abychom mohli elektrické síly považovat za elektrostatické, musí se částice pohybovat natolik pomalu, aby se neuplatnily jevy spjaté s pohybem náboje, např. elektrický proud.

Podstatného zjednodušení lze dosáhnout pro případ homogenního elektrostatického pole, neboť v tomto poli má vektor intenzity $\mathbf{E}$ stálou velikost, směr i orientaci. Potom práce sil v elektrostatickém poli je dána:

$$W = Q_0 E r \quad 3.1.-38$$

Elektrická potenciální energie bodového náboje

Každému systému, který je složený ze dvou a více nabitých částic, lze přiřadit potenciální (polohovou) energii, v tomto případě ji můžeme nazývat elektrostatickou resp. elektrickou potenciální energií E_{pe} . Změní-li v takovém systému (např. nabitá částice Q_0 a zdroj el. pole Q z předchozích úvah) částice svoji polohu, potom elektrostatická síla vykoná práci odpovídající změně potenciální energie ΔE_{pe} . Dvojice bodových elektrických nábojů má tedy elektrickou potenciální energii:

$$E_{pe} = \frac{Q Q_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} + c \quad 3.1.-39$$

kde c je integrační konstanta. Hodnotu integrační konstanty stanovíme z okrajových podmínek.

Okrajové podmínky:

tj. výchozí bod je v **nekonečnu**. Vycházíme ze skutečnosti, že bodový náboj nacházející se v nekonečnu je tak daleko, že silové působení je zanedbatelné:

$$r \rightarrow \infty, F \rightarrow 0.$$

Pokud je bodový náboj mimo dosah sil elektrostatického pole, potenciální (polohová) energie náboje je nulová. Z toho po dosazení vyplývá, že integrační konstanta ve vztahu 3.1.-39 je nulová:

$$E_{pe} = 0 \Rightarrow c = 0.$$

Obecný vztah pro elektrickou potenciální energii náboje v poli elektrostatických sil je tedy dán:

$$E_{pe} = \frac{Q Q_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \quad 3.1.-40$$

Elektrická potenciální energie soustavy nábojů je rovna práci, kterou musí vykonat vnější síla při přemístění náboje z nekonečna do daného místa.

Elektrickou potenciální energii považujeme stejně jako jiné druhy potenciální energie za jednu z forem energie, proto je **jednotkou** joule (J).

Změna elektrické potenciální energie:

Pokud dojde k přemístění náboje z bodu 1 do bodu 2, **vykonaná práce sil** elektrického pole při přemístění náboje Q_0 je rovna **úbytku elektrické potenciální energie** náboje:

$$W = \frac{Q Q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = -\Delta E_{pe} \quad 3.1.-41$$

Pozn.: Je důležité odlišit, zda konají práci síly pole resp. vnější síla, která působení sil pole překonává. Koná-li práci síla elektrického pole, dochází k úbytku potenciální energie. Konají-li práci síly vnější, tato práce se koná ve prospěch potenciální energie tělesa.

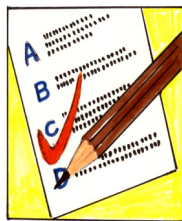


KO 3.1.-23. Jak závisí práce elektrostatických sil na trajektorii při přemístování nabitých těles v elektrostatickém poli?

KO 3.1.-24. Jakou práci vykonají vnější síly při přemístění bodového náboje po uzavřené křivce?

KO 3.1.-25. Při odvozování elektrické potenciální energie se zavádějí tzv. okrajové podmínky. Proč se vztažný bod volí v nekonečnu?

KO 3.1.-26. Pokud při přemístování bodového náboje v elektrostatickém poli konají práci vnější síly, elektrická potenciální energie tělesa narůstá?



TO 3.1.-11. Přemístíme-li **kladný** bodový náboj v elektrostatickém poli **ve směru** vektoru elektrické intenzity, elektrická potenciální energie náboje:

- a) klesá b) narůstá c) nemění se

TO 3.1.-12. Přemístíme-li **kladný** bodový náboj v elektrostatickém poli **proti směru** vektoru elektrické intenzity, elektrická potenciální energie

náboje:

- a) klesá b) narůstá c) nemění se

TO 3.1.-13. Přemístíme-li **kladný** bodový náboj v elektrostatickém poli **kolmo ke směru** vektoru elektrické intenzity, elektrická potenciální energie náboje:

- a) klesá b) narůstá c) nemění se

TO 3.1.-14. Přemístíme-li **záporný** bodový náboj v elektrostatickém poli **proti směru** vektoru elektrické intenzity, elektrická potenciální energie náboje:

- a) klesá b) narůstá c) nemění se

TO 3.1.-15. Ekvipotenciální hladiny (hladiny o stejné elektrické potenciální energii) jsou k vektoru intenzity:

- a) vždy kolmé b) jsou vzájemně rovnoběžné c) mají směr tečny

3.1.6. Potenciál elektrického pole, napětí



1. Definovat skalární veličinu, která charakterizuje elektrostatické pole včetně jednotky.
2. Znat definiční vztah pro elektrický potenciál jediného bodového náboje v libovolném místě, resp. pro soustavu bodových nábojů.
3. Popsat ekvipotenciální plochy, umět je graficky znázornit v jednoduchých případech (pole bodového náboje, pole kulového

nabitého tělesa,...)

4. Popsat souvislost mezi ekvipotenciálními hladinami a siločarami el. pole.
5. Definovat elektrické napětí, včetně jednotky.
6. umět vyjádřit rozměr jednotky V – volt.
7. Znat souvislost mezi dvěma veličinami, které charakterizují elektrostatické pole: el. intenzitou a potenciálem.



Elektrická potenciální energie nabitého tělesa je skalární veličina, která jednoznačně závisí na velikosti náboje tělesa. Je to veličina, která popisuje stav náboje, který se nachází ve vnějším elektrickém poli. Avšak pokud tuto veličinu vztáhneme k jednotkovému náboji, získáváme veličinu, která popisuje samotné elektrické pole! Touto veličinou je tzv.

elektrický potenciál.

Elektrický potenciál je **skalární veličina** charakterizující pole v určité vzdálenosti od zdroje, je dána podílem elektrické potenciální energie kladného bodového náboje Q_0 , který se v daném místě nachází, a velikosti tohoto náboje:

$$\varphi = \frac{E_P}{Q_0}$$

3.1.-42

„Elektrický potenciál je dán elektrickou potenciální energií kladného jednotkového náboje v daném místě.“

Jiná znění:

- Elektrický potenciál je číselně roven práci, kterou vykonají **síly pole** při přenesení kladného jednotkového náboje z daného bodu pole do nekonečna.

- Elektrický potenciál je číselně roven práci, kterou vykonají **vnější síly** při přenesení kladného jednotkového náboje z nekonečna do daného bodu pole.

Dosadíme-li do vztahu 3.1.-42 za elektrickou potenciální energii bodového náboje Q_0 (vztah 3.1.-40) získáváme definiční vztah pro elektrický potenciál **elektrického pole bodového náboje** Q :

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \quad 3.1.-43$$

Analogicky využitím principu superpozice (skládání el. polí pomocí skládání vektorů elektrické intenzity) je definován elektrický potenciál elektrického pole **soustavy diskrétních bodových nábojů**:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_j \frac{Q_j}{r_j} \quad 3.1.-44$$

V případě, že elektrostatické pole je tvořeno spojitě rozloženým nábojem na definované ploše S resp. v objemu V , musíme uvážit plošnou a objemovou hustotu náboje na daných tělesech. Výsledný potenciál je potom dán:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma dS}{r}, \quad 3.1.-45$$

resp.

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho dV}{r} \quad 3.1.-46$$

Pomocí výše uvedených vztahů 3.1.-43 až 3.1.-46 lze vypočítat potenciál všech druhů polí pro libovolný tvar nabitého tělesa.

Pozn.: do vztahů pro elektrickou potenciální energii a elektrický potenciál elektrického pole bodového náboje dosazujeme náboje včetně znamének!

Jednotka elektrického potenciálu je zřejmá již ze vztahu 3.1.-42, tedy $J.C^{-1}$. Častěji se však vyjadřuje hodnota potenciálu ve voltech (V).

Příklad I: Elektrický potenciál nabitě kulové plochy o poloměru R se spojitě rozloženým nábojem:

a) Potenciál **vně** této plochy ve vzdálenosti $a > R$ je dán vztahem, kde a je vzdálenost od středu kulové plochy:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{a} \quad 3.1.-47$$

b) Potenciál **na povrchu** (ve vzdálenosti R) a **uvnitř** kulové plochy $r < R$:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \quad 3.1.-48$$

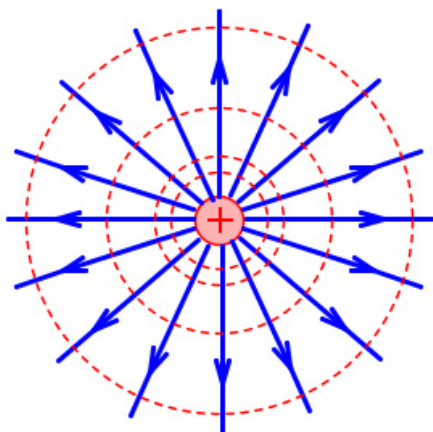
Ze vztahu 3.1.-48 je zřejmé, že potenciál kdekoli uvnitř nabité kulové plochy je konstantní a je roven hodnotě potenciálu na povrchu koule.

Příklad II: Elektrický potenciál nabitého vodiče:

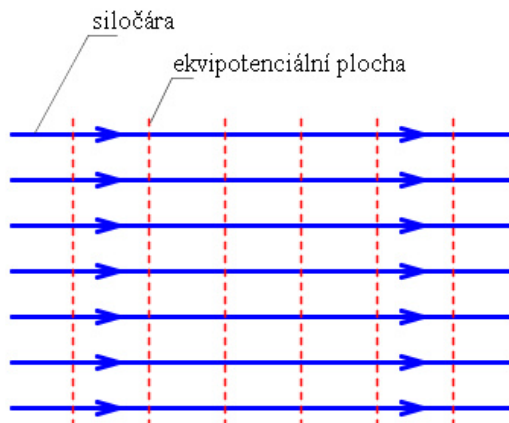
Pokud přeneseme na vodič elektrický náboj, bude v rovnovážném stavu rozložen výhradně **na povrchu** vodiče s proměnnou hustotou. Rozloží se tak, že celý vodič (resp. všechny body vodiče uvnitř i na povrchu) má **týž potenciál**. **Plošná hustota** náboje je tedy největší v místech s velkým zakřivením (hrany, hroty). Elektrická intenzita vně vodiče je v těchto místech rovněž největší, **uvnitř vodiče je nulová**. Tento poznatek platí bez ohledu na to, zda vodič má či nemá dutinu.

Ekvipotenciální plochy:

Body, ve kterých má elektrický potenciál stejnou hodnotu tvoří tzv. ekvipotenciální plochy, se kterými jste se již setkali v gravitačním poli. V elektrickém poli bodového náboje stejně jako v poli náboje rozloženého středově symetricky jsou ekvipotenciálními plochami soustředné kulové vrstvy (obr. 3.1.-27). V homogenním poli tvoří tyto plochy soustavu vzájemně rovnoběžných rovin kolmých na siločáry (obr. 3.1.-28).



Obr. 3.1.-27.



Obr. 3.1.-28.

Z obrázků je zřejmé, že ekvipotenciální plochy jsou vždy kolmé k siločárám a tím i k vektoru elektrické intenzity $\mathbf{E}$. Pokud dochází k přemístění nabité částice mezi dvěma body, které leží na téže ekvipotenciální ploše, nevykoná elektrické pole žádnou celkovou práci, a to i v případě, že se pohyb děje po trajektorii, která zasahuje mimo danou ekvipotenciální plochu (práce elektrostatické síly je nezávislá na trajektorii!).

Souvislost potenciálu a intenzity elektrického pole:

Pokud známe vektor intenzity elektrického pole v každém (libovolném) bodě, lze vypočítat potenciálový rozdíl mezi dvěma libovolnými místy, resp. stanovit potenciál v daném místě vzhledem k nulové hladině potenciálu, která se zpravidla volí v nekonečnu nebo na některé pro daný případ důležité vodivé ploše. Mezi těmito veličinami platí vztah (vycházející ze vztahu mezi prací vykonanou silami pole na přenesení náboje mezi dvěma body A a B a změnou potenciální elektrické energie částice):

$$\varphi_B - \varphi_A = - \int_A^B \mathbf{E} \, ds, \quad 3.1.-49$$

kde ds je vektor posunutí mezi dvěma místy (resp. daným bodem a referenčním místem).

Elektrický potenciál v určitém místě pole tedy můžeme určit vždy, známe-li intenzitu elektrického pole v každém bodě trajektorie spojující tento bod s bodem referenčním.

Analogicky lze vyjádřit tento vztah i pro výpočet intenzity elektrického pole ze známých hodnot potenciálu:

$$\mathbf{E} = - \frac{d\varphi}{ds}, \quad 3.1.-50$$

kde $d\varphi$ je potenciálový rozdíl mezi každou dvojicí sousedních ekvipotenciálních ploch a ds určuje velikost vektoru posunutí mezi těmito dvěma plochami.

Rovnici 3.1.-50 lze tedy slovně vyjádřit následujícím způsobem:

„Složka intenzity elektrického pole v libovolném směru je rovna POKLESU potenciálu v tomto směru připadajícímu na jednotkovou vzdálenost.“

Abychom mohli stanovit nejen velikost vektoru intenzity elektrického pole, bylo by nutné znát funkci $\varphi = \varphi(x, y, z)$ a postupně stanovovat složky vektoru intenzity E_x , E_y a E_z pomocí parciálních derivací.

Elektrické napětí

V začátku této kapitoly při definici elektrického potenciálu bylo samozřejmě nezbytně nutné stanovit také jednotku této skalární veličiny. Uvedená odvozená jednotka volt (V) je však z běžného života známější pro jinou veličinu, kterou je **elektrické napětí**. Musí to tedy znamenat, že tyto dvě veličiny spolu bezprostředně souvisí! **Napětí mezi dvěma body** elektrického pole je vždy rovno **rozdílu potenciálů** v těchto bodech:

$$U_{AB} = \int_A^B \mathbf{E} \, d\mathbf{r} = \varphi_1 - \varphi_2 \quad 3.1.-51$$

Napětí mezi dvěma body je tedy také rovno **práci**, která se vykoná při přemístění jednotkového náboje Q_0 z jednoho bodu do druhého:

$$W = Q_0 U \quad 3.1.-52$$

Jednotka napětí a elektrického potenciálu musí být dle definice (3.1.-51) stejná, tedy volt (V). Rozměr této jednotky je $V = J \cdot C^{-1} = N \cdot m \cdot A \cdot s = kg \cdot m \cdot s^{-2} \cdot m \cdot A \cdot s = kg \cdot m^2 \cdot s^{-1} \cdot A$.



KO 3.1.-27. Elektrický potenciál je skalární nebo vektorová veličina? Jakou má jednotku?

KO 3.1.-28. Znaménko potenciálu je stejné, jako znaménko elektrického náboje, který pole vytváří?

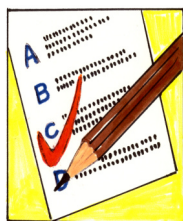
KO 3.1.-29. Určete, jaká je souvislost mezi elektrickou intenzitou a potenciálem elektrostatického pole.

KO 3.1.-30. Co jsou to Eliášovy ohně a s jakým jevem zmíněným v této

kapitole souvisí?

KO 3.1.-31. Jak lze schematicky znázornit soustavu ekvipotenciálních ploch homogenního elektrostatického pole?

KO 3.1.-32. Proč je jednotka elektrického napětí a elektrického potenciálu stejná?



TO 3.1.-16. Elektrický potenciál pole kladného bodového náboje roste nebo klesá se vzdáleností od daného náboje?

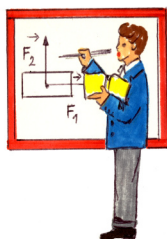
- a) Klesá, s první mocninou vzdálenosti.
- b) Roste, s první mocninou vzdálenosti.
- c) Klesá, s druhou mocninou vzdálenosti.
- d) Roste, s druhou mocninou vzdálenosti.

TO 3.1.-17. Dojde-li k přemístění bodového náboje po určité ekvipotenciální hladině z jednoho bodu do druhého, jakou práci vykonají síly elektrostatického pole?

- a) kladnou
- b) zápornou
- c) nulovou

TO 3.1.-18. Jakou elektrickou potenciální energii má náboj $3 \mu\text{C}$, který se nachází v poli kladného bodového náboje $4 \mu\text{C}$, je-li ve vzdálenosti 3 m ?

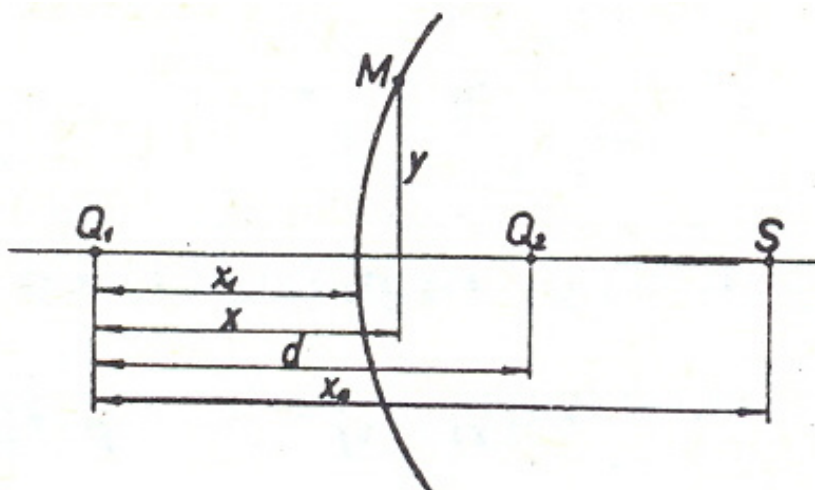
- a) 36 mJ
 - b) 36 kJ
 - c) 4 mJ
 - d) 4 kJ
- a) 36 mJ



Určete, kde se nachází nulová hladina potenciální energie elektrostatického pole buzeného dvojicí bodových nábojů $Q_1 = -5 \mu\text{C}$ a $Q_2 = +3 \mu\text{C}$, jejichž vzdálenost je $d = 10 \text{ cm}$.

Hledáme množinu všech míst (ekvipotenciální plochu), v nichž je elektrická potenciální energie bodového náboje nulová. V tomto případě se jedná o kulovou vrstvu o neznámém poloměru.

Hledáme tedy libovolný bod A této koule (viz Obr. 3.1.-29), pro který je daná podmínka splněna, potenciál je roven nule.



Obr. 3.1.-29

Potenciál v bodě A je tedy nulový a platí:

$$\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0\sqrt{(d-x)^2+y^2}} = 0$$

Po úpravách dostáváme kvadratickou rovnici, která je rovnicí kružnice se středem na ose x , tj. na spojnici obou nábojů. Hledáme tedy body, ve kterých kružnice protíná osu x .

$$(Q_1^2 - Q_2^2)x^2 - 2Q_1^2xd + Q_1^2d^2 = 0$$

Kořeny této rovnice jsou $x_1 \approx 6,25$ cm, $x_2 = 25$ cm, hledaný poloměr kružnice je tedy:

$$r = \frac{x_2 - x_1}{2} = 9,375 \text{ cm}$$

Střed kružnice, jejíž rotací kolem osy x vznikne hledaná ekvipotenciální plocha, leží ve vzdálenosti $x_1 + r \approx 15,63$ cm od náboje Q_1 .

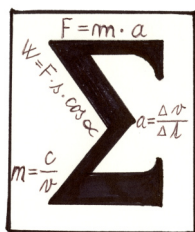


U 3.1.-12. Jakou práci je třeba vykonat při přemístění kladného bodového náboje o velikosti $0,03 \mu\text{C}$ mezi dvěma místy elektrostatického pole, v nichž jsou hodnoty potenciálu 300 V a 1200 V. Určete práci a) ve směru růstu potenciálu i b) ve směru jeho poklesu.

U 3.1.-13. Jak velké je napětí mezi dvěma body A a B ve vakuu ve vnějším elektrostatickém poli, jehož zdrojem je bodový náboj $0,5 \mu\text{C}$, jestliže bod A je od bodového náboje vzdálen 2 cm a koncový bod B 10 cm v témže směru?

U 3.1.-14. Dva kladné bodové náboje 20 nC a 40 nC jsou ve vzájemní vzdálenosti 80 cm. Jakou práci je třeba vykonat, abychom je přiblížili na vzájemnou vzdálenost 10 cm?

U 3.1.-15. Mezi dvěma vodorovnými kovovými deskami vzdálenými od sebe $4,8$ mm a nabitými na napětí 1 kV se vznáší malá záporně nabitá olejová kapka o hmotnosti 10^{-13} kg. Určete náboj kapky a počet nadbytečných elektronů, které má tato kapka. Určete, kolik elektronů kapka ztratila, jestliže se začne pohybovat směrem dolů k záporně nabitě desce se zrychlením o velikosti 5 m.s^{-2} ?



- Při přemístění bodového náboje v elektrostatickém poli z bodu A do bodu B dojde ke změně elektrické potenciální energie o ΔE_p , přičemž velikost této změny je rovna práci W , kterou musí vykonat síly elektrostatického pole při přenesení náboje z bodu A do bodu B.

$$\Delta E_{pe} = - W$$

- Elektrická potenciální energie bodového náboje v poli elektrostatických sil je dána:

$$E_{pe} = \frac{Q Q_0}{4\pi\epsilon_0 r}$$

- Nulová hladina potenciální energie se volí v nekonečnu.

- Potenciál elektrostatického pole je skalární veličina charakterizující pole v určité vzdálenosti od zdroje: $\varphi = \frac{E_{pe}}{Q_0}$

- Elektrický potenciál je dán elektrickou potenciální energií kladného jednotkového náboje v daném místě.

- Ekvipotenciální plochy jsou množiny všech bodů, které mají stejný potenciál.

- Napětí mezi dvěma body elektrostatického pole je rovno rozdílu potenciálů v těchto bodech: $U = \Delta \varphi$.

3.1.7 Elektrostatická indukce



1. Umět rozlišit vodiče a dielektrika. Vysvětlit pojem volné a vázané nosiče náboje.
2. Charakterizovat chování vodičů a dielektrik ve vnějším elektrickém poli.
3. Popsat jev elektrostatické indukce u vodičů a polarizaci dielektrik.
4. Vysvětlí význam relativní permitivity prostředí.



Elektricky nabitá tělesa a částice na sebe vzájemně působí prostřednictvím svých elektrických polí. Elektrické pole nám dostatečně popisují veličiny: intenzita elektrického pole a elektrický potenciál. Současně díky Coulombovu zákonu víme, jakými silami na sebe tato nabitá tělesa působí, avšak dosud nebylo stanoveno, jaké účinky má ono silové působení. Mlý náznak se již objevil v závěru kapitoly 3.1.3., kde bylo popsáno chování osamocené pohybující se nabitě částice a elektrického dipólu ve vnějším homogenním elektrickém poli. Nyní tento popis rozšíříme na všechny druhy těles, která se mohou v elektrickém poli nacházet.

Tělesa byla již v úvodu rozdělena podle schopnosti udržet nahromaděný elektrický náboj na jednom místě nebo umožnit tomuto náboji jeho rozšíření po tělese na tzv. vodiče a dielektrika.

a) Vodič ve vnějším elektrickém poli

Látky obsahující velký počet nabitých částic, které jsou alespoň částečně pohyblivé nazýváme **vodiče**. V kovech jsou to volné elektrony, jejichž náboj je v neutrálním stavu vykompenzován kladným nábojem iontů krystalové mřížky. Tyto elektrony tvoří uvnitř kovu tzv. elektronový plyn. V elektricky vodivých tekutinách jsou pohyblivými nosiči náboje kladné a záporné ionty.

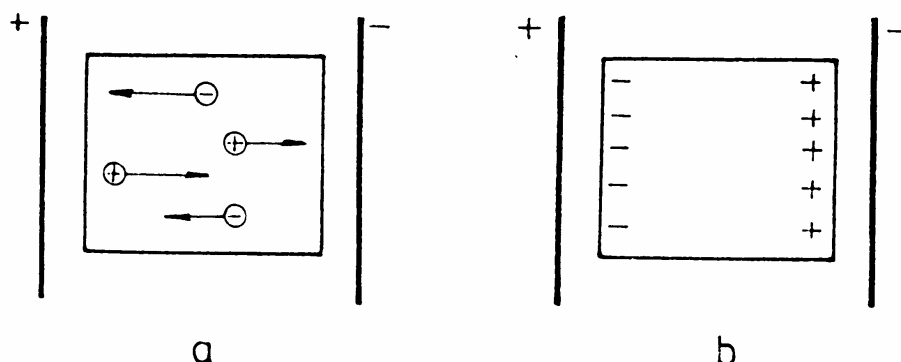
Volné náboje se po vložení látky do pole budou **pohybovat** až do vytvoření ustáleného stavu. Tento krátkodobý pohyb způsobí přeskupení náboje v látce. Tento **usměrněný pohyb** nabitých částic se děje podle charakteru vnějšího pole. Kladné nosiče náboje se hromadí u záporně nabitě elektrody a obráceně. Náboje se ve vodiči přeskupují tak dlouho, dokud od rozdělených nábojů nevznikne vnitřní elektrické pole, jehož intenzita je stejně velká jako intenzita vnějšího elektrického pole, pouze je opačné orientace. Tím se elektrické pole uvnitř vodiče vyruší.

Náboje v látce se nahromadí na jejím povrchu a nazýváme je **indukované**. Poté, co se vytvoří rovnováha statickým rozložením náboje, je uvnitř vodiče výsledná intenzita elektrického pole nulová, avšak protilehlé části vodiče jsou opačně elektricky nabitě. Tento jev se nazývá: **jev elektrostatické indukce**.

Zjednodušeně **algebraicky** bychom mohli intenzitu uvnitř tělesa popsat následujícím způsobem:

Vektor intenzity vnitřního (interního) pole E_i je stejně velký, stejného směru ale opačné orientace jako vektor vnějšího (externího) pole E_e : tj. $E_e = -E_i$ a současně $E_e = E_i$, z čehož vyplývá, že výsledná intenzita elektrického pole je $E = E_e - E_i = 0$.

Uvažujme homogenní elektrické pole deskového kondenzátoru ve vakuu. Pokud do tohoto pole vložíme elektricky vodivou látku, nastane elektrostatická indukce, jejíž mechanismus je zřejmý z Obr. 3.1.-30 a) b):



Obr. 3.1.-30.

Pro homogenní pole tedy z Gaussovy věty elektrostatiky (3.1.-33) vyplývá:

$$Q/S = \epsilon_0 E, \quad 3.1.-53$$

kde součin na pravé straně rovnice představuje velikost **vektoru elektrické indukce**:

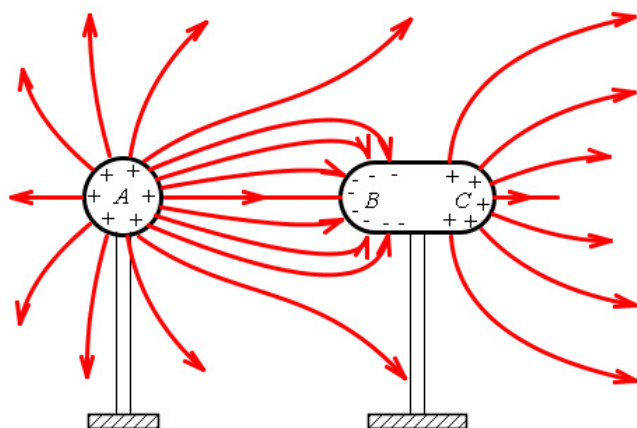
$$\epsilon_0 E = D \quad 3.1.-54$$

$$\text{vektorově: } \epsilon_0 \mathbf{E} = \mathbf{D} \quad 3.1.-55$$

Vektorová veličina $\mathbf{D}$ zavedená ve vztahu 3.1.-55 se nazývá **elektrická indukce**.

Jednotka elektrické indukce D je $\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$, přičemž rozměr této jednotky je $\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$.

Pomocí elektrostatické indukce je možné provádět nabíjení vodičů (Obr. 3.1.-31).



Obr. 3.1.-31.

b) Dielektrikum ve vnějším elektrickém poli

Dielektrika (izolanty, nevodiče) jsou látky, které neobsahují volné náboje, pouze **vázané** elektricky nabitě částice, které nemohou volně putovat látkou, protože jsou vázány na atomy nebo molekuly látky. Ve skutečnosti dokonalé izolanty neexistují, protože každá látka obsahuje určité množství cizích příměsí, které mohou obsahovat volné nosiče náboje, byť v zanedbatelném množství.

Po vložení izolantu do vnějšího elektrického pole dojde k deformaci molekul látky. Molekuly vytvářejí **dipóly**, které jsou natočené do směru intenzity externího pole. Na **povrchových** plochách dielektrika se objeví vázané povrchové náboje. Uvnitř dielektrika se náboje navzájem **ruší**. Tento jev se nazývá **polarizace dielektrika**.

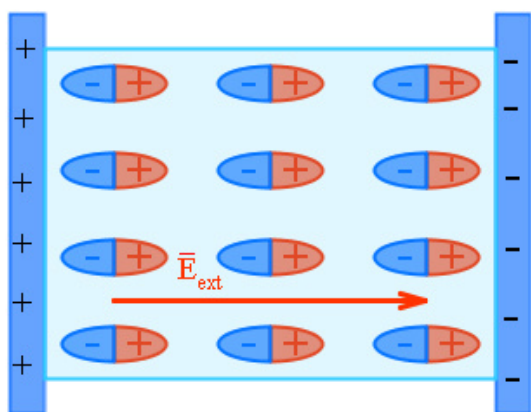
Polarizace dielektrika tedy vyjadřuje odezvu dielektrika na přítomnost elektrického pole. Podle odezvy dělíme dielektrika na polární a nepolární. **Polární** dielektrika mají nenulový dipólový moment ($\mathbf{p}$) i bez přítomnosti vnějšího elektrického pole. **Nepolární** dielektrika se vyznačují středovou souměrností a mají nulový dipólový moment.

Souhrnně lze říci, že veškeré děje, kdy působením vnějšího elektrického pole vznikají v dielektriku elementární mikroskopické dipóly a orientují se do směru pole, nebo kdy již existujících chaoticky orientované dipóly se do směru tohoto pole orientují, nazýváme polarizací dielektrika.

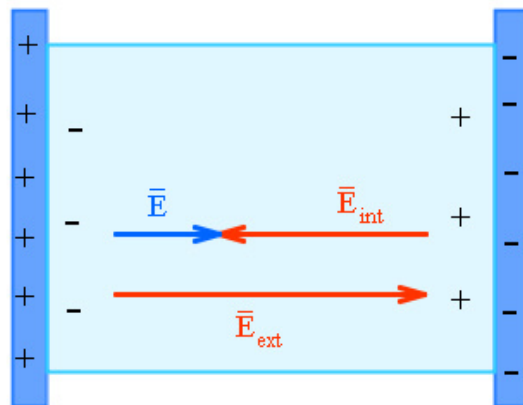
Podle druhu dielektrika (resp. látky tvořící dané těleso) můžeme rozdělit polarizaci do tří základních skupin:

1. **Elektronová polarizace:** dojde k posunutí „těžiště“ záporného náboje vzhledem k „těžišti“ kladného náboje v atomu, dochází k deformaci elektronových obalů atomů.
2. **Iontová polarizace:** ionty v molekulách dielektrika mění své relativní polohy.
3. **Orientační polarizace:** projevuje se u dielektrik s polárními molekulami, u kterých dojde k orientaci (natočení) momentů do směru vnějšího pole.

Polarizací dielektrika se vytvoří mezi polarizovanými náboji **vnitřní elektrické pole** o intenzitě $\mathbf{E}_i$, která má opačnou orientaci než intenzita vnějšího pole $\mathbf{E}_e$ a platí: $\mathbf{E}_i < \mathbf{E}_e$ (což je zřejmé z Obr. 3.1.-32a a 3.1.-32b).



Obr. 3.1.-32a.



Obr. 3.1.-32b.

Výsledné pole uvnitř dielektrika je dáno vektorovým součtem intenzit vnějšího a vnitřního elektrického pole (na základě principu superpozice), velikost je však dána rozdílem:

$$E = E_e - E_i.$$

Výsledné pole je tedy zeslabené, přičemž míru zeslabení pole: $\epsilon_r = E_e / E$ určuje **relativní permitivita prostředí**. Jelikož relativní permitivita ϵ_r je bezrozměrné číslo, potom rozměr permitivity prostředí ϵ je stejný, jako je rozměr permitivity vakua, tedy F.m^{-1} .

I v případě dielektrik lze definovat **vektor elektrické indukce** (uvnitř dielektrika, jehož permitivita je $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$):

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}$$

3.1.-56

Veškeré zákony, jejichž platnost byla dosud omezena na vakuum (např. Coulombův zákon, Gaussův zákon, definice pole bodových nábojů apod.) lze zobecnit pro libovolné dielektrikum. Zákony pro dielektrika se liší od zákonů pro vakuum tím, že místo ε_0 obsahují ε . Zákony pro dielektrikum jsou tedy obecnější a v případě pro $\varepsilon_r = 1$ přecházejí v zákony pro vakuum.



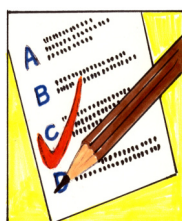
KO 3.1.-33. Jaký je rozdíl mezi jevem a vektorem elektrostatické indukce?

KO 3.1.-34. Co je to elektronový plyn? U jakých látek se s tímto plynem můžeme setkat?

KO 3.1.-35. Jak lze rozlišit polární a nepolární dielektrika?

KO 3.1.-36. Jaká je intenzita vnitřního elektrického pole v dielektriku ve srovnání s intenzitou vnějšího elektrostatického pole?

KO 3.1.-37. Jakou jednotku má relativní permitivita prostředí?



TO 3.1.-19. Který jev je u dielektrik spojen s natočením polárních molekul do směru vnějšího elektrostatického pole?

- a) elektronová polarizace
- b) iontová polarizace
- c) orientační polarizace

TO 3.1.-20. Vložíme-li vodič do vnějšího elektrostatického pole, výsledná intenzita el. pole ve vodiči je:

- a) vždy menší než intenzita vnějšího el. pole
- b) vždy větší než intenzita vnějšího pole
- c) vždy nulová

TO 3.1.-21. Vložíme-li dielektrikum o relativní permitivitě 5 do vnějšího elektrostatického pole (vytvořeného mezi dvěma rovnoběžnými deskami) o intenzitě E , bude výsledná intenzita el. pole mezi deskami:

- a) E
- b) $5E$
- c) $E/5$
- d) $25E$
- e) $E/25$

TO 3.1.-22. Elektrický náboj u nabitého vodiče se rozmístuje vždy:

- a) jen uvnitř
- b) jen na jeho povrchu
- c) na povrchu i uvnitř vodiče
- d) jen na hrotech a místech s velkým zakřivením

3.1.8. Kapacita vodiče



1. Slovně i matematicky definovat kapacitu včetně její jednotky.
2. Znat druhy kondenzátoru podle geometrie a jejich vzájemného uspořádání.

- Umět stanovit kapacitu deskového, válcového a kulového kondenzátoru pomocí Gaussovy věty elektrostatiky.
- Pro různé kombinace kondenzátorů v elektrických obvodech umět stanovit kapacitu výsledného sériového resp. paralelního zapojení.



Experimentálně bylo prokázáno, že přivedeme-li na různé vodiče stejné množství náboje, jejich potenciál může být různý. Výsledný potenciál vodiče se mění v závislosti na jeho geometrii a závisí současně na přítomnosti jiných nabitých těles v blízkosti daného vodiče. Tuto funkční závislost lze vyjádřit následujícím způsobem:

$$Q = C \varphi, \quad 3.1.-57$$

kde konstanta úměrnosti C se nazývá **kapacita vodiče**.

Kapacita vodiče je skalární veličina, závisí na tvaru a velikosti vodiče (na geometrii) a je dána podílem náboje izolovaného vodiče a jeho potenciálu:

$$C = Q/\varphi \quad 3.1.-58$$

Slovní charakteristika veličiny: Kapacita osamělého vodiče je číselně rovna náboji potřebnému k nabití vodiče na potenciál 1 V.

Jednotka kapacity je $C \cdot V^{-1} = F$ (farad), jedná se o jednotku odvozenou z jednotek základních a její rozměr je $A^2 \cdot s^4 \cdot kg^{-1} \cdot m^{-2}$. Jeden farad je relativně velká jednotka, proto se pro běžné vodiče využívá nejčastěji dílů μF (mikrofarad), nF (nanofarad), pF (pikofarad).

Kapacita vodiče vypočtená z výsledného potenciálu vodiče pomocí vztahu 3.1.-58 závisí i na okolních nabitých vodičích. Dle **principu superpozice** závisí totiž výsledný potenciál i na okolních vodičích, které vzbuzují pole s určitým potenciálem v místě daného vodiče, který se algebraicky přičítá k jeho vlastnímu potenciálu. Přítomnost okolních nabitých vodičů sice náboj daného vodiče nezmění, ale změní se jeho výsledný potenciál.

Zvýšení kapacity osamoceného vodiče lze jednoduše zvětšit tím, že do těsné blízkosti umístíme opačně nabitý vodič, který sníží jeho potenciál (resp. jeho potenciálový rozdíl oproti okolí), přičemž je nutno tyto vodiče odstínit od ostatních nabitých těles. Takto upravené soustavy izolovaných vodičů, které jsou od sebe **odděleny** nevodivým prostředím (**dielektrikem**) se nazývají **kondenzátory**.

Kapacita kondenzátoru:

Předpokládejme, že vodiče mají stejně velké náboje opačných znamének, prostorem mezi vodiči je vakuum, potom kapacita vodiče je dána podílem volného náboje na jednom vodiči a napětí na celé soustavě (resp. potenciálového rozdílu mezi nabitými vodiči):

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2} \quad 3.1.-59$$

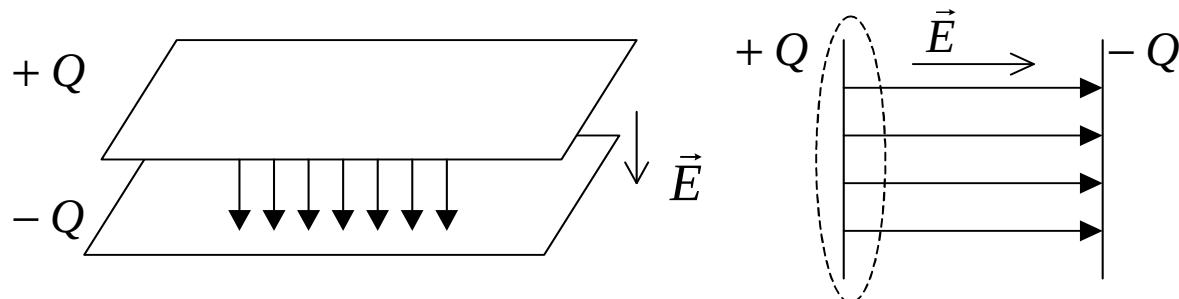
Podle geometrie vodičů a jejich vzájemného uspořádání lze rozlišit několik druhů kondenzátorů, z nichž k nejčastějším typům patří kondenzátory deskové, válcové resp. kulové.

Schematickou značkou kondenzátoru v elektrických obvodech je tento symbol:



I. Deskový kondenzátor

Předpokládejme, že vodiče tvaru desek jsou **dostatečně velké** a **velice blízko** u sebe, takže lze zanedbat rozptyl elektrického pole na jejich okrajích a tedy vytvořené elektrické pole je **homogenní**. Vektor elektrické intenzity $\vec{E}$ je **konstantní** (co do velikosti, směru i orientace) v celém prostoru mezi vodiči (elektrodami), **vně** se elektrické pole ruší. Zanedbáváme deformaci (rozptyl) homogenního pole na okrajích nabitých desek. Necht' je mezi elektrodami je vakuum nebo vzduch (Obr. 3.1.-33).



Obr. 3.1.-33.

Vyjdeme-li z **Gaussova zákona** elektrostatiky (podle vztahu 3.1.-33), náboj jedné desky uzavřeme do Gaussovy plochy, pak:

$$Q = \varepsilon_0 E S, \quad 3.1.-60$$

kde S je plocha desky jednoho vodiče (tzv. elektrody), Q je náboj elektrody kondenzátoru.

Napětí mezi nabitými deskami kondenzátoru je tedy:

$$U = E \int_0^d ds = E d, \quad 3.1.-61$$

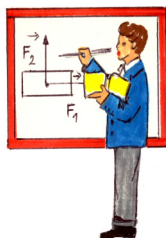
kde d je vzdálenost elektrod.

Po dosazení vztahů 3.1.-60 a 3.1.-61 do definiční rovnice pro kapacitu kondenzátoru 3.1.-59 dostáváme:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon_0 E S}{E d} = \varepsilon_0 \frac{S}{d} \quad 3.1.-62$$

Kapacita kondenzátoru závisí pouze na geometrických parametrech vodičů a permitivitě prostředí (dielektrika) vyplňujícího kondenzátor. Pro libovolné prostředí lze kapacitu deskového kondenzátoru vyjádřit v obecném tvaru:

$$C = \varepsilon \frac{S}{d} \quad 3.1.-63$$



Jak velkou plochu desek by měl mít deskový kondenzátor, aby při vzdálenosti mezi elektrodami 1 mm měl kapacitu 1 F, je-li mezi deskami vakuum?

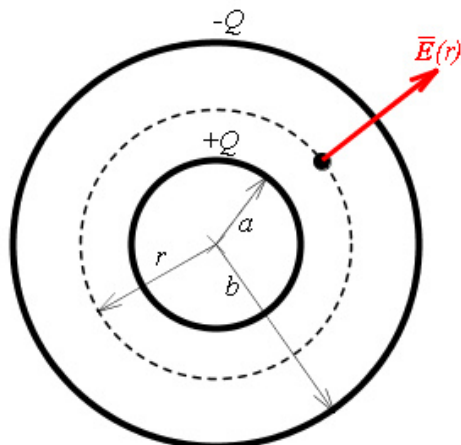
Pomocí rovnice 3.1.-62 vyjádříme plochu $S = \frac{Cd}{\varepsilon_0}$, z čehož po dosazení

zadaných veličin získáme: $S = 1,1 \cdot 10^8 \text{ m}^2$.

Tento výsledek potvrzuje, že kapacita 1 F je opravdu velká, neboť v takovém případě se jedná o plochu čtverce o straně delší než 10 km!

II. Válcový kondenzátor

Válcové kondenzátory jsou tvořeny soustavou souosých válců dle Obr. 3.1.-34 (příčný řez tímto typem kondenzátoru). Mějme kondenzátor délky L , přičemž jeho **vnitřní** elektroda má tvar plného **válce** o poloměru a , **vnější** elektroda je **souosý dutý válec** o vnitřním poloměru b . Předpokládejme, že $L \gg b$, potom pole mezi vodiči ve vzdálenosti r od osy válců:



Obr. 3.1.-34.

Při stanovení kapacity válcového kondenzátoru lze postupovat analogicky jako v předchozím případě, tedy podle Gaussovy věty:

$$Q = \varepsilon_0 E S = \varepsilon_0 E (2\pi r L), \quad 3.1.-64$$

kde $2\pi r L$ je obsah pláště válce, který představuje Gaussovu plochu ve tvaru souosé válcové plochy délky L (shodně s celým kondenzátorem) o poloměru r .

Napětí na kondenzátoru je po dosazení za intenzitu elektrického pole E ze vztahu 3.1.-64 dáno vztahem:

$$U = \int_{(+)}^{(-)} E ds = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} \ln \frac{b}{a} \quad 3.1.-65$$

Po dosazení do definičního vztahu pro kapacitu 3.1.-59 získáváme rovnici:

$$C = 2\pi\varepsilon_0 \frac{L}{\ln(b/a)} \quad 3.1.-66$$

Obdobně jako v případě deskového typu kondenzátoru závisí kapacita kondenzátoru s válcovými elektrodami pouze na geometrických parametrech a materiálu dielektrika.

III. Kulový kondenzátor:

Kulový kondenzátor se skládá se z **plné koule** poloměru a a **soustředné kulové vrstvy** o vnitřním poloměru b . Obr. 3.1.-34 lze využít i v tomto případě jako příčný řez vedený středem kondenzátoru.

Gaussova plocha má tvar soustředné kulové plochy poloměru r , pro který platí $a < r < b$. Potom z Gaussova zákona vyplývá, že náboj na elektrodě je:

$$Q = \varepsilon_0 E S = \varepsilon_0 E (4\pi r^2) \quad 3.1.-67$$

Napětí mezi elektrodami je dáno:

$$U = \int_{(+)}^{(-)} E ds = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{b-a}{ab} \quad 3.1.-68$$

Dosazením do vztahu 3.1.-59 zjistíme, že kapacita kulového kondenzátoru:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a} \quad 3.1.-69$$

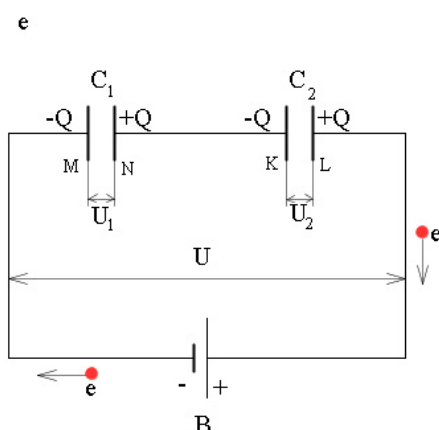
Kondenzátory spojené paralelně a sériově

Kondenzátory mají v dnešní době nezastupitelné místo, neboť slouží v současném světě elektroniky i mikroelektroniky, mají všestranné využití nejen jako „zásobárny“ elektrické energie. Kondenzátory jsou součástmi paměťových bloků počítačů, využívají se jako regulační prvky v obvodech, kapacitní snímače (čidla) při měření různých veličin apod.

V jednoduchých elektrických obvodech i složitých sítích jsou jednotlivé kondenzátory zapojeny s ostatními v určitých blocích (seskupeních), která jsou vůči sobě buď tzv. **v sérii** (za sebou) nebo **paralelně** (vedle sebe) a celá síť je dána jejich případnou kombinací.

I) Sériové zapojení (za sebou):

Příklad uspořádání různých kondenzátorů do série k baterii (zdroji elektrického pole) je na Obr. 3.1.-35:



Obr. 3.1.-35

Napětí na sérii kondenzátorů je rovno **součtu** napětí na jednotlivých kondenzátorech, přičemž na každém kondenzátoru v sérii musí být **stejný náboj** (i tehdy, jsou-li kondenzátory různé a mají-li různé kapacity). Při nabití desky M u kondenzátoru C_1 nábojem $-Q$ se bude na druhé elektrodě N téhož kondenzátoru indukovat **stejně** velký náboj opačného znaménka, tedy $+Q$. Nabité částice nemohou „projít“ kondenzátorem, neboť dielektrikum uvnitř kondenzátoru od sebe obě elektrody dokonale izoluje. Jedná se o **jev elektrostatické indukce**. Protože na izolované části obvodu, tedy na vodivé části tvořené elektrodami M a K a spojovacím vodičem, je kladný náboj $+Q$ nahromaděn na jednom konci N, objeví se na desce K kondenzátoru C_2 stejně velký náboj, avšak záporný $-Q$. Tento náboj na desce K opět

indukuje na desce L náboj $+Q$. Pokud by bylo v sérii více kondenzátorů, přesto by byl náboj na všech stejný a to právě díky popsanému principu elektrostatické indukce.

Při spojení kondenzátorů do série je napětí na celé soustavě rovno součtu dílčích napětí na jednotlivých kondenzátorech.

$$U_1 = \frac{Q}{C_1}, \quad U_2 = \frac{Q}{C_2} \quad 3.1.-70$$

Celkové napětí na sériové kombinaci dvojice kondenzátorů je tedy:

$$U = U_1 + U_2 = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = \frac{Q}{C_s}, \quad 3.1.-71$$

kde C_s představuje kapacitu série kondenzátorů.

Kapacitu sériové soustavy kondenzátorů získáme porovnáním posledních dvou členů rovnice 3.1.71, odkud vyplývá :

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad 3.1.-72$$

Obecně pro N zapojených kondenzátorů platí:

$$\frac{1}{C_s} = \sum_{j=1}^N \frac{1}{C_j} \quad 3.1.-73$$

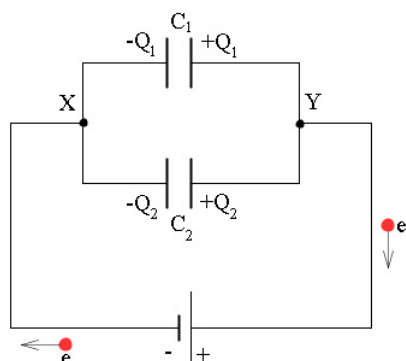
Z posledního vztahu je zřejmé, že sériově spojené kondenzátory se chovají jako jediný kondenzátor kapacity C_s . Při sériovém spojení kondenzátorů je **výsledná kapacita vždy menší**, než kapacita kteréhokoli připojeného kondenzátoru.

Pro napětí na kondenzátorech platí, že jsou v převráceném poměru jejich kapacit (tj. na kondenzátoru s větší kapacitou je menší napětí než na kondenzátoru s kapacitou nižší):

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1} \quad 3.1.-74$$

II) Paralelní zapojení (vedle sebe):

Příklad uspořádání kondenzátorů do soustavy tzv. paralelně k baterii udržující na svých svorkách stálé napětí U je na Obr. 3.1.-36:



Obr. 3.1.-36

Při tomto spojení kondenzátorů paralelně je napětí na celé soustavě kondenzátorů stejné jako napětí na každém z nich (neboť jsou připojeny v obvodu ve stejných uzlových bodech, mezi nimiž je stálý rozdíl potenciálů). Pokud jsou kondenzátory různé, tj. mají-li různou kapacitu, na elektrodách každého z nich bude různý náboj.

Uvažujme dvojici kondenzátorů dle Obr. 3.1.-36 a vyjádřeme kapacitu této soustavy, tj. nahradíme tuto soustavu jediným kondenzátorem o kapacitě C_p , jehož funkce v obvodu nahradí uvedenou dvojici.

Celkový náboj Q je rozdělen na jednotlivých kondenzátorech: Q_1 a Q_2 . Napětí na celé skupině kondenzátorů je stejné jako napětí na každém z nich:

$$U = U_1 = U_2.$$

Pro jednotlivé náboje na kondenzátorech platí:

$$Q_1 = C_1 U \quad \text{a} \quad Q_2 = C_2 U \quad 3.1.-75$$

Celkový náboj paralelní kombinace je tedy dán součtem dílčích nábojů (v uzlech dochází k rozdělení celkového náboje do obou větví s kondenzátory):

$$Q = Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2) U = C U \quad 3.1.-76$$

Výsledná kapacita soustavy je tedy:

$$C_p = Q/U = C_1 + C_2 \quad 3.1.-77$$

Vztah 3.1.77 lze **zobecnit** pro N zapojených kondenzátorů:

$$C_P = \sum_{j=1}^N C_j \quad 3.1.-78$$

Pro náboje na kondenzátorech platí, že jsou ve stejném poměru k jejich kapacitám (tj. větší náboj je na kondenzátoru s větší kapacitou a obráceně):

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C_1}{C_2} \quad 3.1.-79$$



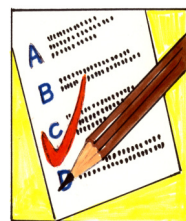
kondenzátoru?

KO 3.1.-38. Kapacita vodiče je skalární nebo vektorová veličina?

KO 3.1.-39. Určitý vodič má svou určitou kapacitu, která závisí na jeho geometrii. Závisí také na tom, zda je zapojen v elektrickém obvodu a v jakém?

KO 3.1.-40. Na jakém dalším parametru (kromě geometrie vodičů) závisí kapacita kondenzátoru?

KO 3.1.-41. Jaké pole se vytváří uvnitř nabitého deskového



TO 3.1.-23. Jak se změní kapacita kondenzátoru, přivedeme-li na jeho desky dvojnásobný náboj?

- a) vzroste dvojnásobně
- b) klesne na polovinu
- c) nezmění se

TO 3.1.-24. Mějme deskový kondenzátor, mezi jehož deskami je vakuum. Vložíme-li mezi jeho desky dielektrikum o relativní permitivitě 3, dojde ke změně jeho původní kapacity C na:

- a) $3C$
- b) $9C$
- c) $C/3$
- d) $C/9$

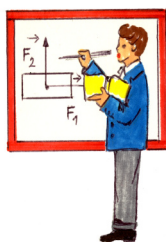
TO 3.1.-25. Mějme tři kondenzátory o různých kapacitách zapojeny v obvodu. Na všech kondenzátorech je stejné napětí, které je shodné s napětím na zdroji. Tyto kondenzátory jsou v obvodu zařazeny:

- a) sériově

- b) paralelně
- c) nelze rozhodnout

TO 3.1.-26. Mějme tři kondenzátory o různých kapacitách zapojeny v obvodu. Na všech kondenzátorech je stejný náboj. Tyto kondenzátory jsou v obvodu zařazeny:

- a) sériově
- b) paralelně
- c) nelze rozhodnout



Určete kapacitu svislého deskového kondenzátoru, jehož elektrody mají plošný obsah 100 cm^2 , jsou-li od sebe vzdáleny $d = 1,5 \text{ mm}$. Dielektrikum uvnitř je tvořeno ze dvou svislých vrstev z různých materiálů: sklo o tloušťce $d_1 = 1 \text{ mm}$ a relativní permitivitě $\epsilon_1 = 7$, druhou vrstvou ($d_2 = 0,5 \text{ mm}$) je vosk, jehož relativní permitivita je $\epsilon_2 = 2$.

Na tento kondenzátor se dvěma odlišnými vrstvami dielektrika lze nahlížet jako na soustavu dvou sériově zapojených kondenzátorů se shodnou plochu elektrod, přičemž jeden z kondenzátorů má dielektrikum skleněné a druhý voskové.

Elektrická indukce je pro obě dielektrika shodná:

$$D = \frac{Q}{S} = \epsilon_0 \epsilon_1 E_1 = \epsilon_0 \epsilon_2 E_2$$

Napětí na sériově zapojených kondenzátorech je odlišné, avšak celkové napětí je rovno součtu dílčích:

$$U_1 = E_1 d_1$$

$$U_2 = E_2 d_2 = E_1 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} d_2 \quad \Rightarrow \quad U = E_1 d_1 + E_1 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} d_2 = E_1 \left(d_1 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} d_2 \right)$$

Dosadíme-li vztah pro elektrickou indukci, získáváme:

$$U = \frac{D}{\epsilon_0 \epsilon_1} \left(d_1 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} d_2 \right)$$

Potom kapacita kondenzátoru je dána:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{SD}{\frac{D}{\epsilon_0 \epsilon_1} \left(d_1 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} d_2 \right)} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 d_2 + \epsilon_2 d_1} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

Po úpravě získáváme vztah pro konečnou kapacitu C :

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_1 \epsilon_2 S}{\epsilon_1 d_2 + \epsilon_2 d_1}$$

Po dosazení číselných hodnot dostaneme výsledek $2,254 \cdot 10^{-10} \text{ F}$.



U 3.1.-16. Kondenzátor s rovinnými deskami, jehož dielektrikem je vzduch, má kapacitu 10 pF při vzdálenosti desek 1 cm . Jaká bude jeho kapacita, vložíme-li doprostřed mezi desky plech o tloušťce 1 mm ?

U 3.1.-17. Elektrody deskového kondenzátoru se vzduchovým dielektrikem jsou od sebe vzdáleny 1 cm. Velikost náboje na deskách je 20 nC, potenciálový rozdíl mezi deskami je 1 kV. Jak velkou silou na sebe tyto náboje působí?

U 3.1.-18. Jak velká síla působí na elektron, který se nachází v homogenním elektrostatickém poli mezi deskami kondenzátoru, jejichž vzdálenost je 1 cm, je-li napětí mezi deskami 10^4 V.

U 3.1.-19. Jakou kapacitu má naše Země? Považujeme ji za homogenní kouli.
710 μF

3.1.9. Energie elektrostatického pole



1. Znat souvislost mezi prací a energií.
2. Definovat práci, kterou musí vykonat síly el. pole resp. vnější síly na přemístění náboje v el. poli.
3. Formulovat okrajové podmínky nutné pro definici energie elektrostatického pole.
4. Stanovit energii elektrostatického pole kondenzátoru pomocí kapacity a napětí, resp. náboje a napětí, nebo vektoru elektrostatické indukce.



Při nabíjení kondenzátoru v elektrickém obvodu dochází k přenosu náboje, který je spojen s konáním práce. Náboj je přemísťován v elektrickém poli mezi dvěma místy s rozdílným potenciálem. Množství vykonané práce závisí na tom, zda práci konají síly pole nebo síly vnější, které působí proti silám elektrickým.

A) Mějme náboj $Q > 0$ umístěný v el. poli v bodě s potenciálem φ_1 . Při přemístění tohoto náboje do místa s vyšším potenciálem $\varphi_2 > \varphi_1$ vykonají **síly pole** práci:

$$W = QU = Q(\varphi_1 - \varphi_2) \quad 3.1.-80$$

Vykonaná práce je „kladná“, tj. $W > 0$. Síly pole konají tuto práci na úkor potenciální elektrické energie náboje. Dojde tedy ke snížení potenciální energie náboje o stejnou hodnotu.

B) Obráceně při přemístění tohoto náboje z místa o potenciálu φ_2 do místa φ_1 musí konat práci W' **vnější síly**:

$$W = QU = Q(\varphi_2 - \varphi_1) \quad 3.1.-81$$

Pro vykonanou práci platí, že je stejně velká jako v případě A), jen $W' = -W$, přitom dojde ke zvýšení potenciální energie náboje o stejnou hodnotu, proto:

$$\Delta E_p = -W = W' \quad 3.1.-82$$

Pro zvýšení potenciální energie tedy platí:

$$\Delta E_p = Q(\varphi_1 - \varphi_2) \quad 3.1.-83$$

Pomocí vztahu 3.1.-83 lze definovat **energii elektrostatického pole v místě** φ_1 zavedením okrajových podmínek:

- je-li místem o potenciálu φ_2 nekonečno
- je-li přenášený náboj jednotkový

Energie elektrického pole kondenzátoru:

Připojením kondenzátoru ke zdroji elektrického pole dochází k tzv. nabíjení kondenzátoru, protože dochází k přivádění náboje na jeho elektrody. Při nabíjení se koná práce, neboť je nutné přitom překonávat odpudivé síly elektrického pole, které je na elektrodách vytvořeno již přivedeným nábojem. Zjednodušenou představu o nabíjení kondenzátoru lze vytvořit tak, že si to představíme jako odebírání kladného náboje ze záporné elektrody a jeho přenášení na kladnou elektrodu. Elektrické pole, které se vytváří v prostoru mezi elektrodami je takového směru, že brání dalšímu přenosu náboje. Čím větší náboj je na elektrodách kondenzátoru, tím více práce je nutno vykonat při přivádění dalšího náboje.

Práce potřebná k nabití kondenzátoru na napětí U se uchová ve formě potenciální energie elektrického pole mezi jeho elektrodami. Tuto energii lze uvolnit **vybitím** kondenzátoru v elektrickém obvodu.

Uvažujme kondenzátor nabitý nábojem Q na napětí $U = Q/C$. Při přemístění elementárního náboje mezi elektrodami je nutno vykonat práci:

$$dW = U dQ = \frac{Q}{C} dQ \quad 3.1.-84$$

Přenesením veškerého náboje Q se vykoná celková práce:

$$W = \int dW = \int_0^Q \frac{Q}{C} dQ = \frac{Q^2}{2C} \quad 3.1.-85$$

Tato práce se uchovává v elektrickém poli kondenzátoru jako jeho **elektrická energie**:

$$E_{el} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} QU \quad 3.1.-86$$

Vynaložená práce je uložena v kondenzátoru jako elektrostatická potenciální energie nábojů na elektrodách. Tuto energii lze získat při vybití kondenzátoru v podobě kinetické energie elektronů urychlených elektrickým polem, avšak odporem vedení dochází k přeměně části energie na teplo.

Energie nabitého kondenzátoru nepřísluší nábojům na deskách! Energie nabitého kondenzátoru je soustředěna v elektrickém poli mezi elektrodami.

Nejjednodušší vyjádření energie pole je pro **homogenní** elektrostatické pole, které má ve všech místech stejnou intenzitu, čehož lze dosáhnout např. u deskového kondenzátoru. V homogenním poli platí:

$$U = Ed, \quad ES = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad 3.1.-87$$

Dosazením vztahů 3.1.-87 do definiční rovnice pro energii elektrického pole 3.1.-86 získáme vztah pro energii homogenního pole:

$$E_{el} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 S d, \quad 3.1.-88$$

kde Sd je objem pole mezi deskami a $\epsilon_0 E$ je velikost **vektoru elektrostatické indukce D** (viz vztah 3.1.-54), a tedy po dosazení:

$$E_{el} = \frac{1}{2} EDV$$

3.1.-89

Z posledního vztahu je zřejmé, že elektrická energie je úměrná objemu prostoru uvnitř kondenzátoru. Množství energie, která připadá na jednotku objemu nazýváme prostorovou **hustotou elektrické energie** w_e .

$$w_{el} = \frac{dE_{el}}{dV} = \frac{1}{2} E_{el} D$$

3.1.-90

K vytvoření elektrostatického pole je nutné od sebe oddělit kladné a záporné náboje a dosáhnout převahy kladných nábojů na jednom tělese a převahy záporných nábojů na tělese jiném. Přitom je nutné překonávat elektrostatické síly mezi souhlasnými náboji a vykonaná práce se projeví jako energie elektrostatického pole. Zařízení, kterými lze tohoto docílit, se nazývají elektrostatické **zdroje** resp. **generátory**.



KO 3.1.-42. Přemístíme-li kladný bodový náboj v el. poli do místa o vyšším potenciálu, jakou práci konají síly pole?

Vždy práci kladnou, $W > 0$.

KO 3.1.-43. Přemístíme-li kladný bodový náboj v el. poli do místa o nižším potenciálu, jakou práci konají vnější síly?

Vždy práci zápornou, $W < 0$.

KO 3.1.-44. Ke zvýšení elektrické potenciální energie náboje dojde tehdy, jestliže konají práci síly pole nebo vnější síly?

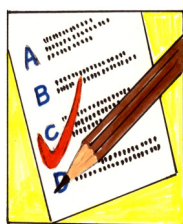
Ke zvýšení pot. energie dojde v případě, že práci konají vnější síly a přemístují náboj ve směru poklesu potenciálu.

KO 3.1.-45. Jak lze získat energii elektrického pole uloženou mezi elektrodami kondenzátoru?

Jeho vybitím v el. obvodu.

KO 3.1.-46. Kterou veličinu označujeme za prostorovou hustotu elektrické energie?

Energie elektrického pole, která připadá na jednotku objemu.



TO 3.1.-27. Energie 5 mJ je akumulována v kondenzátoru, který je připojen na napětí 100 V. Jaká je kapacita tohoto kondenzátoru?

- a) 10^{-6} F b) 10^{-7} F c) 10^{-5} F d) 10^{-8} F

TO 3.1.-28. Energie 5 mJ je akumulována v kondenzátoru, který je připojen na napětí 100 V. Jaký je náboj na deskách?

- a) 10^{-4} C b) 10^{-5} C c) 10^{-6} C d) 10^{-7} C

TO 3.1.-29. Deskový kondenzátor bez dielektrika o kapacitě C_0 odpojíme od zdroje napětí U_0 a ponoříme ho do oleje, jehož relativní permitivita je 3. Jak se změní jeho kapacita C ? $C/C_0 =$

- a) 3 b) 1/3 c) 9 d) 1/9

TO 3.1.-30. Deskový kondenzátor bez dielektrika o kapacitě C_0 odpojíme od zdroje napětí U_0 a ponoříme ho do oleje, jehož relativní permitivita je 3. Jak se změní napětí mezi jeho deskami? $U/U_0 =$

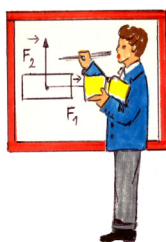
- a) 3 b) 1/3 c) 9 d) 1/9

TO 3.1.-31. Deskový kondenzátor bez dielektrika o kapacitě C_0 odpojíme od zdroje napětí U_0 a ponoříme ho do oleje, jehož relativní permitivita je 3. Jak se změní velikost intenzity elektrického pole mezi deskami E ? $E/E_0 =$

- a) 3 b) 1/3 c) 9 d) 1/9

TO 3.1.-32. Jaká energie se uvolní při vybití deskového kondenzátoru nabitého na napětí 2 kV? Obsah plochy každé desky je $0,2 \text{ m}^2$, vzdálenost mezi deskami 2 mm, relativní permitivita dielektrika je 10.

- a) 12 mJ b) 12 kJ c) 18 mJ d) 18 kJ



Deskový kondenzátor o kapacitě $C_1 = 500 \text{ pF}$ je nabitý na napětí $U_1 = 5 \text{ kV}$. Dielektrikem mezi deskami je vrstva materiálu o relativní permitivitě $\epsilon_r = 5$. Jakou práci je třeba vynaložit na odstranění tohoto dielektrika a jak se změní tímto zásahem napětí na deskách?

Při odstranění vrstvy dielektrika se změní kapacita kondenzátoru, zmenší se:

$$\epsilon_r = \frac{C_1}{C_2} \Rightarrow C_1 = \epsilon_r C_2$$

Náboj na deskách zůstává konstantní, proto:

$$C_1 U_1 = C_2 U_2 \Rightarrow U_2 = U_1 \frac{C_1}{C_2}$$

Práce, kterou vykonají vnější síly na odstranění dielektrika, je rovna rozdílu energií elektrického pole uvnitř kondenzátoru před a po jeho změně:

$$W = \Delta E_{el} = \frac{1}{2} C_2 U_2^2 - \frac{1}{2} C_1 U_1^2 = \frac{1}{2} C_1 U_1^2 (\epsilon_r - 1)$$

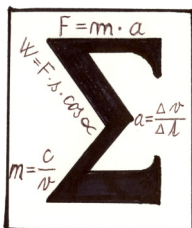
Po číselném dosazení získáváme výslednou hodnotu napětí 25 kV a vykonanou práci 25 mJ.



U 3.1.-20. Kondenzátory o kapacitách $1 \mu\text{F}$ a $10 \mu\text{F}$ jsou zapojeny do série ke zdroji o napětí 200 V. Jakou energii má každý z kondenzátorů?

U 3.1.-21. Deskový kondenzátor bez dielektrika s deskami o plošném obsahu 500 cm^2 je nabit na napětí 300 V. Vypočtete práci vnějších sil potřebných na oddálení desek z původní vzdálenosti 1 cm do vzdálenosti 3 cm, je-li při oddalování desek kondenzátor odpojen od zdroje napětí?

U 3.1.-22. Jak se změní kapacita a energie kondenzátoru, jestliže jeho náboj zvětšíme n -krát?



- Při vložení vodiče do vnějšího elektrostatického pole dojde k tzv. elektrostatické indukci, tedy nahromadění náboje v látce na její povrch.
- Vektor elektrické indukce je dán $D = \epsilon E$.
- Při vložení izolantu (dielektrika) do vnějšího elektrostatického pole dojde k polarizaci elektronové, iontové nebo orientační.

- Kapacita vodiče je skalární veličina závisující na geometrii vodiče (resp. soustavy vodičů), jednotkou je Farad. $C = Q/\phi$.
- Kondenzátor je soustava izolovaných vodičů, které jsou od sebe odděleny dielektrikem.
- Při sériovém zapojení kondenzátorů je výsledná kapacita vždy menší než kapacita kteréhokoli připojeného kondenzátoru: $\frac{1}{C_s} = \sum_{j=1}^N \frac{1}{C_j}$.
- Při paralelním zapojení kondenzátorů je výsledná kapacita vždy rovna součtu dílčích kapacit: $C_P = \sum_{j=1}^N C_j$.
- Energie nabitého kondenzátoru je soustředěna v elektrickém poli mezi elektrodami. Práce potřebná k nabití kondenzátoru na napětí U se uchová ve formě potenciální energie elektrického pole mezi jeho elektrodami. Tuto energii lze uvolnit vybitím kondenzátoru v elektrickém obvodu. Tato práce se uchovává v elektrickém poli kondenzátoru jako jeho elektrická energie: $E_{el} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU$.

KLÍČ



KO 3.1.-1. Elektricky nabitá tělesa jsou ta, která nesou elektrický náboj, libovolného druhu i velikosti.

KO 3.1.-2. Ano, neboť obsahují stejný počet kladně i záporně nabitých částic (tj. protonů i elektronů), při porušení této rovnováhy hovoříme o iontech.

KO 3.1.-3. Elektrostatické pole existuje v okolí elektricky nabitých těles, která jsou v dané vztažné soustavě v klidu.

KO 3.1.-4. Budou se odpuzovat, neboť se jedná o souhlasně nabitá tělesa.

KO 3.1.-5. Bodový náboj je model reálného tělesa, jehož rozměry zanedbáváme. Elementární náboj je nejmenší hodnota elektrického náboje, která nese elektron nebo proton.

KO 3.1.-6. Vodič lze od dielektrika rozlišit pouze tím, zda jsou ony nabitě částice volné nebo vázané (nepohyblivé).

KO 3.1.-7. Nejlépe pomocí plošné hustoty náboje, protože takové tělesa má dva význačné rozměry a zanedbatelnou tloušťku.

KO 3.1.-8. Ne, pouze pro dvojici bodových nábojů. Avšak pro soustavu většího množství nabitých částic lze užít tento zákon opakovaně (po dvojicích) a vyjádřit tak výsledné silové působení celé soustavy na jediný bodový náboj – princip superpozice.

KO 3.1.-9. Ne, pouze pro statické bodové náboje.

KO 3.1.-10. Ne, charakterizuje vzájemné silové působení mezi dvěma nabitými tělesy.

KO 3.1.-11. Konstanta úměrnosti k v Coulombově zákoně je na prostředí závislá, avšak konstanta κ v Newtonově gravitačním nezávisí na ničem, ani na prostředí.

KO 3.1.-12. Permittivita vakua a permittivita prostředí (resp. relativní permittivita).

KO 3.1.-13. Jsou to obecně soustavy 2, 4 a více bodových nábojů. Dipól je dvojice nesouhlasných bodových nábojů o stejné velikosti, kvadrupól je dvojice dipólů.

KO 3.1.-14. Je to vektorová veličina, jednotkou je $\text{N}\cdot\text{C}^{-1}$ resp. $\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$, což je jednotka odvozená.

KO 3.1.-15. Ano, závislost vyjadřuje permittivita prostředí.

KO 3.1.-16. Princip superpozice (skládání), umožňuje stanovit intenzitu elektrostatického pole soustavy statických bodových nábojů.

KO 3.1.-17. Elektrické siločáry.

KO 3.1.-18. Myšlená křivka, orientovaná, definovaná v každém místě pole s nenulovou intenzitou, mohou začínat a končit v nekonečnu, jsou to spojitě čáry, nesmějí se protínat, vycházejí vždy z kladného a vstupují do záporného náboje, na tečně ke křivce leží vektor intenzity. Počet siločar jdoucích jednotkovou plochou je číselně roven velikosti intenzity pole.

KO 3.1.-19. Ano, tok vektoru je definován pro libovolnou obecnou plochu.

KO 3.1.-20. Pokud vektor intenzity a vektor normály dané plochy mají stejný směr i orientaci.

KO 3.1.-21. Odpověď je přímo v textu v několika obměnách (zněních).

KO 3.1.-22. Vztah 3.1.-33, který je vyjádřením tohoto zákona platí pro plochy libovolného tvaru, které jsou však uzavřené.

KO 3.1.-23. Na trajektorii práce nezávisí, pouze na počátečním a koncové poloze.

KO 3.1.-24. Výsledná práce je nulová, bodový náboj se vrací do výchozí polohy, kterou popisují stejné souřadnice.

KO 3.1.-25. Na nekonečně vzdálený bod nepůsobí elektrické síly, potenciální energie takového náboje tedy musí být nulová (nenachází se v silovém poli).

KO 3.1.-26. Ano.

KO 3.1.-27. Skalární, jednotkou je Volt.

KO 3.1.-28. Ano, je to dáno vztahem 3.1.-43, tj. potenciál v libovolném bodě el. pole buzeného kladným nábojem je kladný (vzhledem k nulové hodnotě potenciálu v nekonečnu), potenciál pole buzeného záporným nábojem je tedy analogicky záporný.

KO 3.1.-29. Vektor intenzity pole má směr nejrychlejšího poklesu potenciálu.

KO 3.1.-30. S tímto jevem je možno se setkat například v letadle, kdy může dojít k tzv. sršení z hrotů, neboť v místech s ostrými hranami dochází k největšímu nahromadění nábojů, aby celý vodič měl stejný potenciál (v tomto případě křídlo letadla).

KO 3.1.-31. Jako soustavu rovnoběžných rovin.

KO 3.1.-32. Protože napětí mezi dvěma body el. pole je rovno rozdílu potenciálu, žádná další veličina do tohoto vztahu nevstupuje – viz. 3.1.-51.

KO 3.1.-33. Pojem „jev“ charakterizuje chování vodiče v el. poli, kdežto „vektor“ je fyzikální veličinou, která tento jev popisuje algebraicky.

KO 3.1.-34. Elektronový plyn je tvořen volnými elektrony v kovech, které jsou pohyblivé.

KO 3.1.-35. U polárních dielektrik mají molekuly svůj nenulový dipólový moment, nepolární dielektrika mají tento moment nenulový pouze v přítomnosti vnějšího el. pole.

KO 3.1.-36. Intenzita vnitřního pole je vždy menší než intenzita pole vnějšího, má také opačnou orientaci.

KO 3.1.-37. Žádnou, jedná se o bezrozměrnou materiálovou konstantu.

KO 3.1.-38. Skalární, je dána pouze číselnou hodnotou a jednotkou (F - farad)

KO 3.1.-39. Ne, kapacita vodiče je dána pouze jeho tvarem a velikostí.

KO 3.1.-40. Na permitivitě dielektrika, které vyplňuje vnitřní prostředí kondenzátoru.

KO 3.1.-41. Jedná se o homogenní elektrostatické pole, na okrajích desek však dochází k deformaci (rozptylu) tohoto pole.

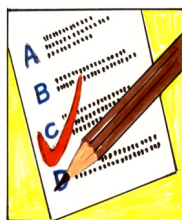
KO 3.1.-42. Vždy práci kladnou, $W > 0$.

KO 3.1.-43. Vždy práci zápornou, $W < 0$.

KO 3.1.-44. Ke zvýšení pot. energie dojde v případě, že práci konají vnější síly a přemísťují náboj ve směru poklesu potenciálu.

KO 3.1.-45. Jeho vybitím v el. obvodu.

KO 3.1.-46. Energie elektrického pole, která připadá na jednotku objemu.



TO 3.1.-1. e) $4F$

TO 3.1.-2. a) F

TO 3.1.-3. e) $4F$

TO 3.1.-4. b) $F/3$

TO 3.1.-5. a) rovna síle, kterou pole v daném místě působí na jednotkový kladný náboj

TO 3.1.-6. d) $A \cdot s$

TO 3.1.-7. Jednotka intenzity elektrického pole vyjádřená v základních jednotkách soustavy SI je :

d) $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-1}$

TO 3.1.-8. c) stejný směr, orientaci i velikost

TO 3.1.-9. a) $\text{V} \cdot \text{m}$

TO 3.1.-10. a) nulová

TO 3.1.-11. a) klesá

TO 3.1.-12. b) narůstá

TO 3.1.-13. c) nemění se

TO 3.1.-14. a) klesá

TO 3.1.-15. a) vždy kolmé

TO 3.1.-16. a) Klesá, s první mocninou vzdálenosti.

TO 3.1.-17. c) nulovou

TO 3.1.-18. a) 36 mJ

TO 3.1.-19. c) orientační polarizace

TO 3.1.-20. c) vždy nulová, neboť vektor vnějšího pole je stejně velký, avšak opačné orientace než vektor vnitřního pole, proto je intenzita výsledného pole nulová.

TO 3.1.-21. a) $E/5$

TO 3.1.-22. b) jen na jeho povrchu

TO 3.1.-23. c) nezmění se
 TO 3.1.-24. a) $3C$
 TO 3.1.-25. b) paralelně
 TO 3.1.-26. a) sériově
 TO 3.1.-27. a) $10^{-6} F$
 TO 3.1.-28. b) $10^{-5} C$
 TO 3.1.-29. a) 3
 TO 3.1.-30. b) $1/3$
 TO 3.1.-31. b) $1/3$



U 3.1.-1. $1,74 \cdot 10^{13} N$
 U 3.1.-2. $0,957Q$
 U 3.1.-3. $4,18 \cdot 10^{-9} C$
 U 3.1.-4. $62 kV \cdot m^{-1}$
 a) $62 kV \cdot m^{-1}$ (opačná orientace než v předchozím případě)
 b) $36 kV \cdot m^{-1}$
 U 3.1.-5. Přibližně $10^6 m \cdot s^{-1}$, $E = 31,25 V \cdot m^{-1}$
 U 3.1.-6. $13,476 V \cdot m^{-1}$
 U 3.1.-7. 11,17 cm od náboje $8 \mu C$
 U 3.1.-8. $3,1 \cdot 10^7 N \cdot C^{-1}$
 U 3.1.-9. Uvnitř jádra roste intenzity přímo úměrně poloměru, ve středu jádra je nulová, na hranici jádra je maximální, tedy $3 \cdot 10^{21} N \cdot C^{-1}$, vně jádra intenzita elektrostatického pole klesá s druhou mocninou vzdálenosti.
 U 3.1.-10. $2,0 \cdot 10^{-5} N \cdot m^2 \cdot C^{-1}$
 U 3.1.-11. $-6,64 nC$, $-750 N \cdot m^2 \cdot C^{-1}$
 U 3.1.-12. a) $27 \mu J$ b) $45 \mu J$
 U 3.1.-13. $178,7 kV$
 U 3.1.-14. $6,3 \cdot 10^{-5} J$
 U 3.1.-15. $4,8 \cdot 10^{-18} C$, 30 elektronů, 15 elektronů
 U 3.1.-16. $11,11 pF$
 U 3.1.-17. $1 mN$
 U 3.1.-18. $1,6 \cdot 10^{-13} N$
 U 3.1.-19. $710 \mu F$
 U 3.1.-20. $16,5 mJ$, $1,65 mJ$
 U 3.1.-21. $4 \mu J$
 U 3.1.-22. Kapacita se nezmění, energie se zvětší n^2 -krát.