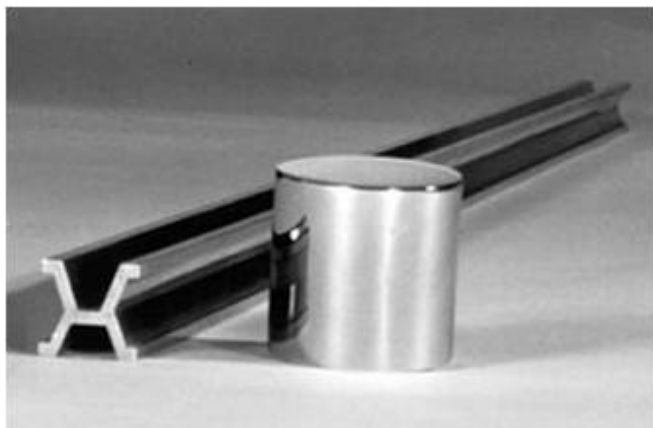


VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA

FYZIKÁLNÍ MĚŘENÍ



Každý dospělý člověk by měl znát míru.

Richard Dvorský Jaroslav Foukal

Ostrava 2007

OBSAH

1. TEORIE FYZIKÁLNÍHO MĚŘENÍ

- 1.1. Reprodukovatelnost výsledků měření jako základ vědecké metody
- 1.2. Měření jako proces srovnávání
- 1.3. Měřicí jednotky – soustava jednotek SI
- 1.4. Kalibrace a certifikace

2. NEJISTOTA MĚŘENÍ

- 2.1. Výsledek měření, skutečnost a chyba měření
- 2.2. Nejistota výsledku měření
- 2.3. Statistická standardní nejistota (typu A)
- 2.4. Systematická standardní nejistota (typu B)
- 2.5. Kombinovaná standardní nejistota
- 2.6. Rozšířená nejistota zvyšuje spolehlivost výsledku měření
- 2.7. Kovarianční zákon a Gaussův zákon šíření nejistoty při nepřímém měření
- 2.8. Pás nejistot funkční závislosti
- 2.9. Zaokrouhlování a číselná formulace výsledku měření
- 2.10. Hrubá chyba a spolehlivost výsledků měření

3. PŘÍMÁ MĚŘENÍ FYZIKÁLNÍCH VELIČIN

- 3.1. Měření délky
- 3.2. Měření úhlu
- 3.3. Měření objemu
- 3.4. Měření času
- 3.5. Měření hmotnosti
- 3.6. Měření teploty
- 3.7. Měření tlaku
- 3.8. Měření elektrického napětí

4. SCHEMA EXPERIMENTU

- 4.1. Návrh experimentu
- 4.2. Realizace experimentu
- 4.3. Záznam výsledků přímých měření – formát datové tabulky
- 4.4. Obecné formáty grafů fyzikálních závislostí

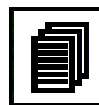
-
- 4.5. Vyhodnocení a fyzikální analýza výsledku experimentu
 - 4.6. Publikace výsledků experimentu (vzor laboratorního protokolu)
 - 4.7. Ukázka laboratorního protokolu
 5. BEZPEČNOST PRÁCE VE FYZIKÁLNÍ LABORATOŘI
 - 5.1. Rizika při práci v laboratoři
 - 5.2. Práce s elektrickými zařízeními
 - 5.3. Bezpečnost práce s lasery
 - 5.4. Práce s radioaktivními zářiči
 6. MĚŘENÍ – MECHANIKA
 - 6.1. Měření rozměrů a hustoty těles
 - 6.2. Měření modulu pružnosti v tahu ze statického průhybu tyče
 7. MĚŘENÍ – KMITY, VLNY A AKUSTIKA
 - 7.1. Měření frekvence pomocí Lissajousových obrazců
 - 7.2. Měření blízké frekvence pomocí rázů
 - 7.3. Měření rychlosti a vlnové délky zvuku v plynech Kundtovou trubicí
 - 7.4. Měření koeficientu pohltivosti zvuku Kundtovou trubicí
 - 7.5. Měření hladiny intenzity a spektrálního složení hluku hlukoměrem
 8. MĚŘENÍ – FYZIKA TEKUTIN
 - 8.1. Měření povrchového napětí kapaliny z kapilární elevace
 9. MĚŘENÍ – TERMODYNAMIKA
 - 9.1. Měření měrné tepelné kapacity látek elektrickým kalorimetrem
 - 9.2. Měření koeficientu tepelné vodivosti
 10. MĚŘENÍ - ELEKTRINA A MAGNETISMUS
 - 10.1. Měření rezonančních charakteristik obvodu RLC
 11. MĚŘENÍ - OPTIKA
 - 11.1. Měření vlnové délky světla z ohybu na optické mřížce
 12. MĚŘENÍ - ATOMOVÁ FYZIKA
 - 12.1. Měření výstupní práce elektronu při fotoelektrickém jevu
 - 12.2. Měření Planckovy konstanty
 - 12.3. Ověření Poissonovy statistiky radioaktivního rozpadu
 - 12.4. Měření absorpční polovrstvy různých materiálů pro záření beta a gama

1. TEORIE FYZIKÁLNÍHO MĚŘENÍ

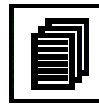
1.1. Reprodukovatelnost výsledků měření jako základ vědecké metody



Vědecká metoda je principiální přístup současné vědy k pozorovaným jevům. Jde o získávání znalostí o objektech a jevech pomocí **pozorování**, logické **indukce** a **dedukce**.



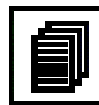
Logická indukce je logický úsudek vyvozující z jedinečných pozorovaných skutečností obecně platnou zákonitost. Pozorujeme-li u objektu O_1 skutečnost Z , u objektu O_2 skutečnost Z atd. až po N -tý objekt O_N , pak při vysokém počtu N pozorování **přijímáme logický předpoklad**, že Z bude pozorována u všech objektů O jako obecná zákonitost. Problém velikosti N počtu pozorování spadá do oblasti matematické statistiky a rozděluje souvislost jevů A a B na tři základní kategorie.



1. **Zákon** ($A \rightarrow$ jistota $\rightarrow B$) N velmi vysoké, nepřipouští výjimky!
2. **Statistický zákon** (pravidlo) ($A \rightarrow$ pravděpodobnost $\rightarrow B$) N vysoké, připouští výjimky.
3. **Nahodilost** (není statisticky potvrzená souvislost A a B) N velmi nízké



Logická dedukce je logický úsudek vyvozující ze známých podmínek a obecné zákonitosti (získané indukci) jedinečné skutečnosti, mnohdy dosud nepozorované. Obecná forma vědecké zákonitosti je založena na přijetí **principu kauzality** (příčinnosti, příčina \Rightarrow následek).



podmínky platnosti zákona $\xrightarrow{\text{zákon}}$ důsledky platnosti zákona

Standardy deduktivního usuzování formuluje logika. Logicky správné deduktivní užití zákona má podobu posloupnosti kroků, které vedou od **přesně splněných výchozích podmínek** k předpovědi **nevyhnutelného důsledku**, který může být experimentálně ověřen.



Vědecká hypotéza je obecně přijatelný předpoklad umožňující vysvětlení pozorované skutečnosti vědeckou metodou. Na počátku vědeckého poznání stojí domněnka, kterou hypotéza co nejpřesněji a nejstručněji obecně formuluje. Hypotéza již musí být podložena souborem faktů vytyčujících současně další směr výzkumu příslušného jevu.



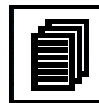


Vědecká teorie je ucelený soubor tvrzení postavený na předpokladu pravdivosti základních hypotéz. Teorie je považovaná za pravdivou do doby, kdy může být vyvrácena, nebo modifikována. Po dobu své platnosti nesmí být v rozporu se zkušeností, výsledky experimentů a musí být vnitřně konzistentní (bez logických rozporů). Vědecká metoda je založena na předpokladu, že **kritériem pravdivosti teorie je souhlas všech jejích předpovědí s výsledky experimentů**. Tento přístup udržuje vědecké teorie v neustálém kontaktu s realitou a umožňuje jejich **falzifikaci** (vyvrácení). Přirozeným důsledkem je omezení současné vědy na otázky a hypotézy, jež jsou alespoň v principu rozhodnutelné pozorováním. Izolovaný jev, který nelze opakovaně pozorovat spadá mimo oblast vědecké metody a současná věda se k jeho realitě nemůže objektivně vyjádřit. Moderní kauzalistická věda má jako jeden ze základních předpokladů pojem **přírodního zákona**, tedy představu, že



stejně příčiny vedou vždy ke stejnému důsledku.

Fundamentálním využitím znalosti uvedených přírodních zákonů v praxi je příklad zajištění požadavku **reprodukovatelnosti** důležitých parametrů sériových výrobků ve zvolené toleranci (důsledků). Abychom tento požadavek splnili musíme zajistit odpovídající reprodukovatelnost podmínek jejich výroby (příčin), které jednoznačně ovlivňují požadované výstupní parametry. Takové „obrácené“ využití přírodního zákona příčiny a následku je neodmyslitelně podmíněno nutností jejich **kvantifikace měřením** a užitím technických výrobních prostředků požadované přesnosti. Nelze např. vyrábět přesné hodinářské součástky na běžném dílenském soustruhu. Požadavek reprodukovatelnosti je jedním ze základních pilířů vědecké metody a hlavní příčinou **kvantifikace procesu srovnávání, kterou nazýváme měřením**.

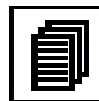


1.2. Měření jako proces srovnávání

Pojem „měření“ má ve fyzice zcela fundamentální význam a nepochybně patří k nejzákladnějším pilířům této exaktní vědy. V samotné podstatě algoritmu měření je obsažen základní požadavek reprodukovatelnosti výsledku. Naměřený údaj musí obsahovat takovou informaci, aby bylo možné jej s definovanou přesností reprodukovat nezávisle na původním autorovi měření. K tomu je potřeba všeobecně respektovaného a neměnného vzorku, který realizuje pro danou veličinu „velikost jedna“ – **jednotkový etalon**. Jako příklad může posloužit měření vzdálenosti:

$$X = \left\{ \frac{X}{(X_U = 1\text{m})} \right\}_{\text{srovnání}} \times [X_U = 1\text{m}] = \underbrace{N}_{\left(\frac{X}{X_U}=2\right)} [m] = 2 \text{ m} \quad (1)$$

Údaj ve složené závorce, nazvaný **číselná hodnota**, symbolizuje porovnání měřené délky X s jednotkovou délkou X_U ve formě bezrozměrného zlomku N . Údaj o tom, s jakou jednotkou jsme srovnávali je v hranaté závorce a dává číselnému údaji konkrétní „fyzikální rozměr“, nezbytný k fyzické reprodukci měřené délky. Zavedená zvyklost pak vyjadřuje výsledek měření jako součin číselného násobku N (kolikrát je všeobecně dohodnutá jednotka X_U obsažena v měřené veličině X) a jednotky, označené smluveným symbolem (v našem případě $[m]$). Uvádět výsledek měření bez jednotky tedy postrádá fyzikální smysl. V této souvislosti si musíme uvědomit, že veškerá přímá měření jsou založena na srovnávání s dohodnutou jednotkou a mají relativní charakter. Všeobecně jsou však **měření vztažená k mezinárodně dohodnutým jednotkám nazývána jako absolutní**. Všechna ostatní měření, vztažená k jiným veličnostem, nazýváme **relativní**.



1.3. Měřicí jednotky – soustava jednotek SI

V roce 1875 byl založen BIMP – Bureau International des Poids et Mesures; International Bureau of Weights and Measures - Mezinárodní úřad měř a vah se sídlem v Sevres v blízkosti Paříže obr.1.3.1. Jeho hlavním úkolem je zajišťovat a koordinovat jednotný celosvětový systém měř a vah.

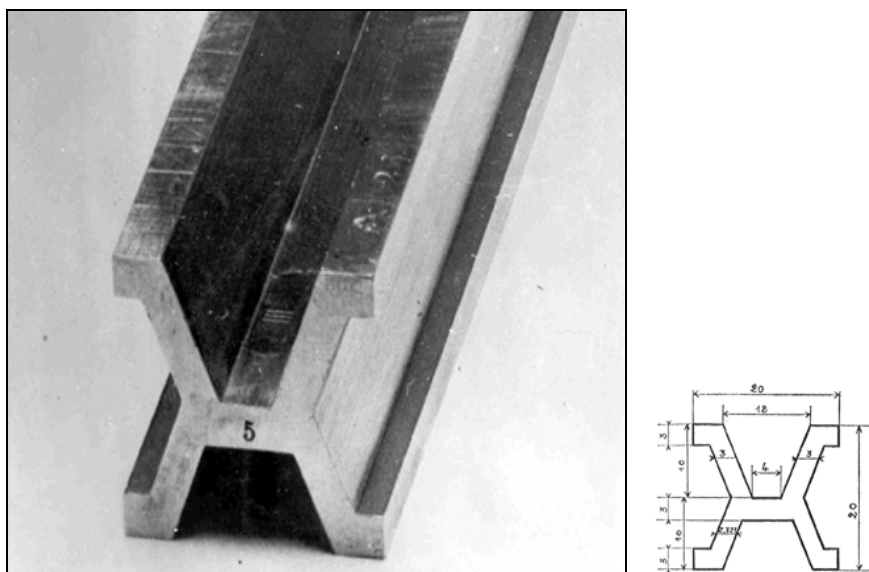


obr. 1.3.1

BIMP je iniciátorem mezinárodních konferencí CGPM – Conférence Générale des Poids et Mesures - Všeobecná konference o mírách a váhách, které jsou svolávány za účelem řešení problematiky definice základních jednotek SI. Mezinárodní soustava jednotek SI (Système International d'Unités), přijatá na 11. generální konferenci pro váhy a míry v r. 1960 a doplněná v r. 1971 definuje tři skupiny jednotek.

1. Základní jednotky SI

Délka → 1 m [metr]



obr. 1.3.2

Základním standardem každé mezinárodně dohodnuté jednotky je **mezinárodní etalon**. Na obr. 1.3.2 je zobrazen mezinárodní délkový standard 1m, uložený v **Mezinárodním úřadu pro váhy a míry** v Severes u Paříže. Jde o tuhý kovový profil ze slitiny 90% platiny a 10% iridia (příslušné rozměry profilu jsou uvedeny v mm) na kterém jsou ve vzdálenosti definované jednotky dvě rysky. Je-li teplota etalonu $(0 \pm 0,01) ^\circ\text{C}$, pak etalon definuje délku 1m s přesností 0,00002%. Historický metr byl odvozen jako jedna desetimiliontina kvadrantu zemského poledníku tak, aby v případě jeho poškození, nebo zničení bylo možno jej znovu rekonstruovat. Přesná měření však ukázala, že etalon je o 0,2288 mm kratší než vyplývá z uvedené definice. Vzhledem k tomu, že ani délku příslušného kvadrantu nelze principiálně považovat za neměnnou, bylo v roce 1927 rozhodnuto stanovit standard 1 m ve vztahu ke zvolené vlnové délce, jejíž velikost považujeme za fundamentální neměnný důsledek fyzikálního zákona. Jako standard 1 m byla zvolena dobře identifikovatelná červená spektrální čára kadmia $1 \text{ m} = 1\,553\,164,13 \cdot \lambda_{\text{Cd}}$. Uvedený vztah definuje 1 m se stejnou přesností jako mezinárodní etalon v Severes. Exaktní definice velikosti 1 m se v historii stále zpřesňovala a poslední platná definice realizuje **1 m jako vzdálenost, kterou urazí světlo ve vakuu za $1/299\,792\,458$ s.**

Čas \longrightarrow 1 s [sekunda]

Absolutní jednotkou času je 1 sekunda. V roce 1889 byla definovaná jako $1/86400$ část středního slunečního dne. Definice vycházela z požadavku tradičního dělení dne 24 hodin po 60

minutach a minut po 60 sekundach. Uvedená definice se však v důsledku nepravidelností zemské rotace velmi brzy ukázala problematická. V roce 1967 byla tradiční definice sekundy nahrazena novou definicí, založenou na neměnném přírodním jevu vyzařování atomu. Časový interval **1 s** je realizován tzv. **atomovými hodinami** a odpovídá trvání 9 192 631 770 period záření, emitovaného přechodem mezi dvěma nesporně definovanými hladinami hyperjemné struktury základního stavu atomu cesia 133. Tato definice předpokládá cesiový atom v klidu při teplotě absolutní nuly.

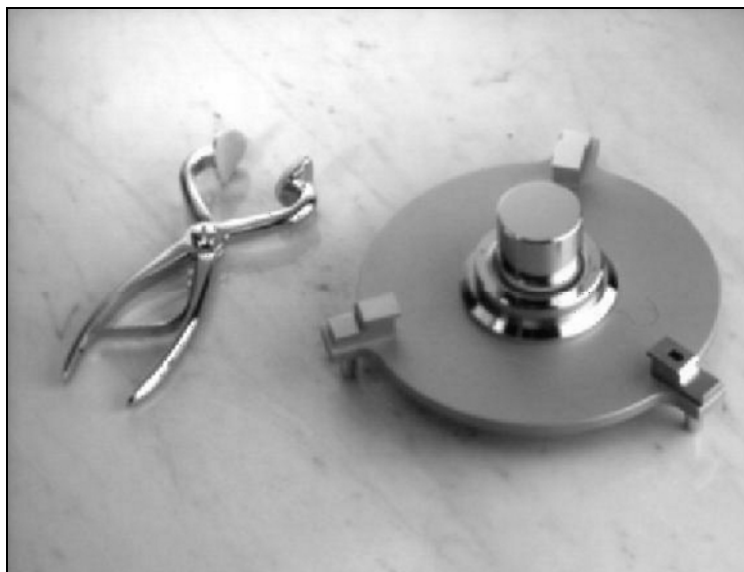


obr. 1.3.3

Příklad konstrukce atomových hodin pro SRN na Fyzikálním a technickém spolkovém úřadu PTB zachycuje obr. 1.3.3.

Hmotnost \longrightarrow 1 kg [kilogram]

Etalon 1 kg je definován jako závaží ze slitiny platiny a iridia ve formě válce viz obr. 1.3.4, který je uložen v Mezinárodním úřadu pro váhy a míry v Sévres u Paříže.



obr.1.3.4

Absolutní jednotkou hmotnosti je jedna tisícina hmotnosti uvedeného etalonu – 1 g. Historicky měl být 1 g roven hmotnosti 1 cm³ při 3,98 °C a tlaku 760 torů. Přesnější měření však opět ukázala, že hmotnost 1 dm³ = 1000 cm³ vody za uvedených podmínek je menší než hmotnost ideálního etalonu 1 kg. Pro objektivizaci byla proto zavedena jednotka objemu **1 litr = 1,000 027 dm³**, která dovoluje v samotném důsledku definovat hmotnost 1 kg prostřednictvím definice 1 m a doplňkových podmínek. **1 kg je realizován hmotností 1 litru H₂O při 3,98 °C a tlaku 760 torů.** Kilogram je v současnosti poslední jednotku SI definovanou pomocí fyzického prototypu. S ohledem na stále vyšší požadavky na přesnost měření zejména v oblastech nanověd a kvantové fyziky je velmi aktuální současné jednání o změně definice kilogramu tak, aby nebyla závislá na fyzickém etalonu.

Elektrický proud → 1 A [Ampér]

1 Ampér – 1 A je stálý elektrický proud, který při průchodu dvěma přímými rovnoběžnými nekonečně dlouhými vodiči zanedbatelného kruhového průřezu ve vakuu ve vzájemné vzdálenosti 1 metr vyvolá mezi nimi stálou sílu $2 \cdot 10^{-7}$ N na 1 m délky vodiče. V metrické soustavě byl jako **etalon** určen **mezinárodní Ampér jako proud, který z roztoku dusičnanu stříbrného vyloučí 0,00111800 g stříbra za sekundu.** Tato jednotka byla určena londýnskou konferencí pro jednotky elektrické v roce 1909.

Termodynamická teplota → 1 K [Kelvin]

1 Kelvin – 1 K je definován absolutní termodynamickou teploměrnou stupnicí, která přiřazuje hodnotu **0** absolutnímu teplotnímu minimu, zvanému **absolutní nula** a hodnotu **273,16**

stavu trojného bodu vody. Teplota absolutní nuly je principiálně nedosažitelná. Absolutní termodynamickou stupnici navrhl skotský fyzik William Thomson, který byl za své vědecké úspěchy povýšen do šlechtického stavu pod jménem lord Kelvin. Odtud označení jednotky **1 Kelvin**.

Látkové množství \longrightarrow 1 mol [mol]



1 mol je základní jednotka množství libovolné látky. Obsahuje stejný počet molekul jako je obsaženo atomů ve 12 g izotopu uhlíku ^{12}C . Tento počet udává Avogadrovo číslo $N_A = (6,022142 \pm 0,000001) \cdot 10^{23}$.



Svítočnost \longrightarrow 1 cd [kandela]



1 Kandela (z latinského výrazu pro svíci) – **1cd** je svítivost světelného zdroje, který v daném směru vyzařuje monochromatické záření o frekvenci $540 \cdot 10^{12}$ Hz s intenzitou 1/683 watů na jeden steradián.

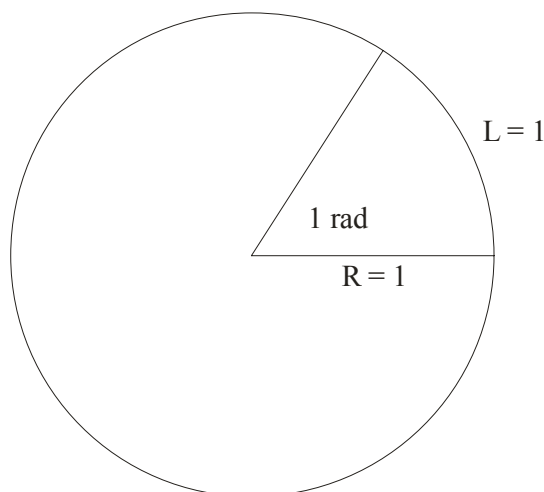


2. Doplnkové jednotky SI

Rovinný úhel \longrightarrow 1 [rad] radián



1 radián – **1rad** je v soustavě SI jednotka rovinného úhlu, která vymezi ze středu na obvodu jednotkové kružnice oblouk jednotkové délky viz obr. 1.3.5.



$$\alpha [\text{rad}] = \frac{L [\text{m}]}{R [\text{m}]}$$

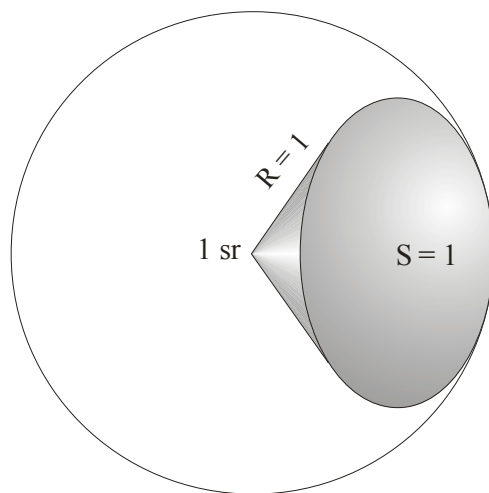
obr. 1.3.5

Prostorový úhel \longrightarrow 1 [sr] steradián



1 steradián – **1sr** je v soustavě SI jednotka prostorového úhlu, který vymezi ze středu na povrchu jednotkové koule jednotkovou plochu viz obr. 1.3.6.





$$\Omega_{[sr]} = \frac{S[m^2]}{R[m]}$$

obr. 1.3.6

3. Odvozené jednotky SI

Počet odvozených jednotek je v principu neomezený. Například plošný obsah, objem, frekvence, rychlost, úhlová rychlost, zrychlení, úhlové zrychlení atd. Zatímco definice základních a doplňkových jednotek je založena elementárních jevech a vlastnostech konkrétních reálných objektů, vychází definice odvozených jednotek z definičních formulí pro příslušné fyzikální veličiny.

$$\begin{aligned} v &= \frac{s}{t} \rightarrow v[ms^{-1}] \\ f &= \frac{1}{T} \rightarrow f[s^{-1}] = f[Hz] \end{aligned} \tag{2}$$

U některých veličin zůstalo zvykem užívat složených jednotek viz rychlost (2), některé jednotky byly z historických důvodů, nebo z důvodů stručnosti zápisu nazvány vlastními názvy viz frekvence (2).

frekvence	f	hertz	Hz	s^{-1}
síla	F	newton	N	$kg\ m\ s^{-2}$
tlak, mechanické napětí	p, σ	pascal	Pa	$kg\ m^{-1}\ s^{-2}$
energie, práce, teplo	E, A, Q	joule	J	$kg\ m^2\ s^{-2}$
výkon, zářivý tok	P, Φ_e	wat	W	$kg\ m^2\ s^{-3}$
elektrický náboj	q	coulomb	C	A s
elektrický potenciál	U, φ	volt	V	$kg\ m^2\ s^{-3}\ A^{-1}$

elektrický odpor	R	ohm	Ω	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-3} \text{A}^{-2}$
elektrická vodivost	G	siemens	S	$\text{kg}^{-1} \text{m}^{-2} \text{s}^3 \text{A}^2$
elektrická kapacita	C	farad	F	$\text{kg}^{-1} \text{m}^{-2} \text{s}^4 \text{A}^2$
magnetický indukční tok	Φ	weber	Wb	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2} \text{A}^{-1}$
magnetická indukce	B	tesla	T	$\text{kg s}^{-2} \text{A}^{-1}$
indukčnost	L	henry	H	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2} \text{A}^{-2}$
světelný tok	Φ	lumen	lm	cd sr
osvětlení	E	lux	lx	cd sr m^{-2}
aktivita	A	becquerel	Bq	s^{-1}
dávka ionizujícího záření		gray	Gy	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$

a další.

V různých oblastech lidské činnosti se setkáváme s různými charakteristickými hodnotami příslušných veličin, které často bývají až o několik řádů odlišné od základních jednotek. Bylo by například velmi nepraktické uvádět kosmické vzdálenosti nebo rozměry hodinářské součástky v metrech. Z těchto důvodů byly zavedeny **násobné a dílčí jednotky**, charakterizované předponami SI.

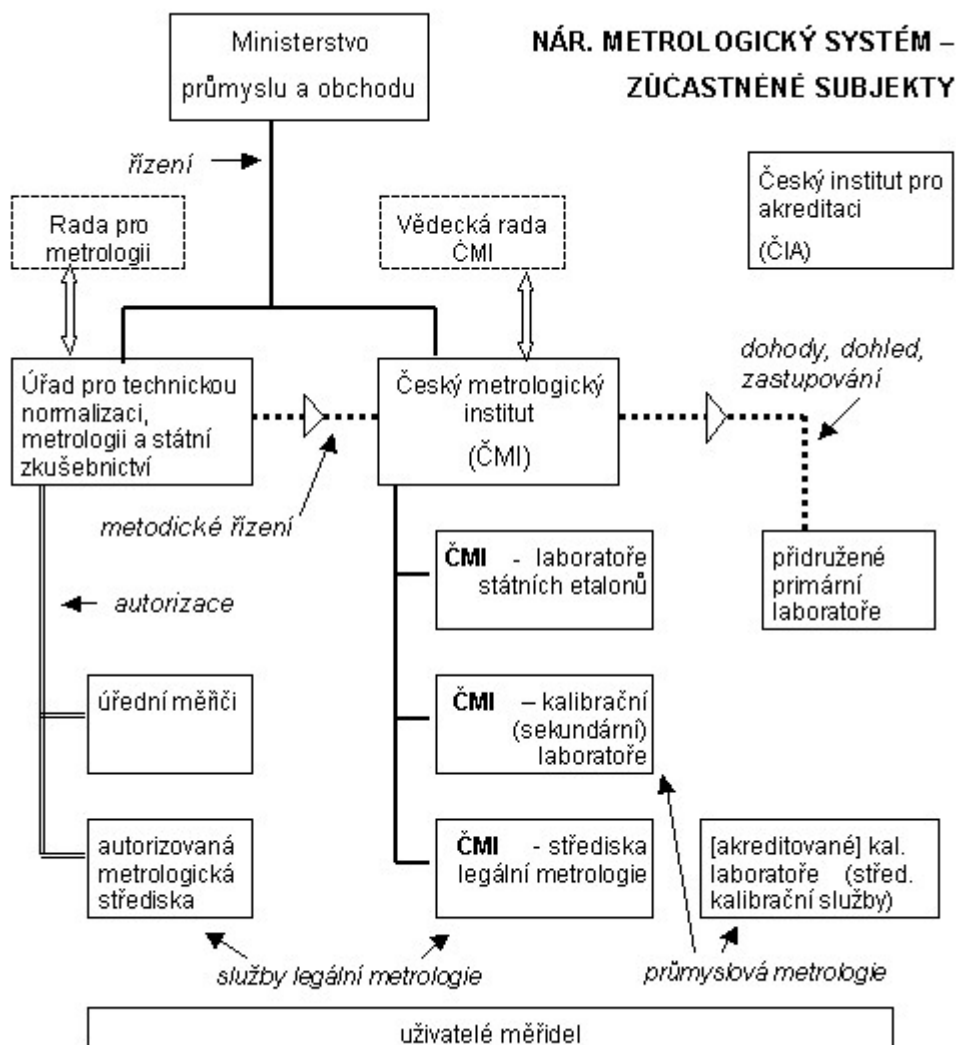
10^{-24}	(y)yocto	10^{24}	(Y)yotta
10^{-21}	(z)zepto	10^{21}	(Z)zeta
10^{-18}	(a)atto	10^{18}	(E)exa
10^{-15}	(f)femto	10^{15}	(P)peta
10^{-12}	(p)piko	10^{12}	(T)tera
10^{-9}	(n)nano	10^9	(G)giga
10^{-6}	(μ)mikro	10^6	(M)mega
10^{-3}	(m)mili	10^3	(k)kilo
10^{-2}	(c)centi	10^2	(h)hekto
10^{-1}	(d)deci	10^1	(D)deka

V současné fyzice se aktuálně užívají předpony „femto“ až „tera“.

1.4. Kalibrace a certifikace

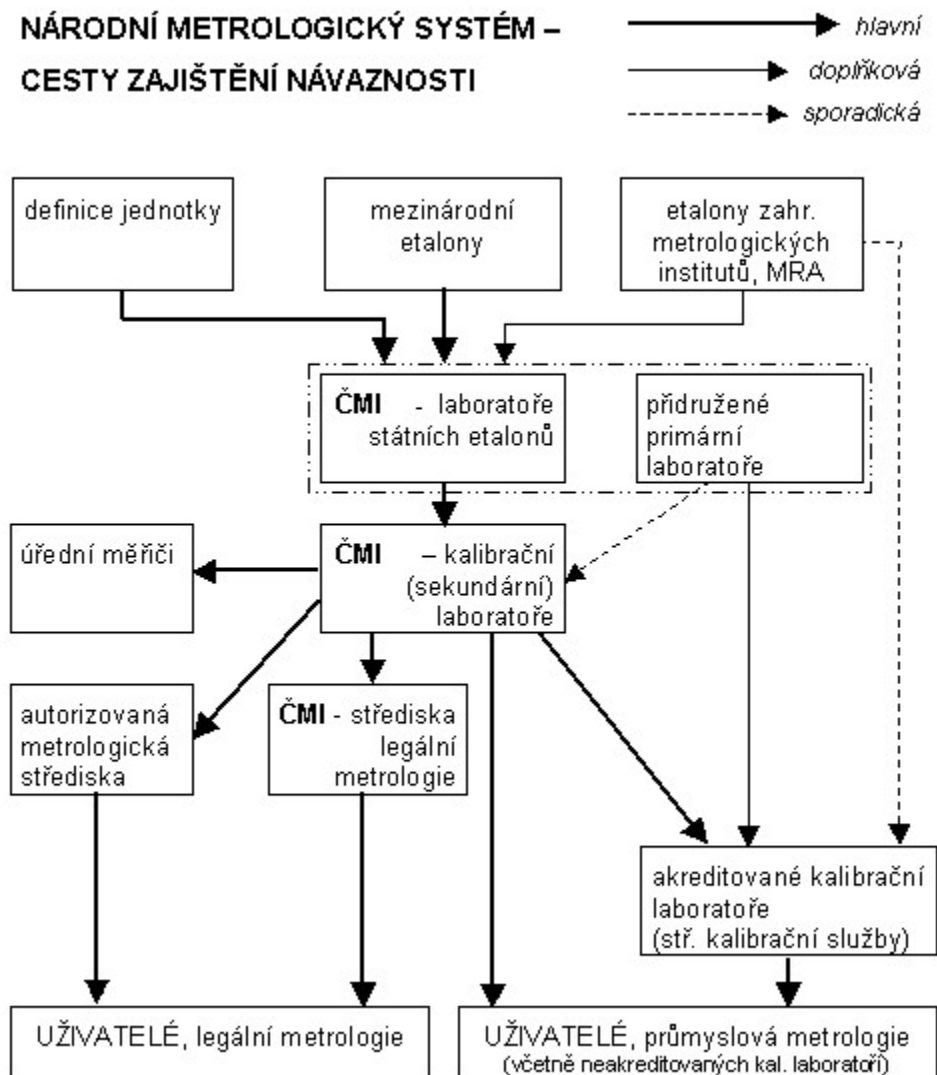


Kalibrace etalonů a měřidel je základním prostředkem při zajišťování návaznosti výsledků měření. Pomocí porovnání s etalony se zjišťují metrologické charakteristiky měřidla. Kalibrací měřidla se dosahuje toho, že jsou buď **přiřazeny hodnoty měřených veličin k hodnotám indikovaným měřidlem**, nebo se stanoví korekce vůči indikovaným hodnotám. Každá kalibrace přirozeně nemůže být provedena přímo vzhledem k mezinárodnímu standardu. Z těchto důvodů je vytvořena hierarchická struktura akreditovaných národních, regionálních a oborových pracovišť, která zajišťují **mezinárodně sjednanou míru shody vlastních etalonů s etalony mezinárodními**.



obr. 1.3.7

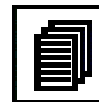
Subjekty, působící v národním metrologickém systému České republiky jsou zobrazeny v rámci obr. 1.3.7. a cesty zabezpečení metrologické návaznosti národním metrologickém systému České republiky jsou vyznačeny na obr. 1.3.8.



obr. 1.3.8



Oblasti působení národního metrologického systému ČR:



- fundamentální metrologie, která se zabývá soustavou měřicích jednotek a státními etalony
- „legální metrologie“, která zabezpečuje jednotnost a správnost měření v regulované sféře podle platné právní úpravy
- průmyslová metrologie, zaměřená na obsluhu měřidel v průmyslu, zajišťující předpoklady pro dosažení vysoké jakosti výrobků a služeb v širokém oboru měření a zkoušení.
- infrastrukturu metrologického systému v České republice doplňují tzv. **přidružené laboratoře**. Jedná se zpravidla o špičková pracoviště v daném oboru pokrývající svými výkony potřeby omezeného počtu uživatelů, měření extrémních hodnot určitých veličin (např. ně-

ření v oblastech nm), nebo pracující ve velmi specializované oblasti. Způsobilst přidružené laboratoře je prověřena **akreditací** podle ČSN EN ISO/IEC 17025 nebo posouzením expertní komisí ČMI a Technickou komisí pro jakost EUROMET.

Každá takto působící struktura **musí být vybavena příslušnou autoritou**, zajištěnou akreditací v dané metrologické oblasti. Národní metrologický systém České republiky je vybudován a **zabezpečován na základě právních předpisů** upravujících práva a povinnosti subjektů působících v oblasti metrologie. Základem právní úpravy je Zákon č. 505/1990 Sb. o metrologii ve znění zákona č. 119/2000 Sb., zákona č. 137/2002 Sb., zákona č. 226/2003 Sb. a zákona č. 444/2005, zákon č. 20/1993 Sb. o zabezpečení výkonu státní správy v oblasti technické normalizace, metrologie a státního zkušebnictví, ve znění zákona č. 22/1997 Sb. v platném znění. Vzhledem ke stále vyšším požadavkům vzájemné kompatibility vysokého počtu produkovaných dílčích součástek se stále zvyšuje potřeba jejich garantované přesnosti. Právě institucionalizovaná garance, právně podložena normou a autoritativním výrokem o jejím dodržení, nemůže být poskytnuta libovolným subjektem. Tato skutečnost vedla přirozeně k nutnosti právního propůjčení příslušné autority způsobilým odborným subjektům udělením tzv. **akreditace pro danou oblast měření**. Oficiální výroky akreditovaného subjektu mají většinou formu **certifikátu s přesně vymezenou právní odpovědností**.

§ 10 Zákona č. 22/1997 Sb. - Certifikace

Certifikace podle tohoto zákona je činnost nezávislé autorizované nebo akreditované osoby, která vydáním certifikátu osvědčí, že výrobek nebo činnosti s výrobou související jsou v souladu s technickými požadavky na výrobky. Tyto certifikáty lze využít při posuzování shody podle § 13 odst. 1.

Problematika certifikace se řídí následujícími dokumenty (ISO Guides) Výboru pro RM při ISO, ISO/REMCO:

- **ISO Guide 30** (1992): Terms and definitions used in connection with reference materials (Termíny a definice používané v souvislosti s referenčními materiály)
- **ISO Guide 31** (1999): Contents of certificate of reference materials (Obsah certifikátu referenčních materiálů)
- **ISO Guide 32** (1995): Calibration of chemical analyses and use of certified reference materials (Kalibrace v chemických analýzách a užití certifikovaných referenčních materiálů)

- **ISO Guide 33** (1989): Uses of certified reference materials (Použití certifikovaných referenčních materiálů)
- **ISO Guide 34** (2000): General requirements for the competence of reference materials producers (Obecné požadavky na kompetenci výrobců referenčních materiálů)
- **ISO Guide 35** (1985, rev. 2002): Certification of reference materials - general and statistical principles (Certifikace referenčních materiálů - všeobecné a statistické principy)

Český metrologický institut má pro tuto oblast zaveden systém managementu kvality podle ČSN EN ISO/IEC 17025 a ISO Guide 34. Závěrem je třeba konstatovat, že certifikace, normy a systémy kvality nejsou většinou ničím jiným, než institucionalizovanými formami záruky splnění základního požadavku reprodukovatelnosti (prohlášení o shodě atd.) sledovaných vlastností.



Literatura



- [1] Halliday, D., Resnick, R. Walker, J.: Fyzika. Vyd. 1., Praha: Vutium a Prometheus, 2001.
- [2] Kopečný, J. a kol.: Fyzikální měření. VŠB TU Ostrava, Ostrava, 1967.
- [3] Chudý, V., Palenčár, R., Kureková, E., Halaj, M.: Meranie technických veličín. Slovenská technická univerzita v Bratislavě, 1999.
- [4] Dokument EAL-R2/1997, Český institut pro akreditaci
- [5] Brož, J.: Základy fyzikálních měření. SPN, Praha, 1999.
- [6] Horák, Z.: Praktická fyzika. SNTL, Praha, 1958.
- [7] <http://physics.nist.gov/cuu/Units/background.html>
- [8] <http://www.converter.cz/jednotky.htm>
- [9] <http://www.cmi.cz/index.php?lang=1>

2. NEJISTOTA MĚŘENÍ

2.1. Výsledek měření, skutečnost a chyba měření

Při aplikaci vědecké metody měření pracujeme **ve výsledku měření vždy s konkrétním úplně vyjádřeným číslem s konečným počtem platných číslic**, které jsme obdrželi v procesu srovnávání měřené veličiny s její jednotkou. V reálném světě principiálně spojitých fyzikálních veličin však nelze dospět k absolutní shodě měřené veličiny a „změřeného násobku“ příslušné jednotky. Vedle extrémních metodologických problémů jak definovat spojitě veličiny prostřednictvím nespojitě atomární struktury reálných měřidel existuje přímo principiální zábrana zjištění absolutně přesných hodnot fundamentálních veličin délky, času a hmotnosti. Jedná se o Heisenbergův princip neurčitosti, který ve svých důsledcích principiálně zabraňuje měření přesných hodnot příslušných fyzikálních veličin. V této situaci je značně problematické hovořit o reálné objektivní existenci skutečné hodnoty veličiny, kterou nazýváme **pravou hodnotou**, neboť je objektivně neuchopitelná jakýmkoliv měřením. Provedeme-li n opakovaných měření stejné veličiny, pak její hypotetická pravá hodnota x_P se od i -tého měření x_i liší o hodnotu Δx_{Pi} , kterou nazýváme **chyba měření**.

$$x_P = x_i + \Delta x_{Pi} \quad \Rightarrow \quad \Delta x_{Pi} = x_P - x_i \quad (1)$$

Jde o kladné nebo záporné číslo, které musíme ke změřené hodnotě přičíst, abychom dostali hodnotu pravou. Analýzou chyb provedené série n měření bychom získali kvantitativní charakteristiku spolehlivosti výsledku. Tomuto záměru však principiálně brání neřešitelnost jediné rovnice (1) o dvou neznámých Δx_{Pi} a x_P . V této **ideální maximalistické variantě tedy není chyba dobře definovanou veličinou**.

Při řešení tohoto problému je třeba si uvědomit, že **jediné kvantitativní informace o měřené veličině tvoří množina konečných čísel** $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, která odpovídá náhodnému výběru n konkrétních změřených hodnot z teoreticky nekonečného základního statistického souboru všech možných hodnot $\{x\}$. Výběrů hodnot ze základního statistického souboru lze vytvořit teoreticky nekonečně mnoho. Ne všechny však obsahují dostatečnou informaci o základním statistickém souboru a tedy o hodnotě veličiny x . Reprezentativní náhodný výběr $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ musí vykazovat určité nezbytné vlastnosti. Ze zkušenosti víme,

že hodnoty jednotlivých měření x_i náhodného výběru, opakovaných ve „stejných podmínkách“, se od sebe liší. Uvedená odlišnost má své příčiny

- jednak v **makroskopických fyzikálních vlivech**, které působí na systém pod úrovní naší přístrojové a subjektivní garance shody podmínek měření (skutečné podmínky jednotlivých měření tedy nejsou stejné),
- jednak ve **fundamentální statistické povaze veličin na samotné mikrofyzikální úrovni** (uvedené stochastické a kvantové vlivy jsou v makroskopické fyzice většinou skryty ve středních hodnotách hluboko pod úrovní metrologického rozlišení klasických přístrojů).

Aby množina čísel $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ měla skutečný charakter náhodného výběru s relevantní informací o měřené veličině x , musí být jednotlivé hodnoty x_i

- **stochastické** (náhodné – při dané úrovni znalosti všech parametrů podmínek měření není možné hodnoty x_i před měřením žádným způsobem předpovědět)
- a **nekorelované** (vzájemně nezávislé – informace, reprezentovaná kteroukoli hodnotou x_i není již žádným způsobem obsažena ve kterékoli z ostatních hodnot x_j).

Na základě uvedené znalosti můžeme provést **odhad nejpravděpodobnější hodnoty** měřené veličiny, který nazveme **konvenčně pravou hodnotou** a označíme x_K . Vzhledem k tomu, že naprostá většina výsledků měření spojitých fyzikálních veličin vykazuje normální Gaussovo rozdělení odvodíme odhad konvenčně pravé hodnoty x_K jeho prostřednictvím. Gaussovo rozdělení pravděpodobnosti výskytu jednotlivých změřených hodnot okolo nejpravděpodobnější hodnoty $\mu = x_K$ charakterizuje **frekvenční (pravděpodobnostní) funkce** (2).

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2)$$

Kladný parametr σ – **směrodatná odchylka** a jeho kvadrát σ^2 – **disperze** vyjadřují míru rozptylu měřených hodnot okolo **střední hodnoty** μ , která je hodnotou nejpravděpodobnější. Frekvenční funkce (2) představuje hustotu pravděpodobnosti výsledku měření o velikosti x a protože každá změřená hodnota patří s jistotou do intervalu $(-\infty, \infty)$, je frekvenční funkce normována.

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = 1 \quad (3)$$

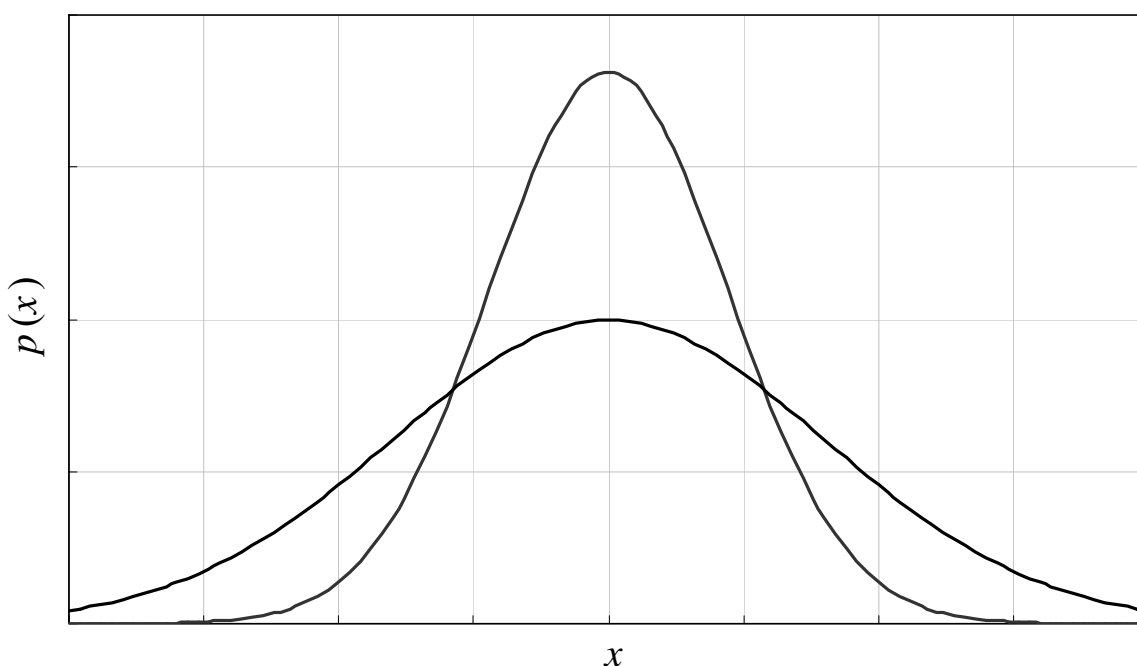
Střední hodnota μ (nejpravděpodobnější hodnota) a disperze σ^2 (míra rozptylu hodnot) jsou

definovány integrací.

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x) dx \tag{4}$$

$$\sigma^2 = D(X) = E([X - E(X)]^2) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 p(x) dx$$

Širší křivka frekvenční funkce na obr. 3.1.1 vykazuje vyšší rozptyl hodnot než křivka užší při stejné střední hodnotě.



obr. 3.1.1

Odvoďme tedy na základě uvedených skutečností určení konvenčně pravé hodnoty $x_K = \mu$ z náhodného výběru $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Pravděpodobnost jeho realizace opakovaným měřením je rovna součinu pravděpodobností změření jednotlivých hodnot x_i .

$$p(\mu, x_1, x_2, \dots, x_n) = p(x_1) p(x_2) \cdots p(x_n) = \prod_{i=1}^n p(x_i) \tag{5}$$

$$p(\mu, x_1, x_2, \dots, x_n) = \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^n \prod_{i=1}^n e^{-\frac{(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}} = \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^n e^{-\sum_{i=1}^n \frac{(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Nejvyšší pravděpodobnost odpovídá maximu funkce $p(\mu, x_1, x_2, \dots, x_n)$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mu} p(\mu, x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^n e^{-\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}} \frac{\partial}{\partial \mu} \left(-\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Extrém je zajištěn nulovou hodnotou derivace sumy v (6).

$$\frac{\partial}{\partial \mu} \left(-\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum_{i=1}^n (x_i - \mu) = \sum_{i=1}^n x_i - n\mu = 0. \quad (7)$$

Na základě podmínky extrému (7) a záporné hodnoty druhé derivace $p(\mu, x_1, x_2, \dots, x_n)$ jsme dospěli k aproximaci konvenčně pravé hodnoty x_K výběrovým průměrem \bar{x} .

$$\boxed{x_K = \mu = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i} \quad (8)$$

V této souvislosti je třeba připomenout, že **konvenčně pravá hodnota může být v konkrétním případě definována i jiným způsobem**. Například u jednorázového měření v laboratorním praktiku může být změřený údaj konfrontován s tabulkovou hodnotou příslušné veličiny, kterou můžeme považovat za konvenčně pravou. Ve vztahu k našemu měření vykazuje vyšší autoritu všeobecně přijatého publikovaného výsledku. V závěru laboratorního protokolu pak jejich rozdíl uvádíme jako chybu provedeného měření. **Reálná definice chyby měření** je tedy analogická rovnici (1) kdy pravou hodnotu x_P nahradíme hodnotou konvenčně pravou x_K , jejíž velikost umíme určit.

$$\boxed{\Delta x_i = x_K - x_i} \quad (9)$$

Mimo uvedené definice (9), která určuje tzv. **absolutní chybu i – tého měření** definujeme **relativní chybu i – tého měření**, která je vztažena k velikosti smluvně pravé hodnoty.

$$\boxed{\delta x_i = \frac{\Delta x_i}{\bar{x}}} \quad (10)$$

Při užívání relativní chyby (10) je třeba mít na zřeteli omezenou použitelnost příslušné definice, která selhává při měřeních veličin v okolí nuly. Pro seriózní výsledek měření by relativní chyba měla být výrazně menší než jedna $\delta x_i \ll 1$. Vžila se také **zvyklost uvádět velikost relativní chyby v procentech**.

$$\delta x_i [\%] = \frac{\Delta x_i}{\bar{x}} \cdot 100 [\%] \quad (11)$$

Zatímco rovnice (9) a (10) definují individuální chybu jediného měření, je třeba obdobné definice pro celý náhodný výběr n měření. Jak již bylo ukázáno ve vztahu (8) volíme nečastěji za konvenčně pravou hodnotu x_K výběrový průměr \bar{x} ze statistického souboru $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. V souvislosti s tímto výsledkem stanovíme míru věrohodnosti ve formě jeho **směrodatné odchytky $\bar{\sigma}_x$ od pravé hodnoty x_P** .

$$\bar{\sigma}_x \stackrel{\text{def}}{=} |x_P - x_K| = |x_P - \bar{x}| \quad (12)$$

Kvadrátem rovnice (12) obdržíme příslušnou disperzi.

$$\bar{\sigma}_x^2 = \left(x_P - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 = \frac{1}{n^2} \left(\sum_{i=1}^n (x_P - x_i) \right)^2 \quad (13)$$

Při úpravě vztahu (13) využijeme odůvodněného předpokladu rovnováhy kladných a záporných odchylek, která umožní eliminovat část sumy se smíšenými násobky Δx_{Pi} .

$$n\bar{\sigma}_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_P - x_i)^2 + \underbrace{\frac{2}{n} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n (x_P - x_i)(x_P - x_j)}_0 \quad (14)$$

Substitucí změřených hodnot $x_i = \bar{x} - \Delta x_i$ do nenulového zbytku (14) jsme obdrželi rovnici o jedné neznámé $\bar{\sigma}_x$.

$$n\bar{\sigma}_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\underbrace{(x_P - \bar{x})}_{\bar{\sigma}_x} + \Delta x_i \right)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{\sigma}_x + \Delta x_i)^2 \quad (15)$$

Při její úpravě do tvaru pro explicitní řešení $\bar{\sigma}_x$ využijeme skutečnosti, že suma všech odchylek Δx_i od průměru \bar{x} je za všech okolností nulová.

$$n\bar{\sigma}_x^2 = \frac{1}{n} \left(\underbrace{\sum_{i=1}^n \bar{\sigma}_x^2}_{n\bar{\sigma}_x^2} + 2\bar{\sigma}_x \underbrace{\sum_{i=1}^n \Delta x_i}_0 + \sum_{i=1}^n \Delta x_i^2 \right) \tag{16}$$

Úpravou (16) obdržíme rovnici

$$n\bar{\sigma}_x^2 = \bar{\sigma}_x^2 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i^2, \tag{17}$$

kteřá poskytuje explicitní řešení $\bar{\sigma}_x$. **Směrodatná odchylka výběrového průměru** je tedy dána vztahem (18).

$$\bar{\sigma}_x = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} \tag{18}$$

Ze statistického hlediska jde parametr rozptylu všech možných průměrů (příslušných různým náhodným výběrům ze základního statistického souboru) okolo pravé hodnoty x_P . Výsledek měření veličiny X bývá ve většině případů formulován v obecně přijatém tvaru prostřednictvím **pravděpodobné chyby** ϑ_x , která definuje příslušný **interval spolehlivosti (konfidenční interval) výsledku**.

$$\boxed{x = \bar{x} \pm \vartheta_x} \dots\dots\dots x \in \langle \bar{x} - \vartheta_x, \bar{x} + \vartheta_x \rangle \tag{19}$$

Za předpokladu, že rozptyl hodnot má Gaussovský charakter je **pravděpodobná chyba** ϑ_x **definována podmínkou, aby 50% všech změřených hodnot x_i leželo v příslušném intervalu spolehlivosti $\langle \bar{x} - \vartheta_x, \bar{x} + \vartheta_x \rangle$.**

$$p(x \in \langle \bar{x} - \vartheta_x, \bar{x} + \vartheta_x \rangle) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\bar{x}-\vartheta_x}^{\bar{x}+\vartheta_x} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} dx = 0,5 \quad (20)$$

Této podmínce vyhovuje definice pravděpodobné chyby prostřednictvím $\bar{\sigma}_x$ ve tvaru:

$$\vartheta_x = k_G(0,5) \cdot \bar{\sigma}_x = 0,674 \cdot \bar{\sigma}_x \doteq \frac{2}{3} \cdot \bar{\sigma}_x \quad (21)$$

Číslo $k_G(0,5) = 0,674$ se v matematické statistice nazývá kvantil. Je charakteristické pro náš případ Gausova rozdělení (existuje i pro jiná rozdělení) a je důležitým prvkem teorie intervalových odhadů.

Mimo uvedenou pravděpodobnou chybu, která má statistický charakter, rozlišujeme ještě chybu systematickou (soustavnou) a chybu hrubou. Systematická chyba může být odstranitelná a neodstranitelná. **Odstranitelná systematická chyba** je způsobená soustavným působením známého vlivu v průběhu celého měření. Znalost vlivu můžeme získat někdy až dodatečně po provedeném měření avšak musí poskytovat informaci, nutnou k provedení příslušné korekce, která působení vlivu eliminuje. Jako příklad odstranitelné systematické chyby lze uvést působení aerostatického vztlaku v průběhu přesných vážení těles s nízkou hustotou. Pokud náš laboratorní protokol obsahuje údaje o tlaku a teplotě v laboratoři, můžeme i dodatečně vypočítat příslušnou hustotu vzduchu během vážení a korekci na vztlak provést třeba i dodatečně v důsledku upozornění zkušenějšího experimentátora. Pokud však náš protokol nejenže příslušné údaje neobsahuje, ale neobsahuje ani datum a čas měření (možnost získat údaje dodatečně z jiných zdrojů jako meteostanice atp.) nemáme k dispozici žádné relevantní korekční údaje a jedná se o **systematickou chybu neodstranitelnou**, která výrazně znehodnocuje výsledek měření. Zde je však třeba zdůraznit, že již samotnou volbou metody měření a jednotlivých měřidel vnášíme do procesu měření neodstranitelnou systematickou chybu, jejíž velikost je třeba ve výsledku zohlednit. Jako příklad může sloužit měření posuvkou a mikrometrem které již samy svým rozlišením přinášejí rozdílnou systematickou chybu.

2.2. Nejistota výsledku měření

Nový pojem nejistoty měření vychází důsledně ze statistického popisu výsledků měření pomocí intervalů spolehlivosti.

Definice nejistoty měření (dle EA 4/02 - oddíl 2.2): Nejistota měření je parametr přidružený k výsledku měření, který charakterizuje rozptyl hodnot, které by mohly být důvodně přisuzovány k měřené veličině.

Zdroje nejistoty měření (dle EA 4/02 - oddíl C1): Nejistota výsledku měření odráží omezenou možnost znalostí hodnoty měřené veličiny. Kompletní znalost by vyžadovala nekonečné množství informace. Jevy přispívající k nejistotě a způsobující, že výsledek měření nemůže být charakterizován pouze jedním číslem, jsou nazývány zdroji nejistot. V praxi existuje mnoho možných zdrojů nejistot měření, zahrnujících např.:

- (a) nekompletní definici měřené veličiny,
- (b) nedokonalou realizaci definice měřené veličiny,
- (c) nereprezentativní vzorkování – naměřené hodnoty nemusí reprezentovat definovanou měřenou veličinu,
- (d) nedostatečnou znalost vlivů okolního prostředí nebo jejich nedokonalé měření,
- (e) vliv lidského faktoru při odečítání analogových měřidel,
- (f) omezené rozlišení měřícího přístroje nebo práh rozlišení,
- (g) nepřesné hodnoty měřících etalonů a referenčních materiálů,
- (h) nepřesné hodnoty konstant a dalších parametrů získaných z externích zdrojů a použitých při výpočtu,
- (i) aproximace a zjednodušení obsažené v měřící metodě a postupu,
- (j) změny v opakovaných pozorováních měřené veličiny, která jsou prováděna za zjevně shodných podmínek.

Zdroje nejistot nutně nemusí být nezávislé. Některé ze zdrojů nejistot uvedené pod body (a) až (i) mohou přispívat ke zdroji nejistot uvedenému pod bodem (j).

V souladu s výše uvedenou definicí lze konkretizovat pojem nejistoty na základě zmíněné teorie intervalových odhadů.

Nejistota měření je kladné číslo u_x vymezující v okolí konvenčně pravé hodnoty x_K výsledku měření interval $\langle x_K - u_x, x_K + u_x \rangle$, který se zvolenou pravděpodobností obsahuje pravou hodnotu x_P .

Norma ČSN EN 45 001, čl. 5.4.3 požaduje, aby kvantitativní výsledky měření nebo zkoušky byly uváděny i včetně stanovených nejistot měření (všude tam, kde je to možné). Stanovení uváděných nejistot měření má být doloženo postupem jejich výpočtu.

Základní nejistotou z hlediska nejnižších požadavků na spolehlivost je **standardní nejistota**, která odpovídá směrodatné odchylce $\bar{\sigma}_x$.

$$u_x = \bar{\sigma}_x \quad (22)$$

Standardní nejistota vymezuje v okolí konvenčně pravé hodnoty x_K výsledku měření interval $\langle x_K - u_x, x_K + u_x \rangle$, který **obsahuje pravou hodnotu x_P s pravděpodobností 68%**.

$$p(x \in \langle x_P - \bar{\sigma}_x, x_P + \bar{\sigma}_x \rangle) = \int_{x_P - \bar{\sigma}_x}^{x_P + \bar{\sigma}_x} p(x) dx = 0,68 \quad (23)$$

Pro mnoho měření je 68% pravděpodobnost značně nespolehlivá a z těchto důvodů bývá často prováděno tzv. rozšíření nejistoty jak bude ukázáno níže. Zdroje nejistoty měření se obdobně jako u chyb dělí na statistické (nejistota typu A) a systematické (nejistota typu B).

2.3. Statistická standardní nejistota (typu A)

Hodnota statistické standardní nejistoty A vychází ze statistického náhodného výběru měření $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, který umožňuje stanovit příslušnou směrodatnou odchylku ve smyslu (22) .

$$u_{xA} = \bar{\sigma}_x = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} \quad (24)$$

V některých zvláštních případech nám však okolnosti experimentu neumožňují provést dostatečný počet měření, abychom soubor dat mohli považovat za maximálně reprezentativní a informačně hodnotný. Užití klasické formule (24) by v takových případech vedlo k nerealistickému podhodnocení nejistoty měření. V případě, že počet měření je menší než 10, měla by být směrodatná odchylka stanovena kvalifikovaným odhadem na základě maximální přístupné informace (např. zohledněním podobných měření). Pokud to situace neumožňuje, musí být směrodatná odchylka dle (24) patřičně rozšířená korekčním koeficientem k_n .

$$u_{xA} = k_n \bar{\sigma}_x = k_n \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} \quad (25)$$

Korekční koeficient je závislý na počtu n měření a jeho hodnoty (26) byly převzaty z metrologických dokumentů platících v zemích EU, které zohlednily dlouhodobé metrologické zkušenosti s chováním malých statistických souborů.

$$\begin{aligned} n = 2 & \dots\dots\dots k_2 = 7,0 \\ n = 3 & \dots\dots\dots k_3 = 2,3 \\ n = 4 & \dots\dots\dots k_4 = 1,7 \\ n = 5 & \dots\dots\dots k_5 = 1,4 \\ n = 6 & \dots\dots\dots k_6 = 1,3 \\ n = 7 & \dots\dots\dots k_7 = 1,3 \\ n = 8 & \dots\dots\dots k_8 = 1,2 \\ n = 9 & \dots\dots\dots k_9 = 1,2 \\ n \geq 10 & \dots\dots\dots k_{10} = 1,0 \end{aligned} \quad (26)$$

Na základě analýzy velikosti korekčních koeficientů je třeba zdůraznit, že pro počet měření menší než 5 se šířka intervalu nejistoty neúměrně zvětšuje a měření má pouze informativní charakter.

2.4. Systematická standardní nejistota (typu B)

Při vyhodnocování systematické nejistoty typu B vycházíme z **kvalifikovaného odhadu** na základě všech dostupných zdrojů „nestatistických“ informací o vlivech, působících v průběhu celého měření. Zdrojem uvedených informací mohou být

- zkušenosti z dosud provedených vlastních měření,
- zkušenosti z publikovaných výsledků obdobných měření,
- zkušenosti s chováním a vlastnostmi příslušných materiálů a zařízení nebo jejich obecné znalosti,
- specifikace měřících zařízení a podmínek jejich použití poskytnuté výrobcem,
- údaje v kalibračních listech nebo jiných certifikátech,
- nejistoty referenčních údajů uváděné v jiných např. metrologických příručkách.

Při stanovení velikosti systematické nejistoty je třeba rozlišit tři případy.

1. Měření poskytlo pouze jednu hodnotu x_I (zdrojem může být i výsledek předchozích měření nebo výsledek publikovaný v odborné literatuře) – pokud je příslušný údaj k dispozici musí být standardní nejistota převzata ze stejného zdroje. Pokud k dispozici není musí být stanovena kvalifikovaným odhadem při zohlednění všech známých okolností měření.
2. Pokud lze na základě teorie nebo zkušenosti předpokládat konkrétní statistické rozdělení měřené veličiny X , uijeme jako odhad systematické nejistoty směrodatnou odchylku stanovenou z disperze uvedeného rozdělení.
3. Pokud máme k dispozici pouze odhad dolní a horní meze x_{min} a x_{max} možných hodnot ($x_{min} - x_{max} = 2 z_{max}$) bez bližší znalosti statistického rozdělení (např. odečítání na dílkové stupnici), uijeme ke stanovení výsledku předpokladu rovnoměrného rozdělení. Samotnou hodnotu veličiny X aproximujeme střední hodnotou

$$\left. \begin{aligned} x_K &= \int_{x_{min}}^{x_{max}} xp(x) dx \\ p(x) &= \begin{cases} \frac{1}{2z_{max}} & \text{pro } x \in \langle x_{min}, x_{max} \rangle \\ 0 & \text{pro } x \notin \langle x_{min}, x_{max} \rangle \end{cases} \end{aligned} \right\} x_K = \frac{1}{2}(x_{max} + x_{min}) \quad (27)$$

a odhad příslušné nejistoty

$$\left. \begin{aligned} u_{xB} &= \sqrt{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} (x_K - x)^2 p(x) dx} \\ p(x) &= \begin{cases} \frac{1}{2z_{\max}} & \text{pro } x \in \langle x_{\min}, x_{\max} \rangle \\ 0 & \text{pro } x \notin \langle x_{\min}, x_{\max} \rangle \end{cases} \end{aligned} \right\} u_{xB} = \frac{\frac{1}{2}(x_{\max} - x_{\min})}{\sqrt{3}} = \frac{z_{\max}}{\sqrt{3}} \quad (28)$$

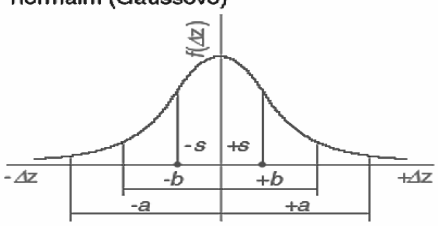
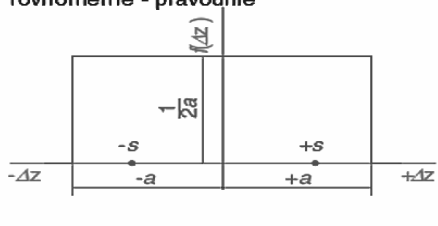
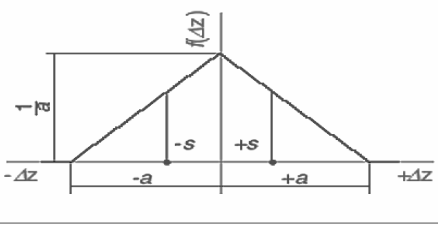
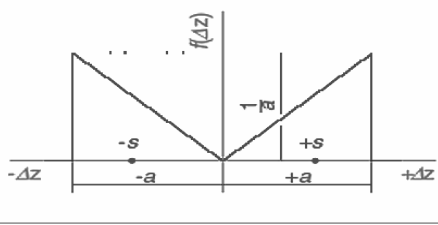
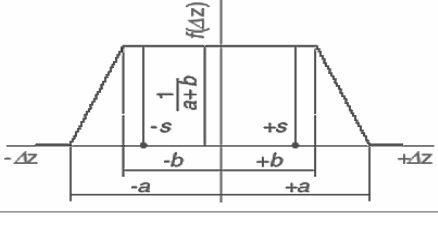
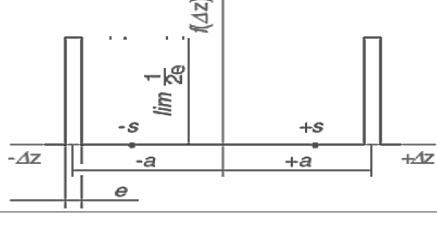
Užití rovnoměrného rozdělení je v metrologické praxi nejrozšířenější a přes svou aproximační povahu představuje poměrně malé riziko zásadního omylu. Obecný postup stanovení systematické nejistoty B vychází z definice poměrového koeficientu k mezi maximálním zvoleným rozpětím z_{\max} intervalu spolehlivosti $\langle x_K - z_{\max}, x_K + z_{\max} \rangle$ a směrodatnou odchylkou $\bar{\sigma}_x$ příslušného statistického rozdělení (pravděpodobnost výskytu změřené hodnoty mimo zvolený interval považujeme za zanedbatelnou – je prakticky nemožný).

$$k = \frac{z_{\max}}{\bar{\sigma}_x} = \text{konst.} \quad \text{pro všechny hodnoty } \bar{\sigma}_x \quad (29)$$

Jedná se v určitém smyslu o tzv. koeficient rozšíření, o kterém bude podrobněji pojednáno níže v odstavci 3.6.. Uvedené číslo úzce souvisí s pravděpodobností přítomnosti pravé hodnoty v příslušném intervalu $\langle x_K - z_{\max}(m), x_K + z_{\max}(m) \rangle$ a na základě vztahu (29) umožňuje definovat systematickou nejistotu B pro konkrétní měřidlo „ m “ $\rightarrow z_{\max} = \text{max. chyba}$.

$$u_{xB} = \frac{z_{\max}(m)}{k} \quad (30)$$

Pro Gaussovo rozdělení (pro nejistotu B!) možného výsledku jednorázového měření je $k = 2$ (resp. 3) podle volby příslušné pravděpodobnosti. Pro nejobecnější rovnoměrné rozdělení je $k = \sqrt{3}$ (viz (28)), pro trojúhelníkové rozdělení je $k = 2,45$ a pro rozdělení bimodální $k = 1$.

Rozdělení	z_{max}	k	Rozdělení	z_{max}	k
<p>normální (Gaussovo)</p> 	a	3	<p>rovnoměrné - pravoúhlé</p> 	a	$\frac{\sqrt{3}}{1,73}$
<p>trojúhelníkové (Simpsonovo)</p> 	a	$\frac{\sqrt{6}}{2,45}$	<p>bimodální (trojúhelníkové)</p> 	a	$\frac{\sqrt{2}}{1,41}$
<p>lichoběžníkové</p> 	a	$\frac{2,32}{\text{př. } b = \frac{a}{3}}$	<p>bimodální (Diracovo)</p> 	a	1

(AUTOMA 10/2001) obr. 3.4.1

Pokud jsme si jisti, je možné užití alternativních rozdělení jako Simpsonovo trojúhelníkové, bimodální trojúhelníkové (např. při odečítání na čárkových měřítcích), lichoběžníkové, Diracovo impulsové, případně další speciální rozdělení podle povahy měření.

Příklad: Při užití číslicového měřidla je jedním z důležitých faktorů pro stanovení nejistoty poslední platná číslice. Pokud není statistické rozdělení přímo dáno, použijeme opět nejobecnější rozdělení rovnoměrné. Za šířku intervalu spolehlivosti budeme považovat jednotku poslední platné číslice δ_z tak že pro hodnotu $z_{\text{max}}(m)$ v definičním vztahu (30) platí $z_{\text{max}}(m) = \delta_z/2$ a nejistota měřidla je

$$u_{Bz} = \frac{\delta_z}{2\sqrt{3}} \tag{31}$$

2.5. Kombinovaná standardní nejistota

Při většině měření je vhodné uvážit jak vlivy systematické, tak vlivy statistické. Zohledněním obou typů nejistoty je nejistota kombinovaná označovaná obvykle u_C . Přesnější formulace konvenčně pravé hodnoty x_K by měla zohlednit působení obou vlivů prostřednictvím příslušných nejistot u_A a u_B . Je třeba si uvědomit, že náhodný soubor měření $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ často není jedinou informací o měřené veličině. Při znalosti systematické nejistoty měřidla je třeba předpokládat u každého individuálního měření x_i zatížení příslušnou nejistotou u_B . Uvažujme aproximaci konvenčně pravé hodnoty $x_K(x_1, x_2, \dots, x_n)$ výběrovým průměrem ve smyslu (8).

$$x_K(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bar{x}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (32)$$

Uvažme kvadratický diferenciál dané funkce s ohledem na důležitý **požadavek korelace diferenciálů dx_i jednotlivých měření tak, aby byla stále zachována změřená hodnota \bar{x}** .

$$(dx_K)^2 = \left(\frac{\partial x_K}{\partial \bar{x}} d\bar{x} \right)^2 + \underbrace{\left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial x_K}{\partial x_i} dx_i \right)}_0^2 \quad (33)$$

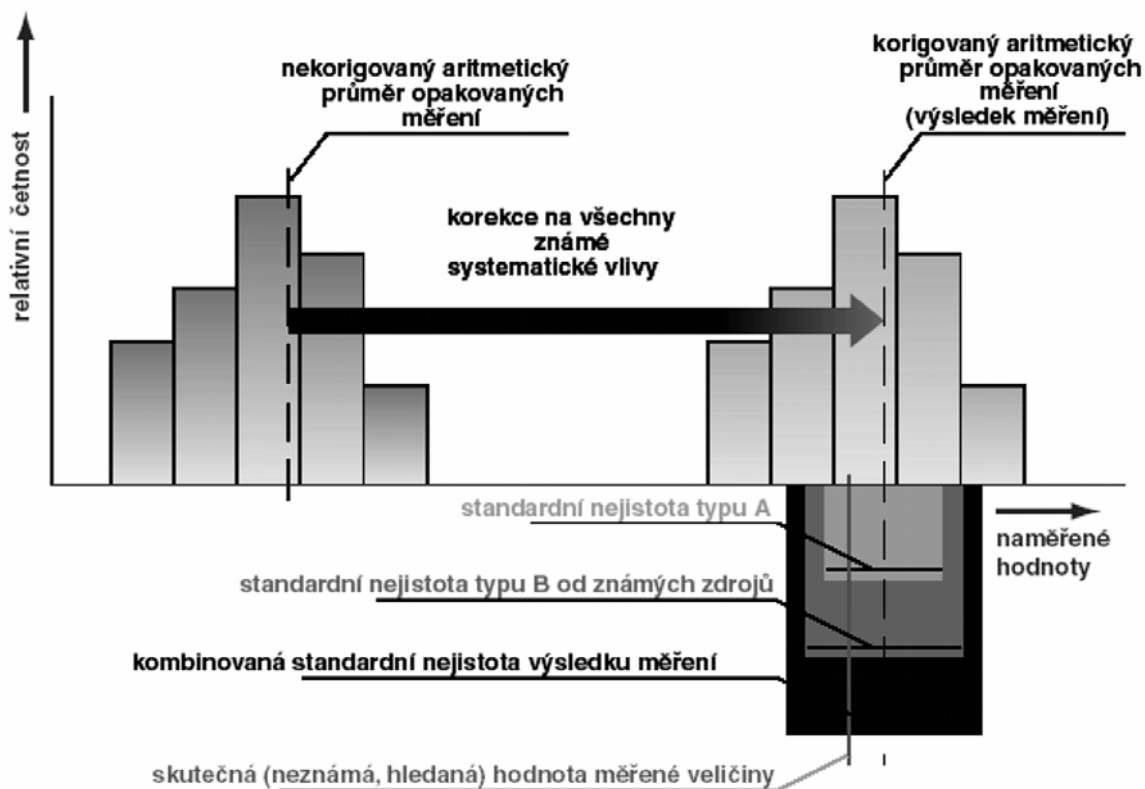
Analogicky formuli (33) lze formálně vyjádřit hodnotu kvadrátu kombinované nejistoty u_{Cx}^2 .

$$u_{Cx}^2 = \left(\frac{\partial x_K}{\partial \bar{x}} u_{Ax} \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial x_K}{\partial x_i} u_{Bx} \right)^2 = u_{Ax}^2 + \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} u_{Bx} \right)^2 \quad (34)$$

Mezi formulami (33) a (34) je však jeden zásadní rozdíl. Zatímco diferenciální forma (33) obsahuje takovou variaci kladných a záporných hodnot dx_i která zajišťuje nulovou hodnotu druhého členu, při $u_{Bx} > 0$ tato podmínka není splněna neboť (34) představuje nejméně příznivou situaci kdy systematická nejistota způsobuje ve všech individuálních měřeních stejnou kladnou odchylku u_{Bx} . Kombinovanou nejistotu definovanou (34) pak zapisujeme ve známém tvaru.

$$u_{Cx} = \sqrt{u_{Ax}^2 + u_{Bx}^2} \quad (35)$$

V souvislosti s podmínkami platnosti (35) je třeba upozornit na striktní nezávislosti hodnot u_{Ax} a u_{Bx} . Následující obr. 3.5.1 ilustruje komplexní proces stanovení výsledku měření včetně korekce systematických chyb.



obr. 3.5.1

(AUTOMA 10/2001)

Na obr. 3.5.1 je patrná situace každého seriózního měření kdy dochází k optimalizaci dvou protichůdných požadavků:

- **maximální přesnosti** (minimální u_C) číselné hodnoty měřené veličiny a
- **maximální spolehlivosti** (maximální u_C), která roste s pravděpodobností že interval nejistoty obsahuje pravou hodnotu.

2.6. Rozšířená nejistota zvyšuje spolehlivost výsledku měření

Výše zmíněná otázka spolehlivosti je jedním ze základních důvodů zobecnění pojmu pravděpodobná chyba ϑ_x zavedením nejistoty u_x . Interval spolehlivosti definovaný v okolí konvenčně pravé hodnoty obsahuje pravou hodnotu podle definiční rovnice (20) s pravděpodobností 50%. S takovou pravděpodobností bezpečného přechodu ulice by asi většina z nás zůstala na své straně. Nově definovaná standardní nejistota tuto problematickou spolehlivost sice poněkud zvýšila (68%)

$$p(x \in \langle \bar{x} - u_x, \bar{x} + u_x \rangle) = \frac{1}{\bar{\sigma}_x \sqrt{2\pi}} \int_{\bar{x} - \bar{\sigma}_x}^{\bar{x} + \bar{\sigma}_x} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\bar{\sigma}_x^2}} dx = 0,68, \quad (36)$$

ale při vysokých požadavcích mnohých norem, které často souvisí přímo s osobní bezpečností, **je i tato hodnota nedostatečná**. Stále sofistikovanější technické systémy (např. raketooplán) obsahují velké množství přesných součástí jejichž úhrnná variabilita se projevuje ve spolehlivosti činnosti celku. Z těchto důvodů byla zavedena rozšířená nejistota U_x , která **zvyšuje požadovanou pravděpodobnost na 95%**

$$p(x \in \langle \bar{x} - U_x^{(2)}, \bar{x} + U_x^{(2)} \rangle) = \frac{1}{\bar{\sigma}_x \sqrt{2\pi}} \int_{\bar{x} - 2\bar{\sigma}_x}^{\bar{x} + 2\bar{\sigma}_x} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\bar{\sigma}_x^2}} dx = 0,95 \quad (37)$$

$$\boxed{U_x^{(2)} = 2\bar{\sigma}_x}$$

a rozšířená nejistota $U_x^{(3)}$ **zajišťující požadovanou pravděpodobnost na 99,7%**.

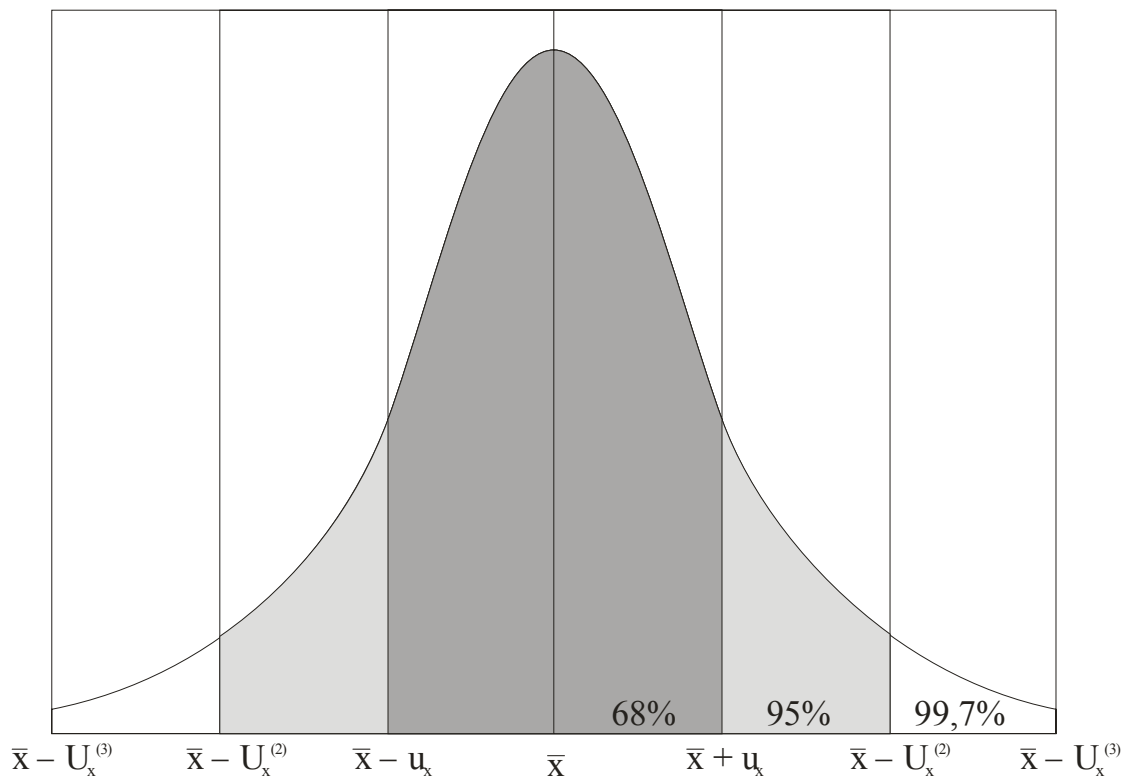
$$p(x \in \langle \bar{x} - U_x^{(3)}, \bar{x} + U_x^{(3)} \rangle) = \frac{1}{\bar{\sigma}_x \sqrt{2\pi}} \int_{\bar{x} - 3\bar{\sigma}_x}^{\bar{x} + 3\bar{\sigma}_x} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\bar{\sigma}_x^2}} dx = 0,997 \quad (38)$$

$$\boxed{U_x^{(3)} = 3\bar{\sigma}_x}$$

Požadavky vysoké spolehlivosti jsou obecně definovány koeficientem rozšíření k , který udává násobek směrodatné odchylky pro zajištění požadované pravděpodobnosti.

$$\boxed{U_x^{(k)} = k \cdot \bar{\sigma}_x = k \cdot u_x \quad k = \begin{cases} 2 & \text{pro } p \doteq 95\% \\ 3 & \text{pro } p = 99,7\% \end{cases}} \quad (39)$$

Na následujícím obr. 3.6.1 je graficky znázorněna pravděpodobnostní interpretace standardní (36) a rozšířené (37), (38) nejistoty.



obr. 3.6.1

Jak již bylo zmíněno výše, je požadavek **zvyšování spolehlivosti** v protikladu k přesnosti výsledku měření. Uvedený problém je řešen **snižováním směrodatné odchylky $\bar{\sigma}_x$ měřených hodnot přesnějším měřením.**

2.7. Kovarianční zákon a Gaussův zákon šíření nejistoty při nepřímém měření

Na rozdíl od přímých měření, která poskytují výsledek ve formě přímého údaje měřidla, existuje velmi mnoho fyzikálních veličin, které je třeba získat výpočtem na základě několika přímo změřených údajů. Jestliže je nepřímo měřená veličina definována prostřednictvím formule (40) fyzikálního zákona jako funkce přímo měřených veličin $a_1, a_2 \dots a_n$

$$y = y(a_1, a_2 \dots a_n), \quad (40)$$

pak na základě **kovariančního zákona vyrovnávacího počtu matematické statistiky** lze celkovou nejistotu veličiny y vyjádřit ve formě sumy

$$u_y^2 = \sum_{i,j=1}^n v_{ij} \left(\frac{\partial y}{\partial a_i} \right) \left(\frac{\partial y}{\partial a_j} \right) u_{a_i} u_{a_j}, \quad (41)$$

kde **korelační koeficienty** $v_{ij} \in \langle -1, +1 \rangle$ vyjadřují míru vzájemné lineární závislosti (korelace) veličin a_i a a_j (problém nepříliš častých nelineárních závislostí je svou komplikovaností již mimo rámec tohoto pojednání). Hodnota korelačního koeficientu -1 odpovídá nepřímé lineární závislosti, tedy zvětší hodnoty v prvním souboru hodnot, odpovídá zmenší hodnoty v druhém souboru, např. vztah mezi uplynulým a zbývajícím časem. Hodnota korelačního koeficientu $+1$ odpovídá přímé lineární závislosti, např. vztah mezi proudem a napětím v rámci Ohmova zákona. Pokud je korelační koeficient roven 0, pak mezi veličinami není žádná lineární závislost. Protože je zřejmé, že každá veličina a_i je v jednotkové korelaci sama se sebou $a_i = a_i$, jsou diagonální korelační koeficienty vždy jednotkové a příslušné členy lze sdružit do samostatného součtu.

$$u_y^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial a_i} u_{a_i} \right)^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n v_{ij} \left(\frac{\partial y}{\partial a_i} \right) \left(\frac{\partial y}{\partial a_j} \right) u_{a_i} u_{a_j} \quad (42)$$

Pokud je měření uspořádáno tak, že všechny přímo měřené veličiny jsou naprosto nezávislé (nekorelují), pak všechny smíšené korelační koeficienty v_{ij} jsou nulové a smíšená suma ve (42) zaniká. V tomto případě nekorelujících veličin $a_1, a_2 \dots a_n$ dospíváme ke zjednodušené formě kovariančního zákona, známé jako **Gaussův zákon šíření nejistoty**.

$$u_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial a_i} u_{a_i} \right)^2} \quad (43)$$

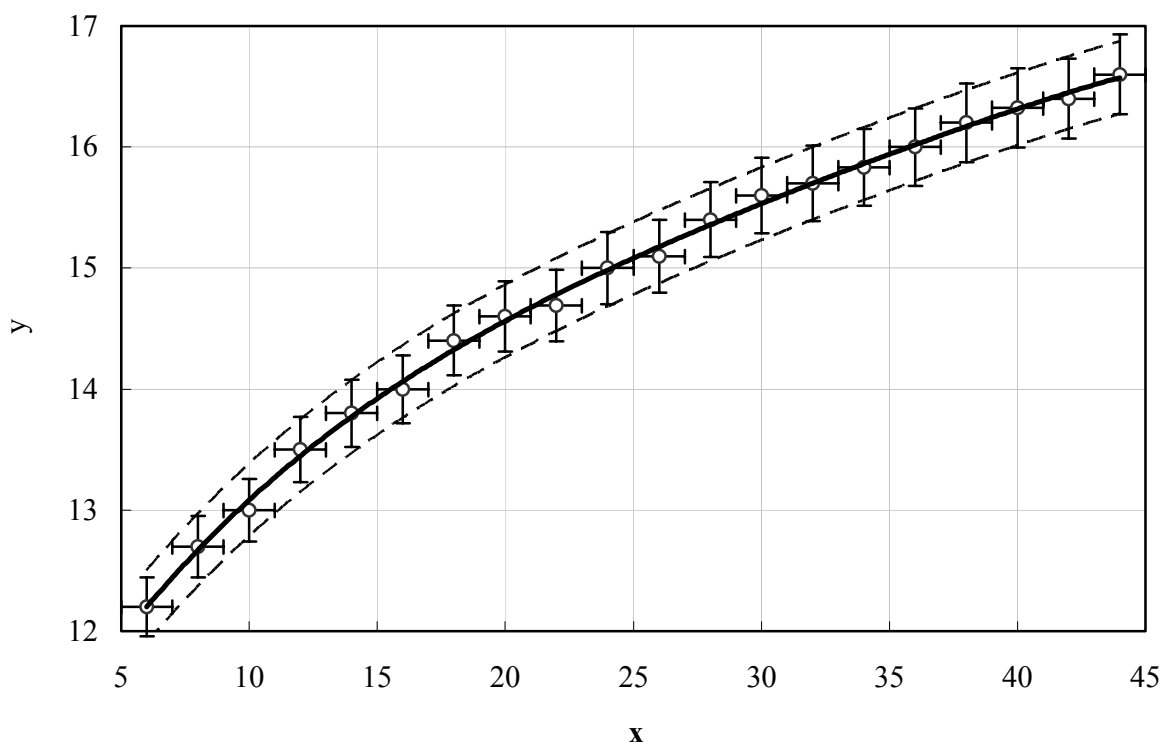
Případné užití obecné formy kovariančního zákona (42) vyžaduje znalost korelačních koeficientů. Je zřejmé, že korelace mezi veličinami a_i a a_j je vztah vzájemný a z této vlastnosti plyne první podmínka symetrie $v_{ij} = v_{ji}$, kterou musí korelační koeficienty splňovat. Jedna z možností, jak určit hodnotu korelačních koeficientů na základě analýzy dvou statistických souborů $\{(a_i)_1, (a_i)_2, \dots, (a_i)_n\}; \{(a_j)_1, (a_j)_2, \dots, (a_j)_n\}$ změřených veličin a_i a a_j je uvedena ve formuli (44).

$$v_{ij} = \frac{1}{\bar{\sigma}_i \bar{\sigma}_j n(n-1)} \sum_{k=1}^n (\bar{a}_i - (a_i)_k)(\bar{a}_j - (a_j)_k) \quad (44)$$

Obecně je však možné stanovit korelační koeficienty rovněž na základě analýzy vlastností měřidel, a řadou dalších postupů, jejichž podrobný výklad přesahuje rámec tohoto sdělení.

2.8. Pás nejistot funkční závislosti

Je-li výsledkem měření funkční závislost mezi volenou nezávisle proměnnou x a měřenou fyzikální veličinou $y = y(x)$, pak existuje možnost definovat v okolí všech bodů grafu uvedené závislosti tzv. pás nejistot, který je analogií intervalu nejistoty pro jedinou konvenčně pravou hodnotu jedné měřené veličiny. Ve většině měřených funkčních závislostí je vedle veličiny y rovněž zatížena nejistotou nezávisle proměnná x , která je na základě zvoleného diskrétního pokrytí definičního oboru rovněž odměřována měřidlem. Do grafu závislosti vynášíme nejistoty jednotlivých změřených bodů jako úsečky v patřičném směru, tj. vlevo a vpravo naměřeného bodu nejistotu nezávisle proměnné veličiny x , nahoru a dolů naměřeného bodu nejistotu závisle proměnné veličiny $y = y(x)$. Nejistoty tak vytvoří kolem změřených bodů **obdélníky nejistoty** (viz obr. 3.8.1), které vymezují spolehlivost lokalizace bodů křivky grafu proložené regresními metodami. Jednotlivé body křivky představují konvenčně pravé hodnoty měřené závislosti. Experimentální body by pak měly být podle své kolmé vzdálenosti od křivky většinou Gaussovsky rozděleny. Směrodatná odchylka rozdělení pak definuje šířku intervalu nejistoty, jehož paralelním posuvem podél křivky můžeme vymezit příslušný **pás nejistoty**.



obr. 3.8.1

Označíme-li kolmou vzdálenost experimentálního bodu $[x_i, y_i]$ od křivky regresní funkce $y = y(x)$ symbolem Δ_i , pak standardní statistická nejistota regresní funkce je stanovena jako směrodatná odchylka stejně jako nejistota A .

$$u_{Axy} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \Delta_i^2} \quad (45)$$

Takto je pro celou křivku definován pás nejistot, který ke tvoření mezními křivkami, majícími od centrální regresní křivky kolmou vzdálenost u_{Ax} . V případě, že odměřování hodnot nezávislé proměnné je mnohem přesnější než stanovení příslušných hodnot y , lze konstrukci pásu nejistot zjednodušit uvažováním pouze odchylek v proměnné y .

$$u_{Axy} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (y(x_i) - y_i)^2} \quad (46)$$

Pás nejistot je pak určen intervalem $\langle y(x) - u_{Axy}, y(x) + u_{Axy} \rangle$, který je na ploše vymezen dvěma paralelně posunutými křivkami tvarově shodnými s křivkou regresní viz obr. 3.8.1.

2.9. Zaokrouhlování a číselná formulace výsledku měření

Při všech numerických výpočtech jsme vždy limitováni přesností výpočetních prostředků. S ohledem na další možné numerické výpočty je třeba postupovat rovněž při vyjádření výsledků měření. Z těchto důvodů si uvedeme některé zásady pro získání konečné formulace čísla při zvoleném počtu desetinných míst. Je-li nad číslicí na posledním místě pruh, např. $1,\overline{5}$, vznikla pětka zaokrouhlením. Pak zaokrouhlujeme $46,6\overline{5} = 46,6$. Pokud je poslední číslice neperiodická, zaokrouhlujeme směrem vzhůru $46,65 = 46,7$. Speciální případem je přesné číslo s pětkou na konci pro které se někdy užívá grafického zdůraznění tečkou $1,5^2 = 2,2\dot{5} = 2,25000\dots = 2,25$ přesně. Tečka nad pětkou tedy znamená, že za pětkou jsou už jen nuly.

V běžných úlohách z praxe mají čísla obvykle 3 až 4 **platné číslice**. Při určování počtu platných čísle se řídíme těmito pravidly:

1. První nenulová číslice zleva zaujímá nejvyšší platné místo: **235,01: 05832: 0,0008321**
2. U čísel s desetinou čárkou zaujímá poslední udaná číslice na pravé straně nejnižší platné místo: **235,01: 0,00083: 19,00**
3. U čísel bez desetinné čárky zaujímá nejnižší platné místo poslední číslice na pravé straně, **kterou ještě považujeme za platnou: 0583: 11: 11000** (pokud nevzniklo zaokrouhlením)

Všechny číslice (včetně 0) mezi nejnižším a nejvyšším platným místem zaujímají také platná místa:

9,80665	šest platných míst
5001	čtyři platná místa
13,0	tři platná místa
$140 \cdot 10^3$	tři platná místa pokud vzniklo zaokrouhlením (na stovky tisíc)
$0,827 \cdot 10^2$	tři platná místa
0,0021	dvě platná místa

- A. U součtu čísel určíme nejnižší řád sčítanců, který má platné číslice ve všech sčítancích. Na tento řád výsledek zaokrouhlíme: $8,645 + 24,5 + 16,34 = (49,485)$ **49,5**
 $576,2 + 0,001 =$ **576,2** (pokud nevíme, zda čísla nevznikla zaokrouhlením), ale
 $576,2 + 0,001 =$ **576,201** (pokud víme, že jde o přesná čísla). Postup odečítání čísel je stejný jako u součtu čísel: $16,386 - 2,6 = (13,786)$ **13,8**

- B. Výsledek součinu a dělení čísel má tolik platných číslic, kolik jich má činitel s nejmenším počtem platných číslic: $3,8 \cdot 24,3 = (92,34)$ **92**, $24,3 : 3,8 = (6,3947368\dots)$ **6,4**
- C. Při umocňování a odmocňování má výsledné číslo tolik platných číslic, kolik platných číslic má základ: $31,2^2 = (973,44)$ **973**, $\sqrt{26,2} = (5,118593\dots)$ **5,12**

2.10. Hrubá chyba a spolehlivost výsledků měření

Hrubou chybou rozumíme velmi hrubé zkreslení výsledků měření špatnou volbou neadekvátní metody resp. měřidel, jejich nesprávné použití, fatální chyby modelových formulí, které musí splňovat alespoň základní požadavky praktické ověřitelnosti a rozměrové analýzy. Za hrubou chybu rovněž považujeme opakovaná měření, při kterých evidentně nebyly dodrženy stálé podmínky a víme, že jejich variabilita musela mít na výsledky podstatný vliv. **Při zjištění hrubé chyby je třeba celé měření anulovat a provést znovu – je vždy neodstranitelná.** V souvislosti s hrubými chybami je třeba připomenout základní nepsané morální pravidlo seriózní vědy. Výsledky zatížené hrubou chybou, které byly omylem publikovány, by měly být po tomto zjištění s příslušnou literární referencí opraveny a již nikdy by neměly být citovány ani dále publikovány. V opačném případě se omyl nebo hrubá chyba stává podvodem neslučitelným s etikou vědecké práce a další šíření nepravdivé informace může způsobit značné škody, kterým bylo možno zabránit.

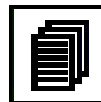
3. PŘÍMÁ MĚŘENÍ FYZIKÁLNÍCH VELIČIN

3.1. Měření délky

K měření délek objektů ve fyzikální laboratoři využíváme nejčastěji délková měřidla jako jsou čárková měřítka, posuvná měřítka a mikrometry.



Čárková měřítka jsou papírová, plastová, dřevěná nebo kovová (svinovací), která mají stupnici dělenou na milimetry viz obr. 4.1.1. Chyby měření jsou způsobeny tím, že **celková délka stupnice se může lišit** od správné hodnoty a stupnice **může být nerovnoměrně dělena**. Základní chyba čárkového měřítka je dána nejmenším dílkem stupnice $\delta_1 = 1 \text{ mm}$ (**rozlišovací schopnost měřidla**). K přesným svinovacím měřítkům (např. svinovací dvoumetr) dodává výrobce certifikát.



obr. 4.1.1

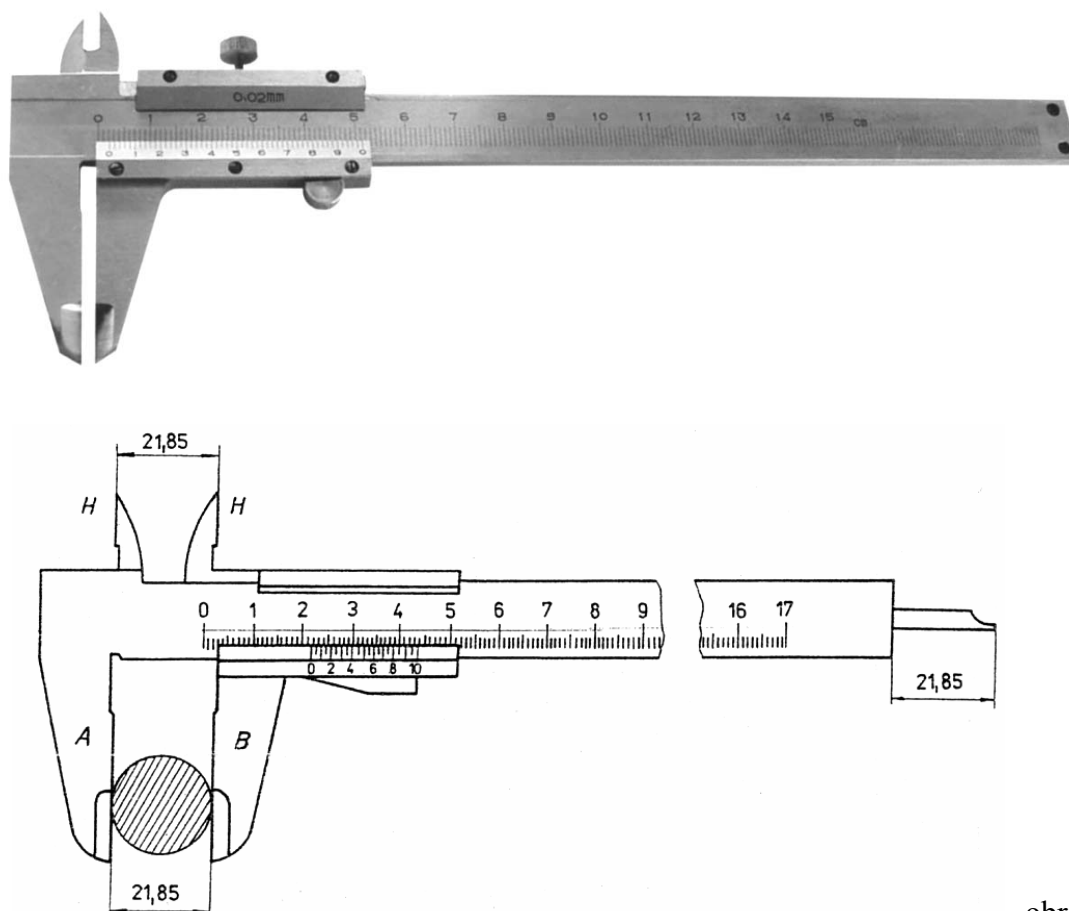
U přesného svinovacího dvoumetru v něm najdeme tzv. dovolenou chybu δ_{dov} , která je $\delta_{dov} = \delta_1 + \delta_2 \cdot l$, kde δ_1 je základní chyba, představovaná nejmenším dílkem stupnice $\delta_1 = 1 \text{ mm}$. Další složka chyby definovaná výrobcem je závislá na velikosti měřené délky - např. koeficient $\delta_2 = 2 \text{ mm/m}$. Pro délku l tyče o jmenovité hodnotě 1400 mm bude $\delta_{dov} = 1 + 2 \cdot 1,4 = 3,8 \text{ mm}$. Základní chybu resp. dovolenou chybu, pokud ji uvádí výrobce u

přesnějších měřidel, pak použijeme k výpočtu nejistoty typu B podle metodiky uvedené v kapitole 3.4.

Při zjišťování nejistoty typu A při měření pásovým metrem postupujeme následovně. Měřený předmět přikládáme k pásovému metru zcela nahodile. Polohu konců předmětu **odhadujeme na desetiny milimetru**. Rozdíly těchto poloh pak určují měřenou délku. Opakováním tohoto postupu získáme statisticky zpracovatelný soubor hodnot délky a můžeme stanovit nejistotu typu A podle metodiky uvedené v kapitole 3.3. Nikdy předmět jedním koncem nepřikládáme na rysku celistvého dílku, i kdyby byl pokaždé různý, protože tím bychom porušovali princip náhodnosti.

Pro měření kratších délek s větší přesností se používá kontaktních měřitek. Každé kontaktní měřítko má dvě části, pevnou a pohyblivou.

Posuvné měřítko na obr. 4.1.2 má pevnou část A opatřenu hlavní stupnicí, která je zakončena kolmým ramenem. Druhou pohyblivou část B tvoří podobné rameno, které je po pevné části volně posunovatelné a je opatřeno noniem.

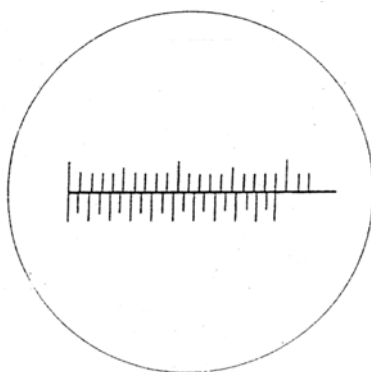
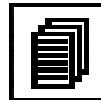


obr. 4.1.2

Obě ramena vybíhají na opačnou stranu v hroty H, jimiž lze měřit vnitřní rozměry dutých těles. S posuvným ramenem se vysouvá hrot, jímž lze měřit hloubku dutin.



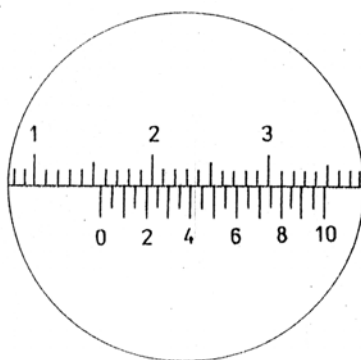
Nonius je stupnice na posunovatelné části B posuvného měřítka, která je zpravidla sestrojena tak, že 19 dílkům hlavní stupnice, tj. délce 19 mm, odpovídá 20 dílků nonia (obr.4.1.3).



obr. 4.1.3



Každý dílek nonia je tedy kratší o 0,05 mm než dílek hlavní stupnice, což umožňuje čtení s přesností na 0,05 mm. Při **měření posuvným měřítkem** určujeme, kolikátý dílek nonia splývá s některým dílkem hlavní stupnice. Například na obr.4.1.1 splývá sedmnáctý dílek nonia se čtyřicátým dílkem hlavní stupnice (je označen číslicí 4). Nula nonia je mezi dvacátým prvním a dvacátým druhým dílkem hlavní stupnice. Naměřená délka je tedy $21 + 17 \cdot 0,05 = 21,85$ mm. Jiný příklad odečítání na posuvném měřítku je na obr.4.1.4.



obr. 4.1.4

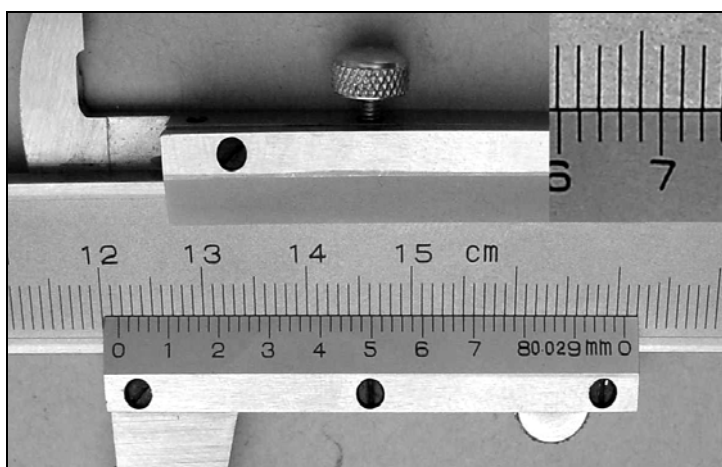
Na tomto obrázku je nula nonia mezi patnáctým a šestnáctým dílkem hlavní stupnice a třicátý první dílek hlavní stupnice se kryje s šestnáctým dílkem nonia. Naměřená délka je tedy

$15 + 16 \cdot 0,05 = 15,80$ mm. Rozlišovací schopnost posuvného měřítka s noniem výše uvedeného typu je tedy 0,05 mm. Z této chyby počítáme nejistotu naměřené délky typu B.

U posuvných měřítek se můžeme setkat i s jinými způsoby sestrojení nonia. Nonius je sestrogen tak, že

- 9 dílkům hlavního měřítka, tj. délce 9 mm, odpovídá 10 dílků nonia,
- 49 dílkům hlavního měřítka, tj. délce 49 mm, odpovídá 50 dílků nonia viz obr. 4.1.5.

V prvním případě je každý dílek nonia kratší o 0,1 mm než dílek hlavní stupnice. Toto posuvné měřítko umožňuje čtení s přesností na 0,1 mm (rozlišovací schopnost je 0,1 mm).

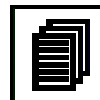


obr. 4.1.5

Ve druhém případě je každý dílek nonia kratší o 0,02 mm než dílek hlavní stupnice a toto posuvné měřítko umožňuje čtení s přesností na 0,02 mm (rozlišovací schopnost je 0,02 mm).



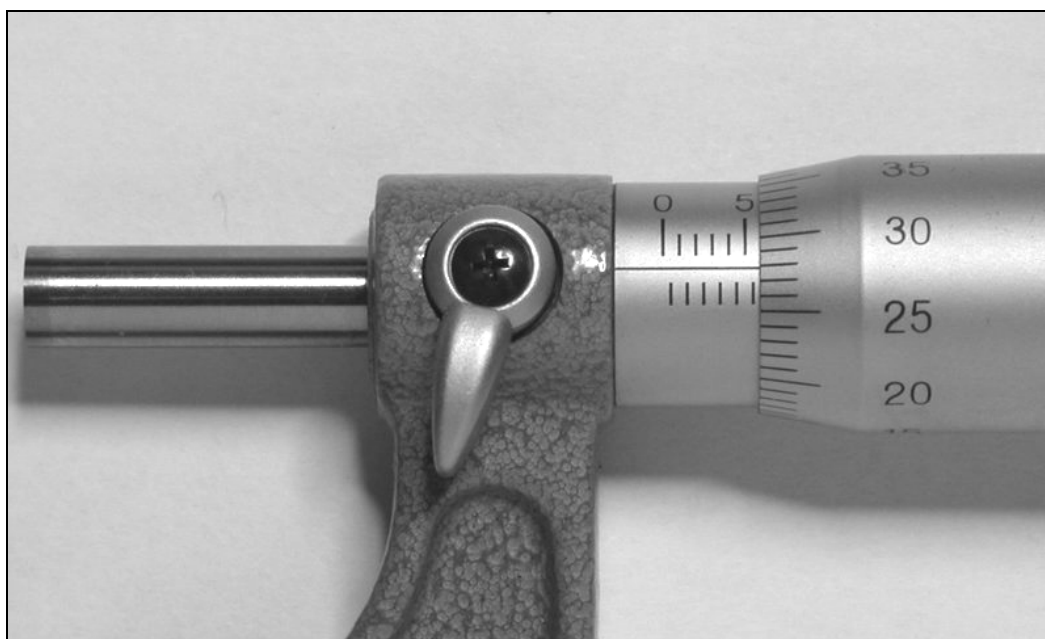
Mikrometr (obr.4.1.6) se používá k přesnému měření délek asi do 25 mm.



obr. 4.1.6

Pevná část mikrometru je opatřena milimetrovou stupnicí. Pohyblivou částí je přesný šroub s malým stoupáním závitu, obvykle 0,5 mm nebo 1 mm. Odečítací hlavice (buben) pohyblivé části je pak dělena na 50 nebo 100 dílků a umožňuje přímo číst setiny milimetru (**rozlišovací schopnost mikrometru je 0,01 mm**). Měřený předmět se vkládá mezi dvě zabroušené plošky (čelisti), z nichž jedna je součástí pevné části mikrometru a druhá součástí šroubu. Buben je spojen s pohyblivou částí třecí spojkou, která zaručuje, že na měřené předměty je vždy působeno stejným tlakem (po dosažení určitého tlaku se protočí). Tím je zamezeno chybě, která by vznikla různým přitlačením čelistí na měřený předmět.

Při **měření mikrometrem** odečítáme na stupnici pevné části celistvý počet milimetrů, respektive celistvý počet polovin milimetru a na hlavici pohyblivé části celistvý počet setin milimetru a **odhadujeme tisícinu milimetru**. Tak např. na obr.4.1.7 je délka měřeného předmětu $5,5 + 0,278 = 5,778$ mm.



obr. 4.1.7

Při měření kontaktními měřítky se musíme vždy přesvědčit jaká je **nulová poloha měřidla**, tj. zda se kryje nula na stupnici pevné části měřidla s nulou na pohyblivé části měřidla, když se čelisti pevné a pohyblivé části dotýkají. **Nekryjí-li se nuly, je měření délky předmětu zatíženo systematickou chybou, kterou odhadneme a odstraníme ji korekcí naměřené hodnoty** (chyba je typu odstranitelné systematické chyby).

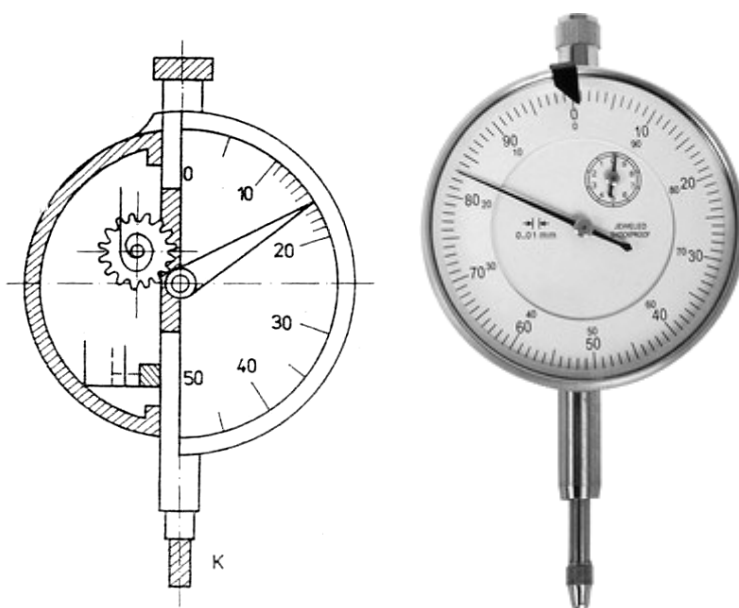
V dnešní době se stále více používají digitální kontaktní měřítka viz posuvné měřítko obr. 4.1.8.



obr.4.1.8

Jejich výhodou je pohodlné čtení naměřené hodnoty délky na displeji. Nejistotu typu B garantuje pro dané měřidlo výrobce.

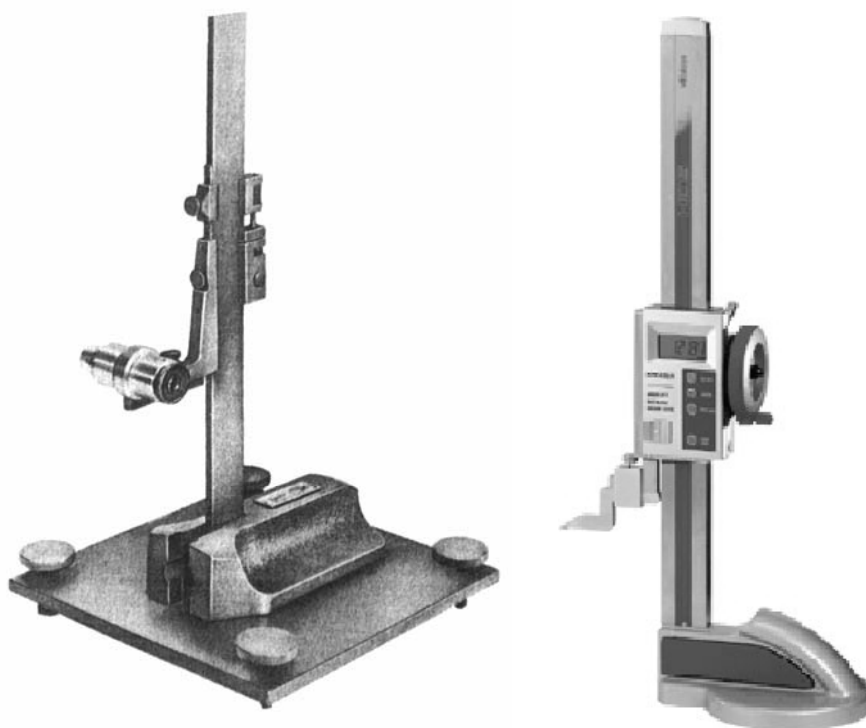
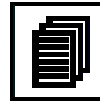
Pro měření velmi malých délek do velikosti řádově 1 cm, jako jsou například malé deformace silami namáhaných těles, se používají **úchylkoměry**. Mechanickým úchylkoměrům se podle jejich tvaru také často říká indikátorové hodinky (obr.4.1.9).



obr. 4.1.9

Pohyb dotykového hrotu je u nich mechanickými převody převáděn na otáčení ručičky úchylkoměru. Posunutí hrotu o 1 mm odpovídá otočení ručičky o 360° . Obvod stupnice je rozdělen na 100 stejných dílků, které odpovídají setinám milimetru, tisícin milimetru se odhadují. Počet otáček ručičky, tj. počet milimetrů je registrován na vedlejší stupnici. Při měření úchylkoměr upevníme do laboratorního držáku spojeného s pevnou konstrukcí. Dnes se stále více používají i úchylkoměry digitální.

K měření svislé délky předmětu (například výška výstupu hladiny kapaliny v kapiláře), kterou nelze změřit kontaktními měřidly délek, používáme **katetometr** (obr.4.1.9).

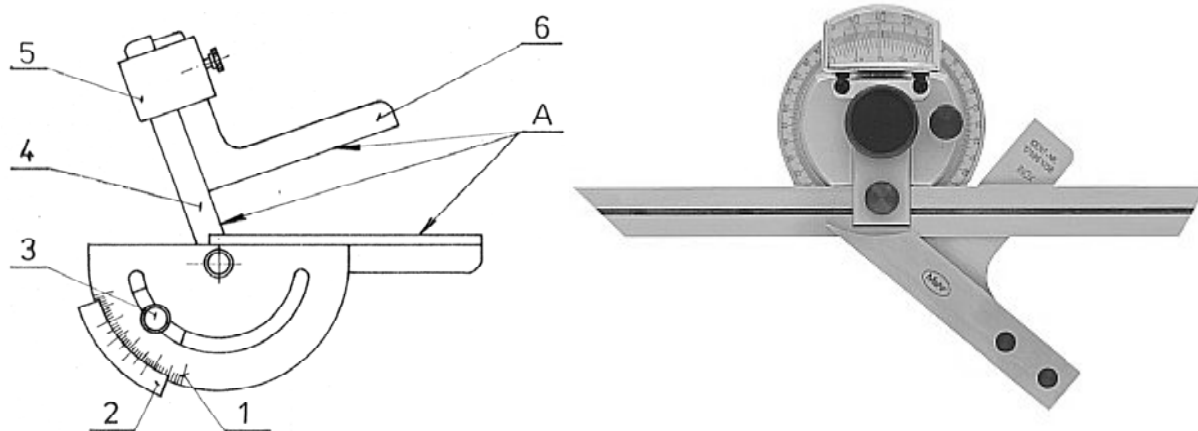


obr. 4.1.9

Na pevné svislé tyči s milimetrovou stupnicí, která je upevněna na vodorovném podstavci se posouvá pohyblivá část opatřená dalekohledem s vodorovnou optickou osou a pomocnou stupnicí – noniem. Před měřením je nutno pomocí stavěcích šroubů podstavce nastavit správně svislou polohu tyče se stupnicí. Nitkový kříž, který je v ohniskové rovině dalekohledu zaměříme postupně na koncové body měřené délky a na stupnici katetometru odečteme jejich polohu. Přesnost odečítání polohy je dána dělením nonia (odečítáme stejně jako na mechanickém posuvném měřítku). Měřená délka předmětu je pak dána rozdílem hodnot poloh koncových bodů předmětu. Na obr. 4.1.9 je rovněž moderní digitální katetometr. Pro měření velmi malých délek a délkových rozdílů lze využít optických přístrojů jako je odečítací dalekohled, odečítací mikroskop nebo moderní laserové měřiče délek.

3.2. Měření úhlu

Úhly měříme v úhlových stupních (a jeho dílech – úhlových minutách a sekundách) nebo v radiánech. Nejjednoduššími měřidly úhlů jsou **úhlooměry**. Papírové nebo celuloidové úhlooměry známé ze střední školy umožňují stanovit úhel dvou přímek s přesností asi 1° . K přesnějšímu měření úhlů slouží ocelové úhlooměry mechanické nebo digitální (se zabudovaným přesným snímačem úhlů). Existují úhlooměry různých typů a konstrukcí. Dva příklady konstrukce mechanického úhlooměru jsou zachyceny na obr.4.2.1.



obr. 4.2.1

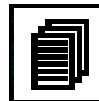
V obrázku je označena: 1 – hlavní stupnice, 2 – nonius, 3 – brzda, 4 – pravítko, 5 – upínka, 6 – úhelník, A – měřicí plochy úhlooměru. Tento úhloměr umožňuje měření úhlů od 0° do 180° . Hodnota dílku základní stupnice je 1° , nonius má hodnotu dílku $2'$ nebo $5'$. Příklad provedení úhlooměru digitálního zachycuje obr. 4.2.2.



obr. 4.2.2

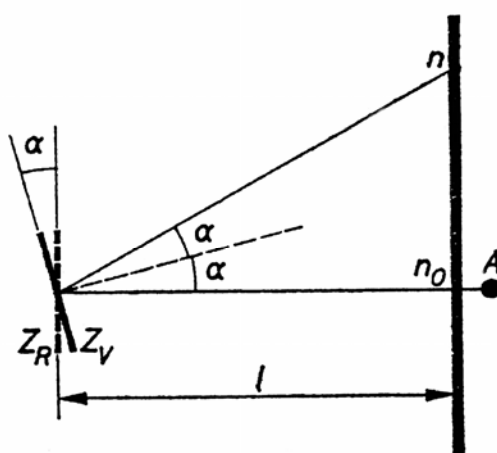


K určení malých odchylek od vodorovného směru se používají **vodováhy (libely)**. Měří úhly ve stupních nebo přímo sklony v %. Dnes se vyrábí i v digitálním provedení.



S měřením úhlů se setkáváme u řady speciálních přístrojů jako jsou **spektrometry**, **polarimetry**, **teodolity** apod. Základem těchto přístrojů je podstavec s děleným kruhem, kolem kterého se otáčí zařízení k přesnému stanovení měřeného směru, nejčastěji dalekohled. S otočnou částí je spojen nonius, často doplněný odečítací lupou.

V laboratorní praxi se k měření malých úhlů používá zrcátková metoda. Chceme-li změřit úhlové stočení některé části měřicího zařízení (např. při měření modulu pružnosti ve smyku z torze drátu), připevníme k ní zrcátko (obr.4.2.3).



obr. 4.2.3

Na zrcátko vyšleme světelný svazek, který po odrazu na zrcátku zachytíme na stupnici. Stočení zrcátka o úhel α způsobí změnu směru paprsku odraženého od zrcátka o úhel 2α . Stupnici postavíme kolmo k paprsku odraženému od rovnovážné polohy zrcátka (v obrázku je označena Z_R). Světelný paprsek dopadne na stupnici v místě n_0 . Stočí-li se zrcátko od rovnovážné polohy do polohy Z_V o úhel α , dopadne paprsek na stupnici v místě n . Pro vzdálenost $n - n_0$ platí vztah (1),

$$\operatorname{tg}(2\alpha) = \frac{n - n_0}{l} \quad (1)$$

ve kterém l je vzdálenost stupnice od zrcátka. Pro velmi malé úhly α lze využít přibližného vztahu (2).

$$\alpha \approx \frac{n - n_0}{2l} \quad (2)$$

Zrcátková metoda se používá ještě v jiné obměně, ve které osvětlovací zdroj nahradíme dalekohledem. Jako stupnice použijeme světlého pravítka obráceného směrem k zrcátku. Po celé délce pravítka rovnoměrně osvětlíme a postavíme do takové polohy, abychom mohli dalekohledem s nitkovým křížem pozorovat obraz stupnice v zrcátku. Při měření úhlů zrcátkovou metodou lze dosáhnout přesnosti 1 úhlové minuty.

3.3. Měření objemu

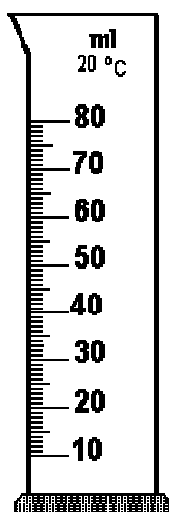
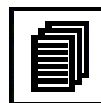
Objemy pevných těles jednoduchých pravidelných tvarů lze určit nepřímou metodou, a to změřením délkových rozměrů tělesa a výpočtem ze vzorce pro objem tohoto tělesa.

Objemy látek známé hustoty lze také určit změřením hmotnosti látkového tělesa a výpočtem ze vztahu (3).

$$V = \frac{m}{\rho} \quad (3)$$

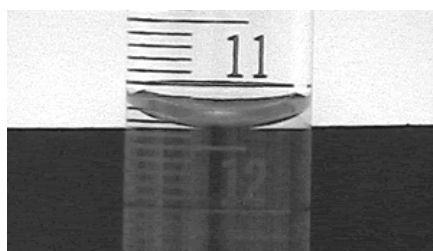


Pro přímé měření objemu kapalin a do kapalin ponořených pevných těles se používá různých kalibrovaných měrných nádob. Jednou z nich je **odměrný válec** (obr.4.3.1).



obr. 4.3.1

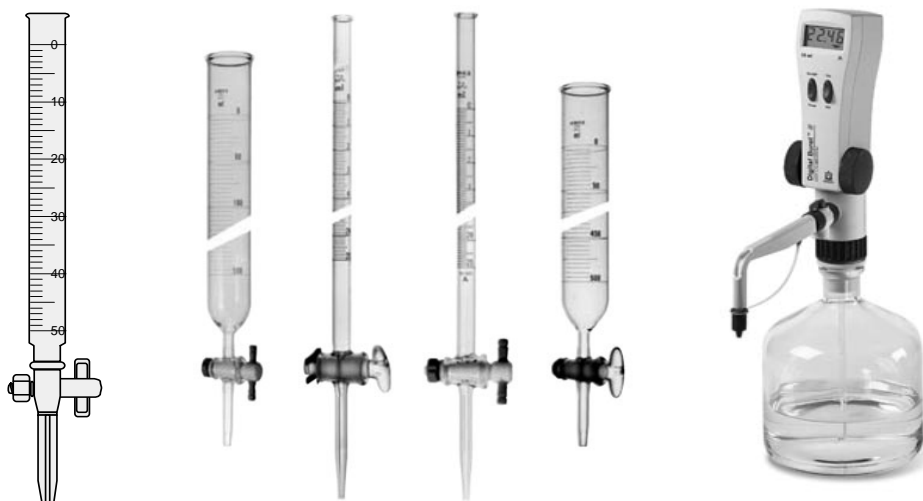
Je to válcová skleněná nádoba s nanesenou stupnicí pro různá množství kapaliny. Způsob odečítání hladiny měřeného objemu kapaliny je znázorněn na obr. 4.3.2.



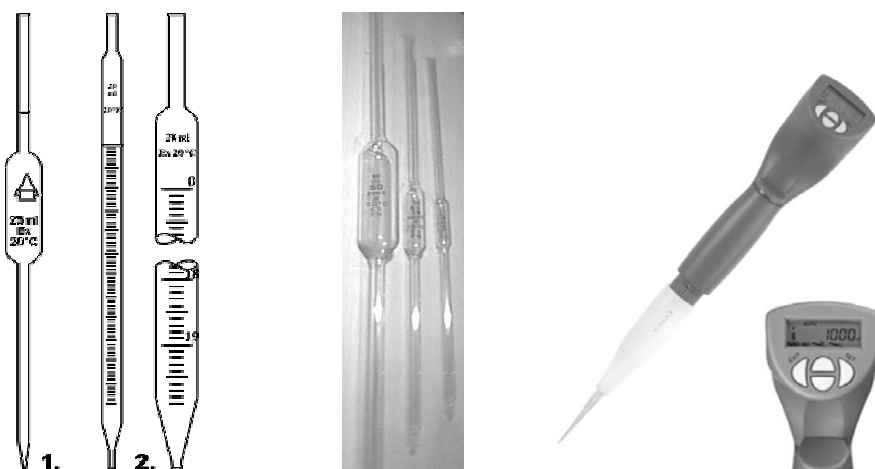
obr. 4.3.2

Odečítáme vždy úroveň dolní tečny tzv. menisku, který je způsoben smáčením stěny válce kapalinou vlivem mezifázového napětí (zde je třeba upozornit na rozdílnost smáčení různých kapalin). Dělení stupnice bývá $0,2 \text{ cm}^3$, 1 cm^3 , 2 cm^3 apod. podle velikosti objemu nádoby.

K rychlému oddělování malých objemů kapaliny se používají **byrety** (obr.4.3.3) a **pipety** (obr.4.3.4).



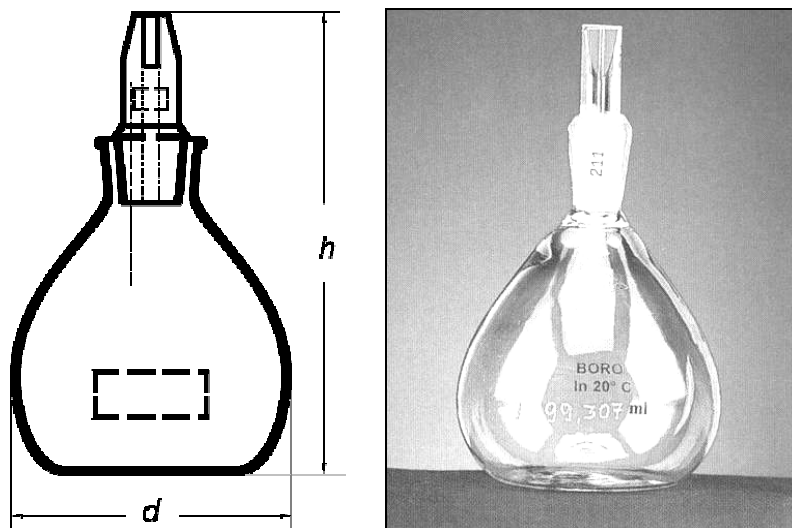
obr. 4.3.3



obr. 4.3.4

Byrety jsou skleněné trubice se stupnicemi dělenými např. po $0,1 \text{ cm}^3$, které jsou ve spodní části opatřeny uzavíracím kohoutem. Pipety jsou skleněné trubice délky asi 30 cm uprostřed rozšířené. Kapalina se nasaje do rozšířené části trubice a dále až po rysku na užší části, jejíž polohou je dán určitý pevný objem kapaliny. Prstem se ucpe horní konec trubice. Uvolněním prstu se pipeta vyprázdní.

Pro přesnější měření malých objemů se používají **pyknometry** (obr.4.3.5).



obr. 4.3.5

Vyrábějí se pro objemy od 25 cm^3 až do 100 cm^3 . Pycnometr je skleněná baňka se zabroušenou zátkou, v níž je kapilára. Daný objem kapaliny je roven objemu vyznačenému na pycnometru tehdy, je-li pycnometr uzavřen zátkou a odtekla-li přebytečná kapalina kapilárou. Na odměrných nádobách je vždy vyznačen jejich objem při určité teplotě, zpravidla při $20 \text{ }^\circ\text{C}$. Přesná měření je třeba provádět při vyznačené teplotě, nebo je nutno provádět korekce na teplotu.

3.4. Měření času

Pro měření času je možné použít libovolný, periodicky se opakující děj. **Mechanické hodiny** využívají pro měření času buď kmitů kyvadla (kyvadlové hodiny) nebo torzní kmity setrvačnicku, který se nazývá nepokoj (přenosné hodinky). **Elektronické hodinky** využívají monokrystal křemene pracující na bázi pizelektrického jevu. Prochází-li určitými krystaly elektrický proud, kmitají konstantní rychlostí (jev byl objeven v roce 1880 Pierem Curie). Při určování přesnosti hodin se uvažuje jednak o jejich chodu, který udává rozdíl mezi rychlostí chodu hodin a přesným plynutím času, jednak o **variaci chodu hodin**, která charakterizuje nepravidelnosti v jejich chodu. Křemenné hodiny, což v podstatě je elektrický oscilátor řízený pomocí mechanických kmitů piezoelektrického krystalu křemene, mají denní variaci chodu až 10^{-4} s. Ještě menší variaci chodu, 10^{-5} s, mají molekulové hodiny, které využívají frekvence kmitání vzbuzených molekul. Nejpřesnější kyvadlové hodiny mají průměrnou denní variaci chodu 10^{-2} až 10^{-3} s, přesné přenosné hodiny (chronometry) 0,25 s, dobré kapesní nebo náramkové hodinky 1 až 2 s. Chod hodin lze vždy až po hodnotu variace chodu seřadit srovnáním s přesným normálem.

V běžné praxi jsou důležité rozhlasové nebo televizní signály přesného času, které rozhlasové nebo televizní stanice vysílají v určitých časech s rozlišením sekundy a s přesností několika desetin sekundy. Kromě těchto běžných signálů vysílají některé stanice pro vědecké účely signály speciální, spojené s vysíláním přesné frekvence. Je možné využít i signálu družic GPS nebo signálu etalonu času německého metrologického institutu PTB v Braunschweigu, jehož údaj je se sekundovým rozlišením trvale přístupný na Internetu. Nejpřesnějším etalonem času je cesiový etalon.

Pro měření časových intervalů užíváme mechanické nebo elektronické **stopky** viz obr. 4.4.1.







obr. 4.4.1



Mechanické stopky bývají v různém provedení s dobou oběhu od 60 sekund do 3 sekund. Dělení stupnice je buď v dílech sekundy (zpravidla 0,2 s nebo 0,1 s) nebo v setinách minuty. Přesnost chodu stopek bývá srovnatelná s přesností dobrých kapesních hodinek. Při měření časových intervalů stopkami se výrazně projevuje soustavná chyba způsobená pozorovatelem tím, že pozorovatel spustí stopky na začátku určitého děje a vypne je na konci děje s určitým zpožděním. Tato chyba závisí na zkušenostech pozorovatele a může dosáhnout až 0,2 s. Při měření krátkých časových intervalů je chyba způsobená nepřesným chodem stopek vzhledem k chybě způsobené pozorovatelem zanedbatelná. Při měření časových intervalů delších než několik minut může však mít chod stopek znatelný vliv na přesnost měření.

Přesnost měření doby trvání periodických dějů lze zvýšit tím, že se měří doba trvání většího počtu period nebo měříme postupnou metodou. Při měření postupnou metodou využíváme dvouručičkové mechanické stopky nebo digitální stopky, u kterých lze průběžně odečítat čas. Pro měření velmi krátkých časových intervalů nebo pro přesnější měření delších časových intervalů používáme elektronické přístroje jako jsou **univerzální čítače**.

3.5. Měření hmotnosti

Hmotnost je základní fyzikální veličinou a projevuje se setrvačnými a gravitačními účinky hmotných těles. Metrologie hmotnosti se zabývá měřením konstantní klidové hmotnosti těles (ve smyslu speciální teorie relativity). Při měření se využívá úměrnosti mezi hmotností m tělesa a tíhou tělesa G , která s hmotností souvisí vztahem $G = m g$, kde g je místní tíhové zrychlení. Měření hmotnosti se nazývá **vážení** a přístroje pro měření hmotnosti **váhy**. Vzhledem k výše uvedenému principu měření hmotnosti lze váhy rozdělit na pružné váhy a pákové váhy.

 **Pružné váhy** využívají k měření deformačních účinků sil. **Pérové váhy** měří hmotnost z protažení péra tvaru šroubovice, **torzní váhy** z torzní deformace tenkého vlákna. U těchto druhů vah je výsledek měření závislý na místním tíhovém zrychlení, a proto je váhy na daném místě nutno kalibrovat. 

 **Pákové váhy** jsou měřidla, u nichž porovnáváme moment tíhy tělesa dané hmotnosti s momentem tíhy vybraných těles přesně definované hmotnosti – závaží. Pákové váhy se využívají jak v metrologické, tak i laboratorní praxi. Pákové váhy jsou nejčastěji **rovnoramenné váhy**. Mohou být různé přesnosti (laboratorní váhy, analytické váhy, etalonové váhy). 

U rovnoramenných vah je hmotnost tělesa rovna hmotnosti závaží, údaj není závislý na místním tíhovém zrychlení. Pákové váhy mohou mít různou konstrukci. **Závažové váhy** jsou váhy, na kterých se měřené těleso vyvažuje kladením potřebného počtu závaží na nosič závaží viz obr. 4.5.1. **Váhy s řadivými závažími** jsou pákové váhy s vyvažováním měřeného tělesa řadivými vyvažovacími závažími, vestavěnými v odvažovacím zařízení. Běhounové váhy jsou pákové váhy, na kterých se měřené těleso vyvažuje změnou působíště tíhy jednoho nebo několika neměnných závaží, tzv. jezdců (běhounů) na vahadle. Různé konstrukce analytických vah využívají nebo kombinují uvedené možnosti.



obr. 4.5.1

Uvažujeme-li jenom vyvažování, pak váhy třídíme na váhy s automatickým vyvažováním (rovnovážné polohy se dosahuje bez zásahu obsluhy), váhy s poloautomatickým vyvažováním (obsluha mění rozsah vyvažování) a váhy s neautomatickým vyvažováním (rovnovážné polohy se dosahuje činností obsluhy).



Váhy se stupnicí jsou váhy, které umožňují přímé čtení celkového nebo částečného výsledku vážení na stupnici v jednotkách hmotnosti při analogovém nebo číslicovém čtení. **Váhy bez stupnice** nemají stupnici v jednotkách hmotnosti.



Tárovací zařízení vah umožňuje vyvážení táry (např. hmotnosti obalu). **Nulovací zařízení** vah umožňuje nastavit ukazatel nezatížených vah do nulové polohy a to při zapnutí vah nebo kdykoliv po dobu měření. Každé váhy mají **ukazatel vodorovné polohy**. Do této polohy je nutno váhy před použitím uvést, protože pro tuto polohu byly váhy justovány (justování je seřízení vah autorizovanou firmou).



Pro každé váhy se uvádí **horní mez váživosti (Max)**, což je největší hmotnost zátěže, nad kterou vážení není možné nebo je dokonce zakázané, a **dolní mez váživosti (Min)**, což je nejmenší hmotnost zátěže stanovená pro váhy, pod kterou je vážení zatíženo příliš velkou nejistotou. Rozsah mezi dolní a horní mezí váživosti je **vážicí rozsah**.



Metrologickou charakteristikou vah je **citlivost vah k** . Pro váhy s neautomatickým vyvažováním je definována vztahem



$$k = \frac{\Delta l}{\Delta m}, \quad (4)$$

kde Δl je změna polohy ukazovatele vah (může být udána jako úhel ve stupních, jako výchylka v mm nebo v dílcích stupnice) způsobená změnou zatížení vah o Δm . Přívažek Δm obvykle bývá 10 mg u laboratorních vah a 1 mg u analytických vah. Pro váhy s automatickým a poloautomatickým vyvažováním je citlivost definována vztahem

$$k = \frac{i}{d}, \quad (5)$$

kde i je délka dílku stupnice a d hodnota dílku stupnice, což je rozdíl mezi hodnotami hmotnosti odpovídající dvěma sousedním značkám stupnice.

Citlivost vah může záviset na zatížení. Změřená závislost citlivosti na zatížení se nazývá **křivka citlivosti vah**.



Závaží je míra, která v průběhu používání reprodukuje jmenovitou hodnotu hmotnosti. Hmotnostní etalony i provozní závaží se rozdělují do pěti tříd přesnosti. Požadavky na závaží jednotlivých tříd přesnosti určují normy. Závaží mohou být jednotlivá nebo v sadě. Závaží v sadě se mohou skládat z jedné nebo několika dekád, tj. desítkových násobků nejmenšího závaží. Zkoušení závaží se provádí pomocí etalonů.



Přesnost výsledku měření hmotnosti je ovlivněna zejména soustavnými chybami vah, náhodnými vnějšími vlivy, chybami skutečné hmotnosti závaží (zvláště, nejsou-li závaží udržována v patřičné čistotě) a vztlakovou silou vzduchu, která působí na závaží i na měřené těleso. Při velmi přesných měřeních na pákových vahách je nutno provádět korekci na vztlakovou sílu vzduchu (dříve se také říkalo redukci vážení na vakuum).



Dnes se stále více používají v obchodě i v laboratořích **elektronické váhy** viz obr. 4.5.2. Na takovéto váhy lze nahlížet jako na regulační obvod. Mechanická část vah je regulovaná soustava, regulovanou veličinou je poloha vahadla. Řídící veličinou je rovnovážná poloha vahadla vymezená štěrbinou snímače polohy na vahadle vzhledem ke snímači polohy. Regulační odchylkou je rozdíl mezi skutečnou polohou vahadla a polohou vymezenou snímačem. Tato odchylka je zobrazena signálem z fotodiody. Signál přichází do elektronického regulátoru, jehož akční veličinou je proud procházející kompenzační cívkou a rezistorem. Kompenzační cívkou nese vahadlo a nachází se ve vzduchové mezeře permanentního magnetu. Proud v kompenzační cívkě je mírou zatížení vahadla a tím i měřené hmotnosti. Napětí na rezistoru, které je přímo úměrné kompenzačnímu proudu se převádí



v A/D převodníku na digitální údaj a po zpracování v mikroprocesoru je zobrazeno na displeji.



obr. 4.5.2

Elektronické váhy umožňují provádět s naměřeným údajem matematické operace, nastavení nuly, tárování, měření rozdílu hmotnosti i výpočet hodnot veličiny vázané na hmotnost známým vztahem. Umožňují též přenos digitálního signálu a přímé napojení na PC, čímž je možné měřit i časové závislosti procesů na základě změny měřené hmotnosti. Na rozdíl od dvouramenných mechanických vah závisí naměřená hodnota hmotnosti na tíhovém zrychlení. Proto se váhy na daném pracovním místě musí kalibrovat. Přesné elektronické váhy mají vnitřní kalibraci, která se musí použít nejen při přemístění vah, ale i v případech nahodilých změn tíhového zrychlení v důsledku vlivů z okolí.

3.6. Měření teploty

Teplota patří mezi základní fyzikální veličiny. K její definici a k jejímu měření lze využít poznatky o rovnovážném stavu termodynamické soustavy (což je např. těleso z pevné látky, plyn uzavřený v nádobě, ale také i soustava látkových těles). Uvažujeme dvě tělesa (termodynamické soustavy), která jsou oba v určitých rovnovážných stavech, a uvedeme je do vzájemného styku. Jestliže se jejich rovnovážné stavy nezmění, přisoudíme jim tutéž teplotu. Jestliže své původní rovnovážné stavy změní, měla tělesa na počátku děje různé teploty (obě tělesa pak po určité době samovolně přejdou do nových rovnovážných stavů, charakterizovaných stejnou teplotou).

Ve fyzice používáme dvě teplotní stupnice, a to termodynamickou teplotní stupnici a Celsiovu teplotní stupnici. **Termodynamická teplota** T je základní veličinou soustavy SI. **Celsiovu teplotu** t pak definujeme pomocí termodynamické teploty T vztahem

$$t = (\{T\} - 273,15) \text{ } ^\circ\text{C} \quad (6)$$

kde $\{T\}$ je číselná hodnota termodynamické teploty. K měření teploty se využívá teplotních závislostí různých fyzikálních veličin. Měřidlem teploty je **teploměr**. Podle druhu použité fyzikální veličiny závisející na teplotě rozeznáváme teploměry dilatační, elektrické a radiační, eventuálně speciální. **Dilatační teploměry** využívají teplotní roztažnosti látek ve skupenství plynném, kapalném nebo pevném. **Elektrické teploměry** jsou založeny na změně elektrického odporu kovového vodiče nebo polovodiče, nebo na měření termoelektrického napětí. **Radiační teploměry** využívají k měření teploty zákonů záření zahřátých látek. Z dilatačních teploměrů se nejvíce používají **kapalinové teploměry**. Kapalinovými teploměry měříme teplotu na základě změn relativní objemové roztažnosti teploměrné kapaliny a baňky teploměru. Kapalinové teploměry jsou jednoduché a spolehlivé, jejich velkou nevýhodou je však malá mechanická odolnost (křehkost). Podle konstrukce rozlišujeme dva druhy kapalinových teploměrů. **Tyčinkový teploměr** (obr.4.6.1) je tvořen baňkou a tlustostěnnou kapilárou, na které je přímo nanášena stupnice.



obr.4.6.1

Obalový teploměr (obr.4.6.2) má baňku a tenkostěnnou kapiláru upevněnou k destičce se stupnicí, které jsou umístěny v ochranném skleněném obalu.



obr.4.6.2

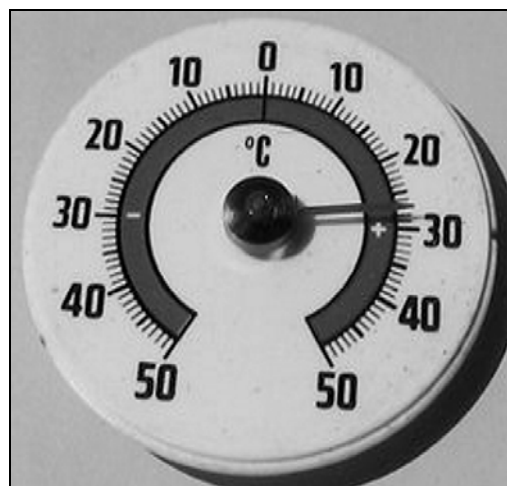
Teploměrnou látkou kapalinových teploměrů bývá rtuť, lih nebo jiné organické kapaliny. Rozsahy jednotlivých typů jsou dány tepelnou odolností použitého skla (při použití taveného křemene lze použít pro maximální teplotu až 1000 °C) a zejména pak teplotou tání a varu použité kapaliny. Nejběžnější jsou skleněné teploměry plněné rtutí, které se vyrábí v různých rozsazích od teploty -38 °C až do teploty $+350\text{ °C}$. Protože bod varu lze zvýšit zvýšením tlaku plynu nad kapalinou, používají se asi do teplot 500 °C rtuťové teploměry vyplněné nad hladinou rtuti inertními plyny o vyšším tlaku. Teploměry plněné lihem mají rozsahy od -110 °C do 70 °C . Pro měření nízkých teplot v rozsazích od -200 °C až 0 °C se používají jiné organické kapaliny, např. pentan (interval teplot -190 °C až $+20\text{ °C}$). Stupnice kapalinového teploměru je kalibrována za předpokladu, že teplota sloupce kapaliny v kapiláře je stejná jako teplota baňky. To znamená, že údaj teploměru je přesný jen v případě, když sloupec teploměrné kapaliny v nádobě nevyčnívá z měřeného prostředí. Vyčnívá-li sloupec z měřeného prostředí, je teplota sloupce nižší. Při měření nižších teplot, než je teplota místnosti, je chyba opačná. Tuto chybu je nutné při přesnějších měřeních korigovat. Korekce

jsou popsány ve speciální odborné literatuře. Existují speciální teploměry, na kterých je udáno jak hluboko do měřeného prostředí při dané teplotě okolí (zpravidla 20 °C) musí být teploměr ponořen.

Mezi dilatační teploměry patří i **tlakové teploměry**. Jsou to celokovové teploměry, které se skládají z baňky, kapiláry a deformačního tlakoměru. Tento systém je nerozebíratelný a je zcela vyplněn teploměrnou kapalinou, kterou bývá rtuť, xylen nebo líh. Teplotní změna objemu kapaliny vyvolá pružnou deformaci kovových částí doprovázených změnou tlaku. Objemová roztažnost se indikuje tlakoměrem. Principu tlakového teploměru se někdy využívá v termostatech, kde je tlakoměr nahrazen akčním tlakovým čidlem.



Dilatačním teploměrem, který využívá teplotní délkové roztažnosti kovů, je **bimetalický (dvojkovový) teploměr**. Základem teploměru jsou pevně spojené pásy kovů s rozdílným součinitelem teplotní délkové roztažnosti. Jeden konec pásku je upevněn. Druhý volný konec, který se zahřátím díky různé roztažnosti kovů ohýbá (obr.4.6. 3), je převodovým ústrojím spojen se stupnicí, nebo může sloužit jako kontakt spínače při automatické regulaci teploty.



obr.4.6. 3

Tvar bimetalických pásků je podle typu konstrukce teploměru plochý, zkroucený, ve tvaru spirály a ve tvaru šroubovice. Bimetalické teploměry se používají k měření teplot do asi 400 °C. Mezi elektrické teploměry patří kovové odporové teploměry, polovodičové odporové teploměry (termistory) a termoelektrické články.



Kovové odporové teploměry využívají růstu odporu kovového vodiče s teplotou. Pro malý rozsah teplot, přibližně v intervalu 100 °C, lze použít lineární závislost odporu na teplotě ve



tvaru $R = R_0(1 + \alpha \cdot \Delta t)$, kde α je teplotní odporový součinitel a R_0 je odpor při dané dohodnuté teplotě, zpravidla $0\text{ }^\circ\text{C}$. I když by se dal teoreticky použít libovolný kov, v praxi se však používá jen několik málo kovů, které nejlépe vyhovují požadavkům stálosti. Nejpoužívanější jsou platina (Pt) v teplotním rozsahu $-20\text{ }^\circ\text{C}$ až $850\text{ }^\circ\text{C}$, nikl (Ni) v teplotním intervalu $-70\text{ }^\circ\text{C}$ až $200\text{ }^\circ\text{C}$ a měď (Cu) v teplotním intervalu $-50\text{ }^\circ\text{C}$ až $150\text{ }^\circ\text{C}$. Pro komerční použití bylo zavedeno označení vyjadřující typ a hodnotu odporu při teplotě $0\text{ }^\circ\text{C}$. K nejpoužívanějším patří Pt100, Pt1000 a Ni1000 (při $0\text{ }^\circ\text{C}$ mají elektrický odpor $100\ \Omega$ resp. $1000\ \Omega$). Pro větší teplotní interval nelze použít lineární aproximaci teplotní závislosti odporu, závislost se aproximuje polynomem vyššího řádu. Pro platinový teploměr je v teplotním intervalu $-200\text{ }^\circ\text{C}$ až $0\text{ }^\circ\text{C}$ závislost dána vztahem

$$R_t = R_0 \left[1 + At + Bt^2 + Ct^3 (t - 100) \right] \quad (7)$$

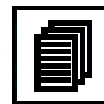
a pro teplotu vyšší než $0\text{ }^\circ\text{C}$ vztahem

$$R_t = R_0 (1 + At + Bt^2), \quad (8)$$

kde R_0 je odpor při teplotě $0\text{ }^\circ\text{C}$, $A = 3,90802 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$, $B = -5,80195 \cdot 10^{-7}\text{ K}^{-2}$, $C = -4,27350 \cdot 10^{-12}\text{ K}^{-4}$.

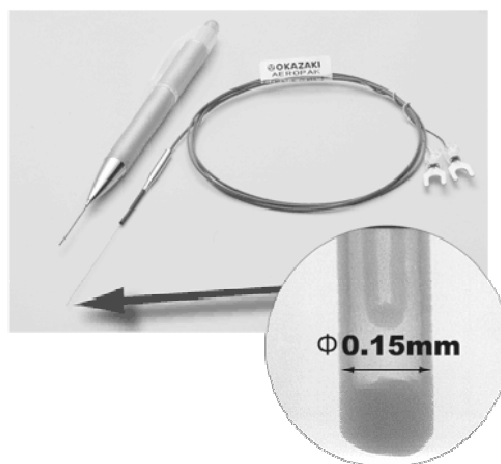
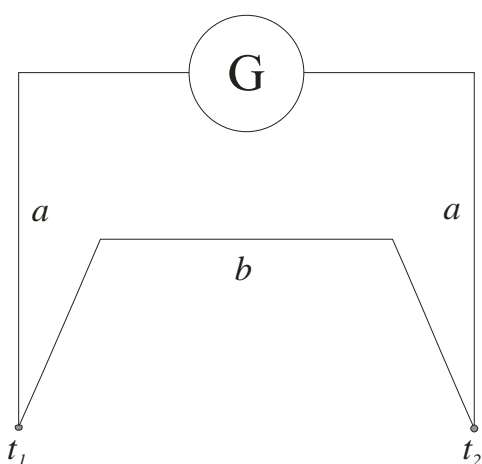


Polovodičové odporové teploměry (termistory) patří k nejpoužívanějším teplotním čidlům v oblasti spotřební elektroniky. Jejich výhodou je vysoká teplotní citlivost (asi o řád vyšší než u kovů), nevýhodou je nelineární teplotní charakteristika, menší rozsah teplot a menší dlouhodobá stabilita v porovnání s kovovými odporovými teploměry. Odpor vlastního polovodiče s teplotou klesá. S rostoucí teplotou totiž roste koncentrace elektronů ve vodivostním pásu a děr v pásu valenčním. Zvýšení rozptylu nositelů náboje s teplotou, které určuje teplotní závislost odporu u kovů, má méně významný vliv. Termistory s takovým typem teplotní závislosti odporu se nazývají **negastory (NTC termistory)**. Jestliže polovodič dotujeme volnými nositeli náboje, zvýšíme teplotně nezávislou koncentraci volných nositelů náboje a materiál získá z hlediska elektrického odporu charakter kovu, tj. s růstem teploty se zvyšuje rozptyl nositelů náboje a roste elektrický odpor. Termistory tohoto typu nazýváme **pozistory (PTC termistory)**. Příkladem jsou pozistory vyrobené z polykrystalické feroelektrické keramiky (BaTiO_3). Vyznačují se strmým nárůstem odporu nad Curieovou



teplotou (teplota, při které materiál ztrácí feroelektrické vlastnosti) a používají se zejména jako teplotní pojistky v elektronických obvodech. K měření teploty se pozistory prakticky nepoužívají, využívá se negatorů s klesající závislostí elektrického odporu na teplotě. Pro dosažení potřebné citlivosti se odpor kovových odporových teploměrů a termistorů neměří přímo, ale zpravidla Wheatstoneovým odporovým můstkem.

Termoelektrický článek (termočlánek) je tvořen dvěma kovovými vodiči a a b z různých materiálů, které jsou na obou koncích vodičů spojeny (obr.4.6.4).



obr.4.6.4

Při rozdílných teplotách spojů t_1 a t_2 vzniká termoelektromotorické napětí a obvodem prochází proud. Jeden ze spojů udržujeme na konstantní teplotě t_1 , obvykle $0\text{ }^\circ\text{C}$ (používáme směs vody a ledu v Dewarově nádobě). Termočlánek pak měříme rozdíl teplot $t_2 - t_1$, kterému odpovídá určitá hodnota termoelektromotorického napětí U_e . Pro malé teplotní intervaly lze použít lineární závislosti $U_e = \alpha_{ab}(t_2 - t_1)$, kde α_{ab} je součinitel závislý na použitých kovech a a b . Pro větší teplotní rozdíly je nutno použít alespoň kvadratickou závislost. Termoelektromotorické napětí se měří zpravidla kompenzační metodou. Termočlánek měří pouze rozdíl teplot. Přesto jsou dnes běžně na trhu digitální teploměry s termočlánkovými sondami, které přímo ukazují měřenou teplotu. To lze zařídit jen tak, že vlastní elektronická část teploměru je vybavena teplotním čidlem, které měří teplotu samotného teploměru (například termistor) a k jehož údaji se teplotní rozdíl měřený termočlánekem přičítá.

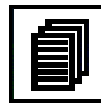
Radiační teploměry jsou infračervené teploměry a pyrometry. Měření teploty těmito teploměry vychází z faktu, že každé látkové těleso, které má teplotu $T > 0\text{ K}$ vyzařuje

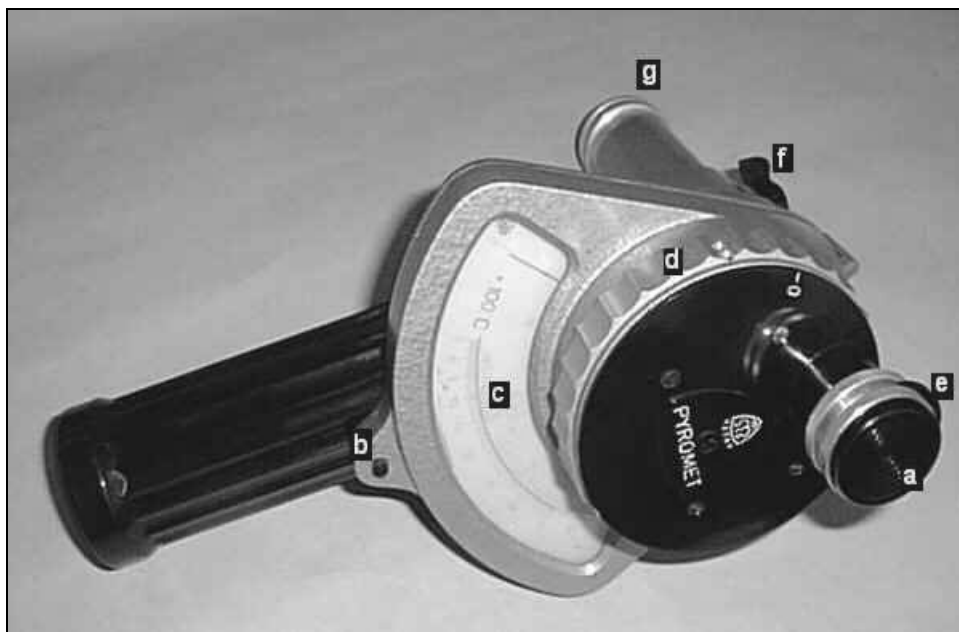
elektromagnetické záření. Toto záření nazýváme tepelné, abychom jej odlišili od záření vzniklého jiným způsobem. Emise tepelného záření je ovlivněna zejména teplotou, ale také vlastnostmi povrchu tělesa. Nejvíce vyzařuje to těleso, které v dané oblasti vlnových délek nejvíce absorbuje. Ideálním zářičem je těleso zcela pohlcující veškeré dopadající záření – **černé těleso**. Odchylku záření daného tělesa od černého tělesa popisuje veličina nazývaná emisivita ε , která je definovaná vztahem $\varepsilon = M / M_0$, kde M je intenzita vyzařování daného tělesa a M_0 intenzita vyzařování černého tělesa. Je-li emisivita ε konstantní pro všechny vlnové délky, těleso se nazývá **šedé těleso**. Tělesa, která mají pro různou vlnovou délku různou emisivitu ε_λ jsou **selektivní zářiče**. Vyzařování těles se řídí :

- Wienovým posunovacím zákonem, ze kterého můžeme stanovit vlnovou délku, kterou těleso za dané teploty T vyzařuje s maximální intenzitou. Zákon má tvar $\lambda_{\max} \cdot T = \text{konst.}$
- Stefanovým-Boltzmannovým zákonem pro celkovou intenzitu vyzařování černého tělesa ve tvaru $M_0 = \sigma \cdot T^4$, kde σ je Boltzmannova konstanta.
- Planckovým vyzařovacím zákonem pro spektrální intenzitu vyzařování

$$M_{0\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 \left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1 \right)}, \text{ kde } C_1 \text{ a } C_2 \text{ jsou konstanty.}$$

Pro bezdotykové měření teplot se využívá elektromagnetického záření vlnových délek od 0,4 μm do 25 μm , tj. záření viditelného a infračerveného, čemuž odpovídá měření teplot těles od $-40\text{ }^\circ\text{C}$ do $10000\text{ }^\circ\text{C}$. Základním problémem měření je správné určení emisivity povrchu tělesa, na níž do značné míry závisí přesnost měření teploty. Klasickým subjektivním přístrojem pro bezdotykové měření teplot je **jasový pyrometr**. V jasovém pyrometru (obr.4.6.5) subjektivně (tj. pozorováním lidským okem) porovnáváme jas rozžhaveného měřeného objektu s jasnem vlákna pyrometrické žárovky, které je žhaveno elektrickým proudem.





obr.4.6.5

Jeho velikost měníme otočným reostatem. Potřebný proud pro dosažení shodného jasů měří v přístroji zabudovaný ampérmetr, jehož stupnice je přímo kalibrována v jednotkách Celsiovy teplotní stupnice. Jasový pyrometr lze použít jen pro měření takových teplot těles, při kterých je podstatná část emitovaného záření ve viditelné oblasti. Jde o teploty od 700 °C do asi 2300 °C. Objektivní pyrometry a infračervené teploměry např. obr. 4.6.6

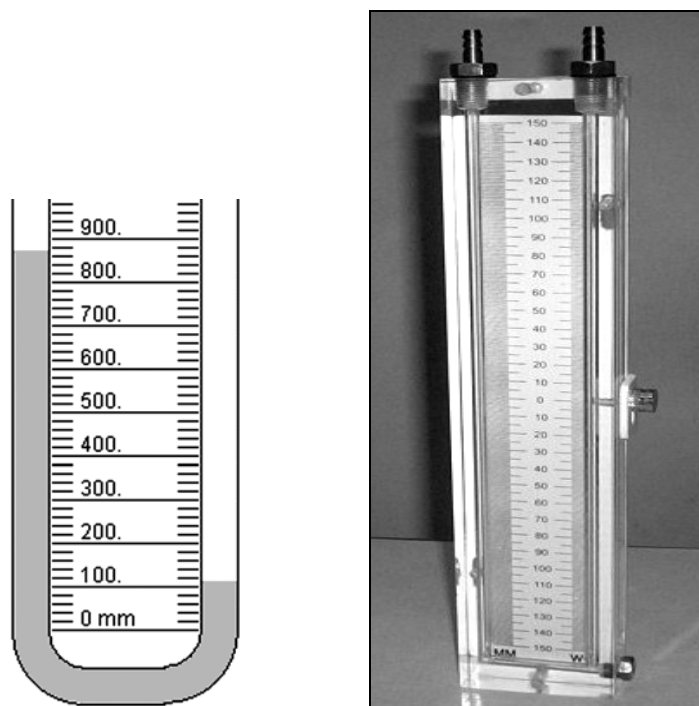
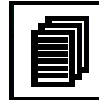


obr. 4.6.6

využívají jako teplotní senzory termočláňkové baterie a bolometry, pracují-li s celkovým zářením emitovaným tělesy, nebo fotodiody a fotoodpory, pracují-li jen s jednou vlnovou délkou nebo úzkým pásmem záření vysílaného tělesy.

3.7. Měření tlaku

Tlak p je definován vztahem $p = dF/dS$, tj. je číselně roven síle, která působí kolmo na plochu jednotkového obsahu v daném místě. Jednotkou tlaku je 1 Pa (pascal). Přístroje pro měření tlaku se nazývají tlakoměry. V laboratořích se nejvíce používají **kapalinové tlakoměry**. Lze jimi měřit jak tlakové rozdíly, tak i přímo hodnoty tlaku. Tlakové rozdíly měříme **otevřeným U-manometrem** (obr.4.7.1).



obr.4.7.1

Je to skleněná trubice tvaru U. Je-li kapalina v rovnováze, musí na plochu S vyznačenou na obrázku působit zprava i zleva stejně velká tlaková síla, takže platí

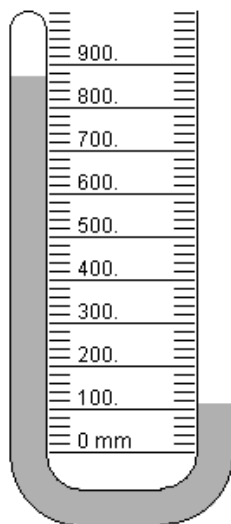
$$h_1 \rho g + p_1 = h_2 \rho g + p_2 \quad (9)$$

kde ρ je hustota kapaliny, g tíhové zrychlení, h_1 a h_2 jsou výšky kapalinového sloupce v ramenech trubice a p_1 a p_2 jsou tlaky na hladinách kapaliny v ramenech trubice. Z této rovnice pro přetlak Δp dostaneme (základní rovnice pro kapalinový manometr)

$$\Delta p = p_2 - p_1 = (h_1 - h_2) \rho g \quad (10)$$

což je základní rovnice pro kapalinový manometr. Změřením rozdílu výšek $h_1 - h_2$ kapaliny v obou trubicích určíme při známé hustotě kapaliny ρ rozdíl tlaků Δp v obou trubicích. Jednotlivé typy kapalinových manometrů se liší tvarem trubic, způsobem odečítání rozdílu výšek hladiny kapaliny v trubicích, hustotou použité kapaliny a úpravou konců trubic, tj. volbou tlaků p_1 nebo p_2 . Používáme-li jako manometrické kapaliny destilovanou vodu nebo líh, je možno měřit tlakové rozdíly asi do 10^4 Pa při vhodné délce trubic (maximální délky trubic jsou do 1,5 m). Výška hladin v trubicích se odečítá na milimetrové stupnici umístěné za trubicemi s kapalinou. Odečítáme-li výšku s přesností 1 mm, je tlakový rozdíl určován s přesností asi 10 Pa. Pomocí vhodné optiky lze čtení výšek zpřesnit. Chceme-li kapalinovým manometrem měřit přímo tlak, je nutné jeden z tlaků ve schématu kapalinového tlakoměru zvolit roven nule. Konstrukčně to znamená zatavit jednu z trubic tlakoměru a vytvořit nad kapalinou vakuum. Tlakoměry tohoto typu se používají k měření atmosférického tlaku (dříve označovaného jako barometrický tlak) a nazývají se **barometry**. Jedinou vhodnou kapalinou je rtuť. Základem konstrukce všech rtuťových barometrů je Torricelliův pokus.

Dalším typem kapalinových tlakoměrů jsou tlakoměry, které mají jednu trubicí zatavenou, ale nad kapalinou v zatavené trubicí není vakuum, ale určité množství plynu. Tlakoměr se nazývá uzavřený U-manometr a je znázorněn na obr.4.7. 2.



obr.4.7. 2

Jestliže při měření nové hodnoty tlaku počkáme dostatečnou dobu, aby se teplota plynu uzavřeného v pravé trubicí vyrovnala s teplotou okolí, lze stlačování respektive rozpínání

plynu pokládat za izotermický děj a platí $p_2V = K$, kde K je konstanta. Pak pro měřený tlak v levé trubici manometru dostáváme vztah

$$p_1 = (h_2 - h_1) \rho g + \frac{K}{V} \quad (11)$$

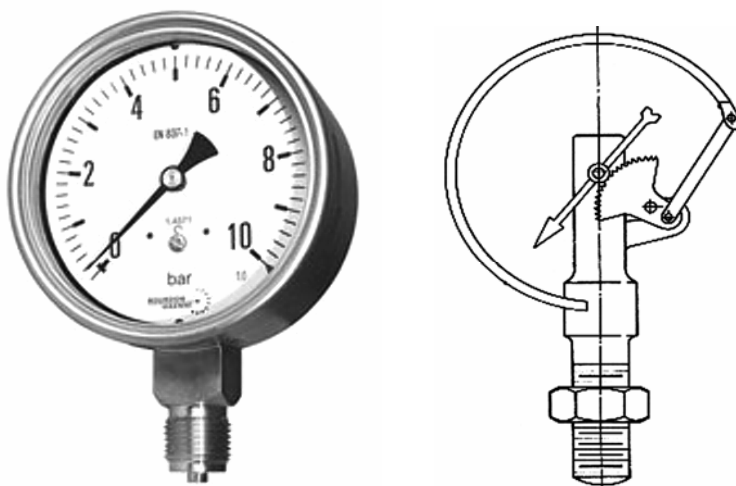
Objem V je úměrný délce l plynového sloupce uzavřeného v trubici nad kapalinou. Konstantu K je možno zjistit, změříme-li manometrem známý tlak p_1 . Uzavřené manometry jsou méně přesné než otevřené, je jimi však možno měřit v podstatně větším intervalu tlaků.



V praxi se k měření tlaků používají **deformační tlakoměry**. Jejich princip spočívá ve využití pružné deformace a tím i změny geometrického tvaru různě konstruovaných tlakoměrných deformačních prvků.



Trubicový deformační tlakoměr má deformační prvek ve tvaru trubice oválného průřezu, která je stočena do kruhového oblouku, spirály nebo šroubovice. Trubice je na jednom konci uzavřena. Je-li uvnitř stočené trubice větší tlak p_1 , než je tlak v okolí p_2 (obr.4.7.3), trubice se deformuje tak, že se zvětšuje poloměr zakřivení.

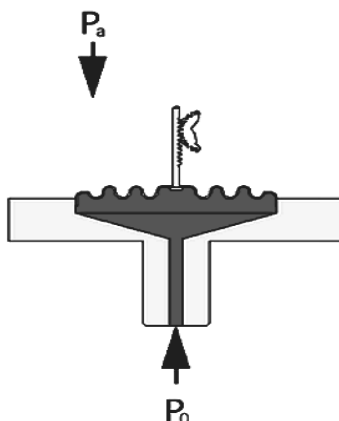


obr.4.7.3



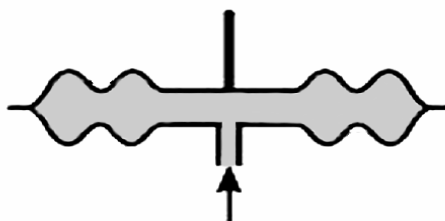
Tento pohyb lze převést na pohyb ručky přístroje. Deformačním prvkem **membránových deformačních tlakoměrů** je kruhová membrána uložená mezi příruby komory (obr.4.7.4).





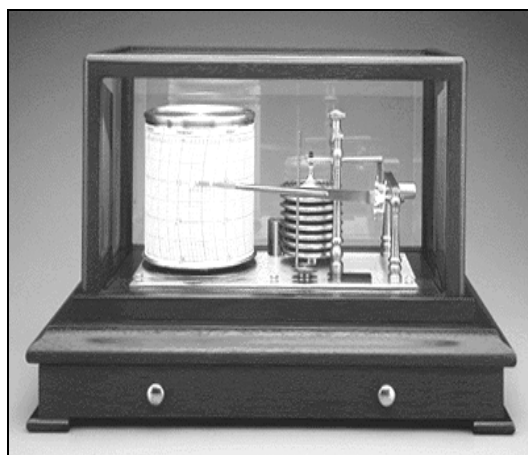
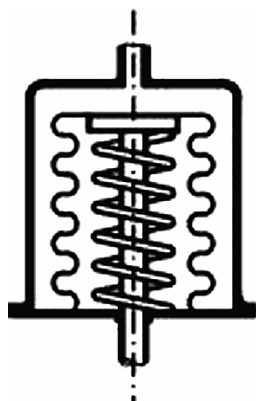
obr.4.7.4

Do komory se přivádí měřený tlak. V klasickém provedení je komora s membránou umístěna pod mechanismem ukazatele tlakoměru. Membrány jsou kovové a komora je vyplněna tlumící kapalinou (destilovaná voda, olej apod.). Membrány také tvoří měřicí prvky **snímačů tlaku** a tlakového rozdílu. Deformačním prvkem **krabicových deformačních tlakoměrů** je plochá krabice obvykle válcového tvaru, jejíž dna jsou tvořena membránami (obr.4.7.5).



obr.4.7.5

Pro zvětšení výchylky se používá celá sada krabic se spojenými vnitřními prostory. Pro měření atmosférického tlaku se krabicové tlakoměry nazývají **aneroidy**. Ve **vlnovcových deformačních tlakoměrech** je deformačním prvkem kovový měch (vlnovec) umístěný v měřicí komoře (obr.4.7.6).

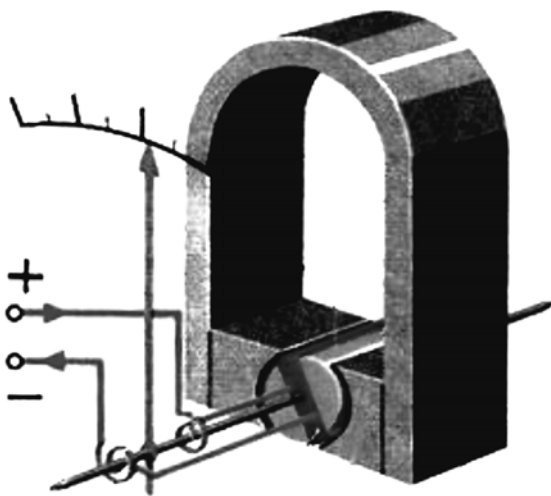


obr.4.7.6

Měřený tlak musí působit vně vlnovce. Statickou charakteristiku určuje pružina uvnitř vlnovce. Mimo uvedené druhy tlakoměrů se používají tlakoměry s piezoelektrickými senzory tlaku, senzory s optickými vlákny, odporovými senzory tlaku apod.

3.8. Měření elektrického napětí

Měření elektrického proudu I a elektrického napětí U patří k základním experimentálním technikám. Jejich použití není omezeno jen na měření elektrických veličin, ale stále ve větší míře i na měření neelektrických veličin, které se pomocí speciálních snímačů převádějí na elektrický proud resp. napětí. Přístroj pro měření elektrického proudu je **ampérmetr**, pro měření elektrického napětí **voltmetr**. Obojí uvedené přístroje jsou buď analogové (ručkové) nebo digitální (číslicové). Tyto skupiny přístrojů se liší způsobem zobrazení měřené hodnoty (výchylka ručky na stupnici resp. číselný údaj na displeji), principem měření a tím i odlišnými vlastnostmi. Přístroj zapojený do elektrického obvodu odebírá určitý výkon díky svému vnitřnímu odporu, takže zpětně ovlivňuje hodnotu měřené veličiny. Základní částí měřidel je měřicí systém, který převádí velikost hodnoty měřené veličiny na výchylku ukazatele u analogového měřidla nebo s pomocí analogově-digitálního převodníku (A/D převodník) na číslicový tvar hodnoty veličiny u digitálního měřidla. Nejčastějším měřicím systémem je **magnetoelektrický (deprézský) systém** viz obr. 4.8.1.

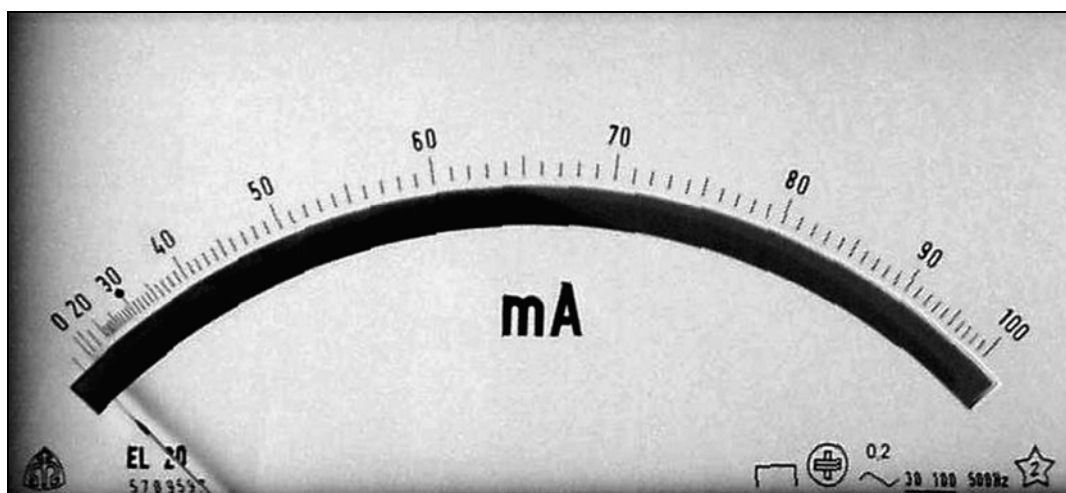


obr. 4.8.1

Používá se k měření stejnosměrného proudu a napětí a ve spojení s usměrňovačem i k měření střídavého proudu. Základem je otočná cívka v poli permanentního magnetu. Při průchodu proudu působí na cívku silový moment, který je úměrný proudu. Cívka zaujme takovou polohu, ve které je moment magnetické síly roven momentu síly pružnosti vratné pružiny. S cívkou je spojena ručička, která ukazuje výchylku na stupnici. Jinými měřicími systémy jsou **elektromagnetický systém** (proud a napětí se měří na základě vzájemného silového působení cívky s proudem a permanentním magnetem) a **elektrodynamický systém**

(permanentní magnet je nahrazen pevnou cívkou). Systémy se používají pro měření střídavého proudu a napětí.

Na stupnici elektrických měřicích přístrojů je vyznačen symbol veličiny, kterou měří a pro kterou je kalibrován. U analogových přístrojů jsou v pravém dolním rohu stupnice normalizované symboly, určující pracovní polohu přístroje (první značka), druh měřicího systému (druhá značka), označení, zda je určen k měření stejnosměrné nebo střídavé veličiny a označení třídy přesnosti (třetí značka) a zkušební izolační napětí (čtvrtá značka). Na obr.4.8.2 je uveden jako příklad panel miliampérmetru.



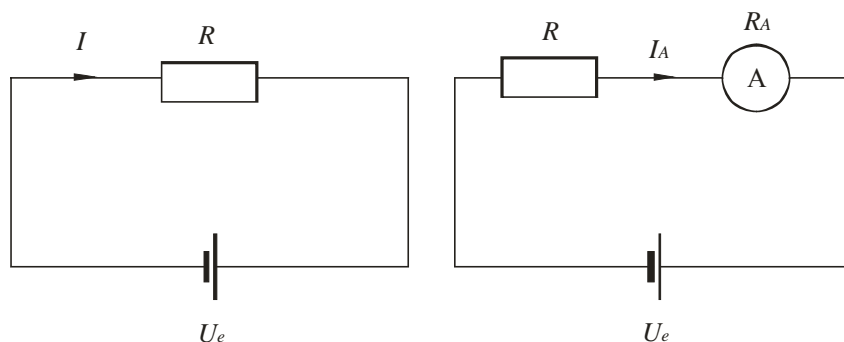
obr.4.8.2

Systémy měřidel jsou charakterizovány velikostí proudu I_{\max} , který může systémem procházet a vnitřním odporem měřidla R_M . Prochází-li systémem proud I_{\max} , který vyvolá maximální výchylku systému, vzniká na něm podle Ohmova zákona úbytek napětí $U_{\max} = R_M I_{\max}$. Napětí

U_{\max} je **základní napěťový rozsah** a proud I_{\max} je **základní proudový rozsah**. Mezi ampérmetrem a voltmetrem není z principiálního hlediska žádný rozdíl. Oba přístroje mohou tedy měřit jak napětí, tak i proud. Uživatelská odlišnost těchto měřidel spočívá v kalibraci stupnice (v jednotkách napětí nebo proudu) a obvykle v hodnotě vnitřního odporu měřidla, který je obecně u ampérmetrů malý a voltmetrů velký. Při zapojení měřidel do měřicího

obvodu využíváme vlastností sériového a paralelního zapojení rezistorů.

Máme-li změřit proud I procházející rezistorem s odporem R , musíme ampérmetr zapojit do série s rezistorem R (obr.4.8.3).



obr.4.8.3

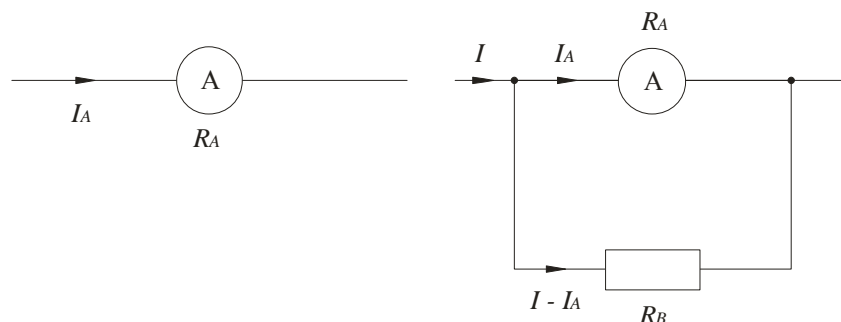
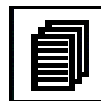
Ampérmetr zapojený v obvodu znamená další zátěž o odporu R_A , a tedy proud naměřený ampérmetrem I_A bude menší než proud I . Z Ohmova zákona pro proud I_A dostaneme $I_A = U_e / (R + R_A)$ (za předpokladu, že vnitřní odpor zdroje elektromotorického napětí je zanedbatelný). Skutečný proud, který prochází rezistorem R tedy bude

$$I = \frac{U_e}{R} = \frac{(R + R_A) I_A}{R} = \left(1 + \frac{R_A}{R}\right) I_A \quad (12)$$

Chceme-li znát proud I přesně, je třeba proud I_A korigovat pomocí tohoto vzorce. Pro $R \gg R_A$ je $I \approx I_A$. Korekci proudu I_A odstraňujeme soustavnou chybou měření. Odpor R_A ampérmetru limituje maximální proud I_A , který jím může procházet. Tím je omezen jeho základní rozsah.



Změnit rozsah ampérmetru lze paralelně připojenými rezistory s vhodnými odpory – **bočníky**. Chceme-li ampérmetrem s odporem R_A změřit proud $I > I_A$, připojíme k němu paralelně bočník o odporu R_B (obr.4.8.4).



obr.4.8.4

Pro paralelní zapojení na Obr.4.8.-3 platí $I_A / (I - I_A) = R_B / R_A$. Odtud pro odpor bočnicku dostaneme

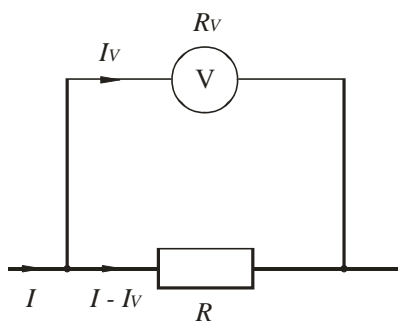
$$R_B = R_A \cdot \frac{I_A}{I - I_A} \quad (13)$$

Chceme-li rozsah ampérmetru zvětšit n -násobně, tj. $I = n \cdot I_A$, bude odpor potřebného bočnicku

$$R_B = \frac{R_A}{n - 1} \quad (14)$$



Máme-li změřit napětí U na rezistoru s odporem R , kde $U = RI$, musíme voltmetr zapojit k rezistoru R paralelně (obr.4.8.5).



obr.4.8.5

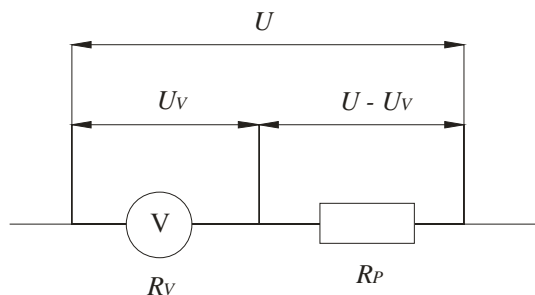
Napětí naměřené voltmetrem U_V bude menší než napětí U na rezistoru, protože část proudu I prochází voltmetrem s vnitřním odporem R_V . Tento proud je $I_V = U_V / R_V$. Pro napětí naměřené voltmetrem platí $U_V = R_V \cdot I_V = R \cdot (I - I_V)$ a po úpravě $U_V = U - R \cdot I_V$. Skutečné napětí U na rezistoru s odporem R pak je

$$U = U_V + R \cdot I_V = U_V + R \cdot \frac{U_V}{R_V} = \left(1 + \frac{R}{R_V}\right) \cdot U_V \quad (15)$$

Chceme-li znát napětí U přesně, je třeba naměřené napětí U_V korigovat pomocí tohoto vzorce. Voltmetry jsou konstruovány tak, aby jejich odpor R_V byl co největší. Je-li $R_V \gg R$, je $U \approx U_V$. Vnitřní odpor voltmetru R_V limituje maximální proud I_V procházející voltmetrem a



tím i základní rozsah voltmetru $U_V = R_V I_V$. **Změnit rozsah voltmetru lze** sériově připojenými rezistory s vhodnými odpory – **předřadnými rezistory**. Chceme-li voltmetrem s odporem R_V změřit napětí $U > U_V$, musíme k voltmetru do série zapojit rezistor s odporem R_P (obr.4.8.6).



obr.4.8.6

Pro sériové zapojení na Obr.4.8.-5 platí

$$\frac{U - U_V}{U_V} = \frac{R_P}{R_V} \quad \Rightarrow \quad R_P = \frac{U - U_V}{U_V} \cdot R_V \quad (16)$$

Chceme-li rozsah voltmetru zvětšit n -násobně, tj. $U = n \cdot U_V$, bude odpor potřebného předřadného odporu

$$\boxed{R_P = (n - 1) \cdot R_V} \quad (17)$$

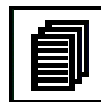
Nejistoty typu A při měření hodnot elektrického proudu a napětí ampérmetry a voltmetry jsou zanedbatelné vzhledem k nejistotám typu B. Nejistoty typu B určujeme při měření analogovými měřicími přístroji z třídy přesnosti přístroje a při měření digitálními měřicími přístroji z technické dokumentace výrobce přístroje (viz kapitola 3.).

4. SCHEMA EXPERIMENTU

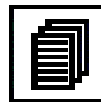
Pro vývoj technologií, návrh a konstrukci přístrojů apod. potřebujeme znát parametry určitých objektů za pokud možno přesně kvantitativně stanovených podmínek. K jejich kvantitativnímu vyjádření můžeme dojít cestou výpočtu nebo cestou experimentu.



Měřením obvykle rozumíme jednotlivou činnost směřující ke zjištění hodnoty fyzikální veličiny daného objektu pomocí měřidel a měřicích přístrojů.



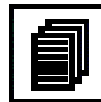
Experimentem pak obvykle rozumíme souhrn různých jednotlivých měření vycházejících z jednoho zadání, tvořících **reprodukovatelný** organický celek a řídicích se společným plánem experimentu. Například experimentem zjišťujeme hustotu kovového válečku. Podle plánu experimentu jednotlivými (různými) měřeními určíme průměr, výšku a hmotnost tohoto válečku a výpočtem určíme požadovanou hodnotu hustoty. Má-li být experiment efektivní, musíme si jej předem rozvrhnout a připravit. Klíčovou zásadou každé tvůrčí práce, a tou experimentální práce bezpochyby je, je zavést do ní systém. K tomu nám poslouží obecné **logické schéma experimentální práce** (experimentu), které respektuje tyto nejdůležitější zásady:



logika + **srozumitelnost** + **úplnost** → **nutné podmínky reprodukovatelnosti**



Dodržet zásadu **logiky** v experimentální práci znamená, že každý krok experimentální práce musí logicky navazovat na předchozí a musí iniciovat krok následující. Logické schéma je tak obecnou kostrou experimentální práce, kterou si v detailech přizpůsobujeme konkrétnímu experimentu. Je nutnou podmínkou k opakování experimentu i zcela neznámou osobou.



Zásady **srozumitelnosti** a **úplnosti** se promítají do záznamu o experimentu. Tento záznam není „soukromou záležitostí“ experimentátora. V záznamu se musí vyznat i ten pracovník, který se na experimentu přímo nepodílí. Způsob vedení záznamů musí umožnit vyznat se v nich i po delším časovém odstupu. To je nutné jak pro eventuální kontrolu, tak i pro návazné práce. Přehlednosti a možnosti snadné orientace v textu dosáhneme zejména tím, že jednotlivá měření členíme do graficky odlišených a přehledných odstavců. Nadpisem vyznačíme, co je právě předmětem měření. Číselné výsledky je nutno opatřit jednotkou příslušné fyzikální veličiny a komentářem s uvedením relevantních (důležitých) podmínek, za kterých měření probíhalo. Záznamy vedeme tak, aby už z grafické úpravy bylo na první



pohled patrně, jakého stupně důležitosti zaznamenaná skutečnost je (odlišíme hlavní výsledky od vedlejších, zásadní skutečnosti od vedlejších poznámek apod.). Záznam by měl splňovat podmínky reprodukovatelnosti experimentální práce a v důsledku toho i umožnit zpětnou kontrolu měření (např. poznamenáním identifikačních čísel použitých měřicích přístrojů). Podle záznamu by měl kdokoliv experiment přesně zopakovat (**Pozor! Reprodukovatelnost experimentu vůbec neznamená dosažení stejných výsledků!** Je pouze nezbytným prostředkem jejich maximální objektivizace při aplikaci vědecké metody). Logické schéma experimentální práce má tři základní etapy:



4.1. Návrh experimentu

První etapou experimentální práce je **návrh experimentu (projekt experimentu)**. Tato etapa začíná zadáním problému a končí vypracováním plánu experimentu.



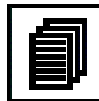
Zadání experimentální práce musí být jednoznačné a úplné. Musí obsahovat požadavek na kvalitu experimentálně získaných hodnot fyzikálních veličin. Například: „Změřte hustotu kovového válečku s relativní nejistotou menší než 3 %“. Všimněte si, že v zadání není uvedena zpravidla metoda, jak získat hodnotu dané veličiny. Metoda se stanoví v následujících krocích této etapy.



Vlastní úvodní částí první etapy experimentální práce je všeobecný **rozbór problému (úvod do problematiky experimentu)**. Začínáme shromážděním, prostudováním a rešerší odborné literatury. Tím zjišťujeme, zda problém byl už někde řešen (kde a s jakými výsledky) a jak by se dalo tohoto řešení využít, nebo jak na ně navázat. Pak sestavujeme všeobecnou úvodní stať, která zadání problému zařadí do širších souvislostí problematiky daného oboru, vymezí hranice našeho zkoumání, uvede stručně současný stav vědomostí o problému a dosud dosažené výsledky. **Ve školní práci se uvede alespoň souhrn výchozích poznatků (v rozsahu několika vět), a to zpravidla definice a jednotky veličin ze zkoumané oblasti.**



Další částí první etapy experimentální práce jsou **teoretická odvození a rozbory**. Tato část je vlastním východiskem každé experimentální práce. Obsahuje odvození potřebných vztahů pro stanovení hodnoty dané veličiny (kromě definičních). Nezbytnou součástí je stanovení podmínek, za nichž příslušné vztahy platí. Neuvedení podmínek vede k zásadním chybám celé práce. V praxi je běžné navázat na jiné autory. Ocitují se jejich závěry a podmínky platnosti s číselným odkazem formátu [x] na seznam literatury. Odvozené vztahy jsou východiskem pro stanovení metody měření. Výsledné vzorce upravujeme vždy tak, aby se v nich vyskytovaly **symboly jen těch veličin, které bezprostředně měříme**. Například je-li ve vzorci poloměr kovového válečku, který kontaktními měřidly délek nelze stanovit, nahradíme jej průměrem.



Při rozboru odvozeného vztahu se musíme ujistit, jestli v něm není ještě nějaká další neznámá veličina. Pak by výpočet nebyl možný. Uveďme si příklad. Máme experimentálně určit tuhost pružiny k , což můžeme udělat tak, že na pružinu zavěsíme závaží dané hmotnosti. Pružina se

protáhne tak, že v rovnovážném stavu se tíhová síla vyrovná se silou pružnosti a podmínku rovnováhy (1) můžeme zapsat prostřednictvím prodloužení pružiny Δy .

$$m \cdot g = k \cdot \Delta y \quad (1)$$

Z této rovnice by se dala tuhost pružiny vypočítat za předpokladu, že za m bychom dosadili hmotnost použitého závaží. Při bližším rozboru zjistíme, že na prodloužení pružiny se do jisté míry uplatní i hmotnost pružiny. My však nevíme jak. Proto experiment modifikujeme, a to tak, že kromě závaží o hmotnosti m přidáme ještě závaží o hmotnosti m' .

$$(m + m') \cdot g = k \cdot \Delta y' \quad (2)$$

Od této rovnice odečteme původní rovnici a dostaneme požadovanou formuli pro tuhost.

$$m' \cdot g = k \cdot (\Delta y' - \Delta y) \quad \Rightarrow \quad k = \frac{m' \cdot g}{\Delta y' - \Delta y} \quad (3)$$

V tomto vztahu pro výpočet k už vystupují jen veličiny, které lze jednoduše změřit. Neznámou hmotnost reprezentující celkovou deformační sílu tíhy prvního závaží + těla pružiny, jsme odečtením kompenzovali.

Pro výpočet hodnoty veličiny y , kterou máme získat experimentem, můžeme odvodit více různých vztahů, ve kterých vystupují odlišné soubory vstupních veličin, například $y = f(x_1, x_2, \dots)$, $y = g(z_1, z_2, \dots)$. Kterého vztahu pak využijeme pro experiment závisí na komplexním posouzení souborů veličin (x_1, x_2, \dots) , (z_1, z_2, \dots) . Posuzujeme je z hlediska snadnosti měření jednotlivých veličin, možné přesnosti měření, přístrojového vybavení apod.

Ve školní práci, kdy metoda měření je předem dána, uvedeme alespoň podrobné odvození fyzikálního vztahu pro dané měření, včetně podmínek jeho platnosti. Výsledné fyzikální vztahy upravujeme tak, aby se v nich vyskytovaly symboly jen těch veličin, které lze bezprostředně změřit.



Pro vybranou metodu měření dále provedeme **rozbor a optimalizaci měření z hlediska nejistoty**. Rozborem zjistíme zda a za jakých podmínek dosáhneme přesnosti požadované v zadání experimentálního úkolu. Optimalizace nejistot měření se provádí jen u experimentů,



kdy experimentální hodnotu veličiny stanovujeme prostřednictvím měření dílčích veličin (tj. když ji stanovujeme výpočtem z jiných přímo měřených veličin). Optimalizace nejistoty měření znamená stanovení dílčích nejistot měřených veličin x_1, x_2, \dots tak, aby výsledná nejistota veličiny $y = f(x_1, x_2, \dots)$ odpovídala požadované přesnosti.

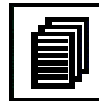
Poslední částí první etapy experimentální práce je **konkrétní návrh experimentu**. Jde o rámcový návrh měření, tj. závazné pokyny k vlastnímu měření. Ujasníme si, které veličiny budeme měřit a za jakých podmínek, vybereme vhodné přístroje pro jejich měření, rozhodneme o případných korekcích měřených veličin. Při vypracování metodiky měření je nutno přihlédnout i k následnému matematickému zpracování (např. rozhodnout se o opakování měření apod.)

4.2. Realizace experimentu

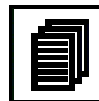
Realizace experimentu je druhou etapou experimentální práce. Začíná fyzickou přípravou experimentu a končí matematickým zpracováním výsledků měření.



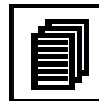
Při **fyzické přípravě experimentu** nejprve ověříme správné funkce měřidel, které budeme používat. Bude-li nutné, provedeme jejich kalibraci. Dále sestavíme měřicí aparaturu (např. sestavíme elektrický obvod). Ověříme správnou funkci tohoto celku a případně vyřešíme disproporce mezi návrhem měření a možnostmi jeho realizace. Je užitečné poznamenat si výrobní nebo evidenční čísla použitých měřidel, abychom mohli měření kdykoliv opakovat nebo v něm pokračovat. Zajistíme vnější podmínky pro měření (např. stabilizace teploty termostatem).



Vlastní měření se skládá z předběžného (orientačního) měření, hlavního měření a kontroly dosažených výsledků. Při předběžném měření jde zejména o výběr vhodných rozsahů měřicích přístrojů. Při hlavním měření zapisujeme naměřené hodnoty do předem připravených tabulek. Průběžně sledujeme a zapisujeme podmínky měření, které mají na výsledky měření skutečný vliv. Na závěr provedeme kontrolu naměřených hodnot. Pokud měříme funkční závislost je vhodné současně sestrojovat graf. V grafu je patrné dopustíme-li se při některém měření omylu a můžeme tak okamžitě příslušné měření zopakovat a opravit.

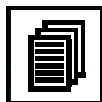


Výsledky měření matematicky zpracujeme podle předem stanovených výpočetních metod při konkrétním návrhu experimentu. Provedeme výpočet měřené veličiny včetně výpočtu nejistoty výsledku měření.



4.3. Záznam výsledků přímých měření – formát datové tabulky

Aby naměřené hodnoty mohly být zpracovány s minimální námahou bez zbytečných omylů, a aby byly prezentovány přehledně, je nutno volit účelný způsob jejich zápisu. Zkušenosti ukazují, že nejúčelnější je zápis výsledků opakovaných přímých měření, výsledků měření průběhu funkčních závislostí apod. do tabulky.



Obecný návod pro sestavení tabulky neexistuje. Je možno uvést jen **několik hlavních zásad pro sestavování tabulky** :



- Měřené veličiny nebo matematické operace s nimi zapisujeme do sloupců, pod sebe. Každý sloupec odpovídá jedné veličině nebo operaci.
- Každý sloupec označíme v záhlaví symbolem veličiny nebo matematické operace a příslušnou jednotkou.
- V prvním sloupci obvykle uvádíme pořadové číslo měření.
- Poslední řádek bývá součtový (pokud to vyžaduje následné zpracování naměřených hodnot).

Pro ilustraci si ukážeme několik příkladů tabulek.

Příklad 1. : Tabulka pro opakované měření průměru d válečku.

	d_i	$d_i - \bar{d}$	$(d_i - \bar{d})^2$
i	mm	mm	mm ²
1.			
2.			
3.			
...			
Σ			

V tabulce počet řádků (tj. i) odpovídá počtu opakovaných měření. Poslední řádek je součtový. Potřebujeme:

$\sum_1^n d_i$ pro výpočet aritmetického průměru,

$\sum_1^n (d_i - \bar{d})$ slouží ke kontrole (tento součet musí být vždy nulový),

$\sum_1^n (d_i - \bar{d})^2$ potřebujeme pro výpočet nejistoty typu A změřeného průměru.

Příklad 2. : Tabulka pro opakované měření délky l tyče pásovým metrem.

	l_{i1}	l_{i2}	$l_i = l_{i2} - l_{i1}$	$l_i - \bar{l}$	$(l_i - \bar{l})^2$
i	cm	cm	cm	cm	cm ²
1.					
2.					
3.					
...					
Σ					

Proti příkladu 1. jsou v tabulce navíc dva sloupce pro zápis poloh konců tyče na přiloženém pásovém metru (l_{i1} , l_{i2}). Další sloupce odpovídají příkladu 1. Obdobnou tabulku lze využít pro zápis měření výšky např. kapalinového sloupce v kapiláře katetometrem.

Příklad 3. : Tabulka pro měření voltampérové charakteristiky elektrického prvku.

	U	u_U	I	u_I
n	V	V	mA	mA
1.				

2.				
3.				
...				

Pro nastavené hodnoty napětí U_i (nezávisle proměnná veličina) měříme odpovídající proud I_i (závisle proměnná veličina). V tabulce uvádíme nejistoty typu B naměřených hodnot napětí a proudu.

Příklad 4. : Tabulka pro měření doby kmitu T kyvadla postupnou metodou.

i	n	t_i	n	t_{i+5}	Δt_i	$\Delta t_i - \overline{\Delta t}$	$(\Delta t_i - \overline{\Delta t})^2$
		s		s	s	s	s
1	5		5k+5				
2	10		5k+10				
3	15		5k+15				
...				
k	5k		10k				
Σ							

V tabulce n je počet kmitů, po kterých odečítáme průběžně čas. Je vidět, že odečítáme postupně čas vždy po pěti kmitech kyvadla, tj. po pátém, desátém, patnáctém, ... kmitu. Hodnoty ve sloupci Δt_i odpovídají rozdílům $\Delta t_i = t_{i+5} - t_i$, tj. odpovídají vždy době $5kT$.

4.4. Obecné formáty grafů fyzikálních závislostí

Grafické metody zpracování výsledků měření se týkají funkčních závislostí dvou fyzikálních veličin x a y typu $y = y(x)$. Grafické zobrazení má poskytnout představu o průběhu funkční závislosti a možnost rychlého, i když co do přesnosti omezeného, odečtení hledané hodnoty měřené veličiny.

Vlastnosti grafického zobrazení



Při **zobrazení** závislosti $y = y(x)$ přiřazujeme každé dvojici hodnot získaných měřením $[x,y]$ bod v zobrazovací rovině o souřadnicích $[X,Y]$ prostřednictvím **transformačních rovnic**.



$$\begin{aligned} X &= a \cdot f(x) \\ Y &= b \cdot g(y) \end{aligned} \quad (4)$$

Reálná čísla a , b nazýváme **modulové míry** a funkce $f(x)$ a $g(y)$ nazýváme **zobrazovací funkce**. Podle charakteru zobrazovacích funkcí rozeznáváme lineární zobrazení, logaritmické zobrazení, semilogaritmické zobrazení, polární zobrazení apod.



a) Nejjednodušší a nejčastěji používané je **lineární zobrazení**, jehož transformační rovnice jsou:



$$\left. \begin{aligned} X &= a \cdot x \\ Y &= b \cdot y \end{aligned} \right\} \text{ kde } a \neq 0, b \neq 0 \quad (5)$$

Toto zobrazení je názorné, nemění se charakter zobrazované závislosti (tj. lineární závislost zůstává po transformaci lineární, kvadratická závislost kvadratickou apod.). V celém rozsahu lze odečítat se stejnou absolutní nejistotou. Z fyzikálního hlediska transformace znamená nejen transformaci číselnou, ale i transformaci rozměrovou. Např. nezávisle proměnnou – napětí znázorníme tak, že $U = x = 2 \text{ V}$ bude odpovídat $X = 1 \text{ cm}$ v grafu s modulovou mírou $a = 0,5 \text{ cm} \cdot \text{V}^{-1}$.



b) Příkladem zobrazení, jehož použitím se mění charakter zobrazované závislosti, je **logaritmické zobrazení**. Transformační rovnice tohoto zobrazení jsou:



$$\left. \begin{array}{l} X = a \cdot \log x \\ Y = b \cdot \log y \\ \text{nebo} \\ X = a \cdot \ln x \\ Y = b \cdot \ln y \end{array} \right\} \text{kde } a \neq 0, b \neq 0 \quad (6)$$

Např. funkční závislost typu $y = c \cdot x^n$ se transformuje na lineární závislost. Logaritmické zobrazení je výhodné tam, kde se obě proměnné mění ve velkém rozsahu (přes několik řádů).



c) Zobrazení, které je kombinací obou předchozích, se nazývá **semilogaritmické zobrazení**. Transformační rovnice jsou:



$$\left. \begin{array}{l} X = a \cdot x \\ Y = b \cdot \ln y \end{array} \right\} \text{kde } a \neq 0, b \neq 0 \quad (7)$$

proměnná x se transformuje lineárně, proměnná y logaritmicky. Např. funkční závislost typu $y = m \cdot c^x$ se zobrazuje jako přímka. Semilogaritmické zobrazení je výhodné také tam, kde jedna z proměnných roste lineárně, druhá exponenciálně často v rozsahu několika řádů.



d) Tam, kde se uplatňuje závislost fyzikální veličiny na směru, se s výhodou používá **polární zobrazení**. Transformační rovnice jsou:



$$\left. \begin{array}{l} \Phi = a \cdot \varphi \\ R = b \cdot f(r) \end{array} \right\} \text{kde } a \neq 0, b \neq 0 \quad (8)$$

Výše uvedená zobrazení jsou používána nejčastěji. Typ zobrazení vybíráme tak, aby zobrazení měřenou závislost nějakým způsobem zjednodušovalo :

1. Víme například, že měřená závislost je parabolického charakteru $y = k \cdot x^2$. Vzhledem k rozptýlení naměřených bodů nemáme nikdy jasnou představu o tom, jak parabola má správně vypadat (pokud nepoužijeme nějaké matematické metody k výpočtu jejích parametrů a chceme ji proložit „od oka“). Budeme-li však závislost transformovat na přímku, pak tvar proložené přímky je nepochybný.
2. Máme-li vynést do grafu hodnoty v rozpětí několika řádů, např. hodnoty $1,2 \cdot 10^{-2}$; $2,8 \cdot 10^{-1}$; $8,5$; $6,2 \cdot 10^2$; ..., pak tyto hodnoty nelze v lineárním měřítku vůbec zobrazit.



Použijeme-li ale logaritmického měřítka, pak na každý řád připadá stejný úsek (modul), a vzhledem k přesnosti hodnot (dvě platné číslice) není problém je s danou přesností do grafu vynést.

Hlavní zásady konstrukce grafů

Grafické zobrazení měřené funkční závislosti je možno realizovat

- a) proložením křivky předpokládaného typu „od oka“,
- b) proložením křivky vypočítané např. metodou nejmenších čtverců,
- c) použitím počítače a komerčních počítačových programů.

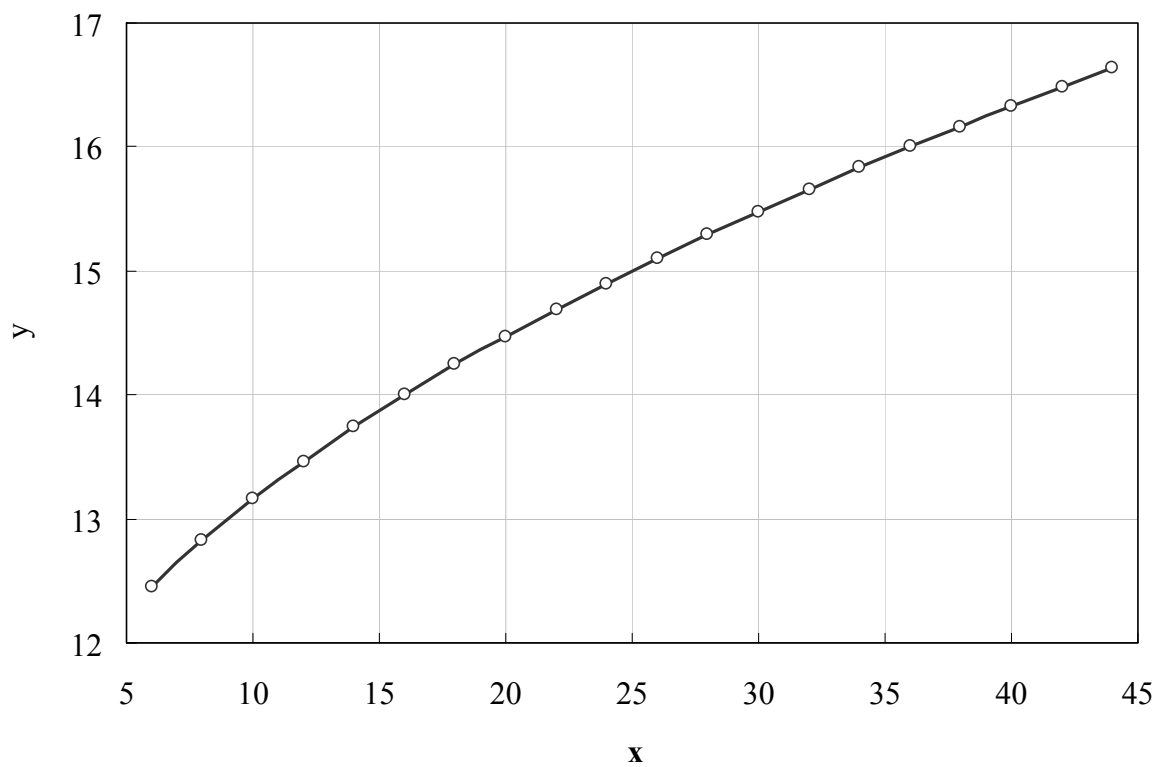
Pro zcela běžné posouzení funkční závislosti je způsob a) nejrychlejší a obvykle zcela dostačující.. potřebujeme-li však z grafu odečítat numerické hodnoty pro další výpočty, musíme vědět, s jakou přesností můžeme tyto hodnoty odečítat, tj. musíme znát nejistotu odečtené hodnoty. Ta se dá zjistit, použijeme-li způsob b). Při použití způsobu c) je třeba vědět, zda se příslušný program výpočtem nejistot zabývá a jestli je vůbec určen pro kreslení fyzikálních závislostí, tj. splňuje-li nejdůležitější zásady pro kreslení grafů závislostí fyzikálních veličin (**závislosti fyzikálních veličin zpravidla nelze zakreslit lomenou čarou !**).



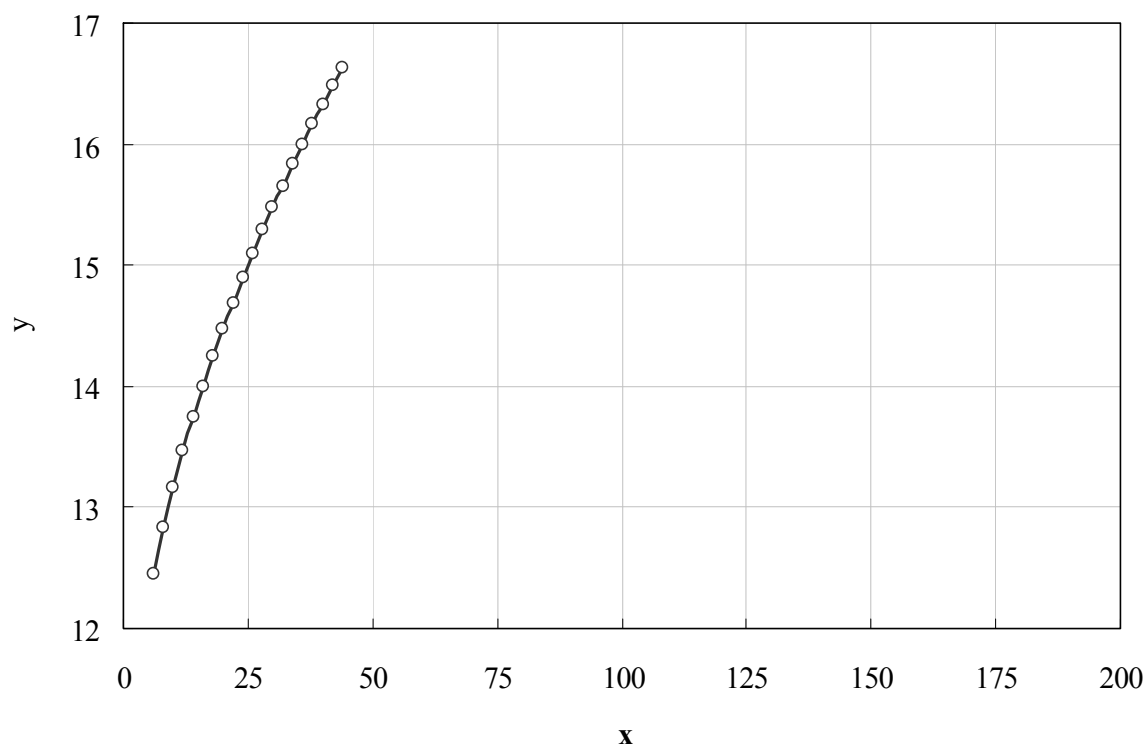
Nejdůležitější zásady pro konstrukci grafů závislostí fyzikálních veličin, a to pro konstrukci „od oka“ ale i pomocí počítačových programů jsou následující :



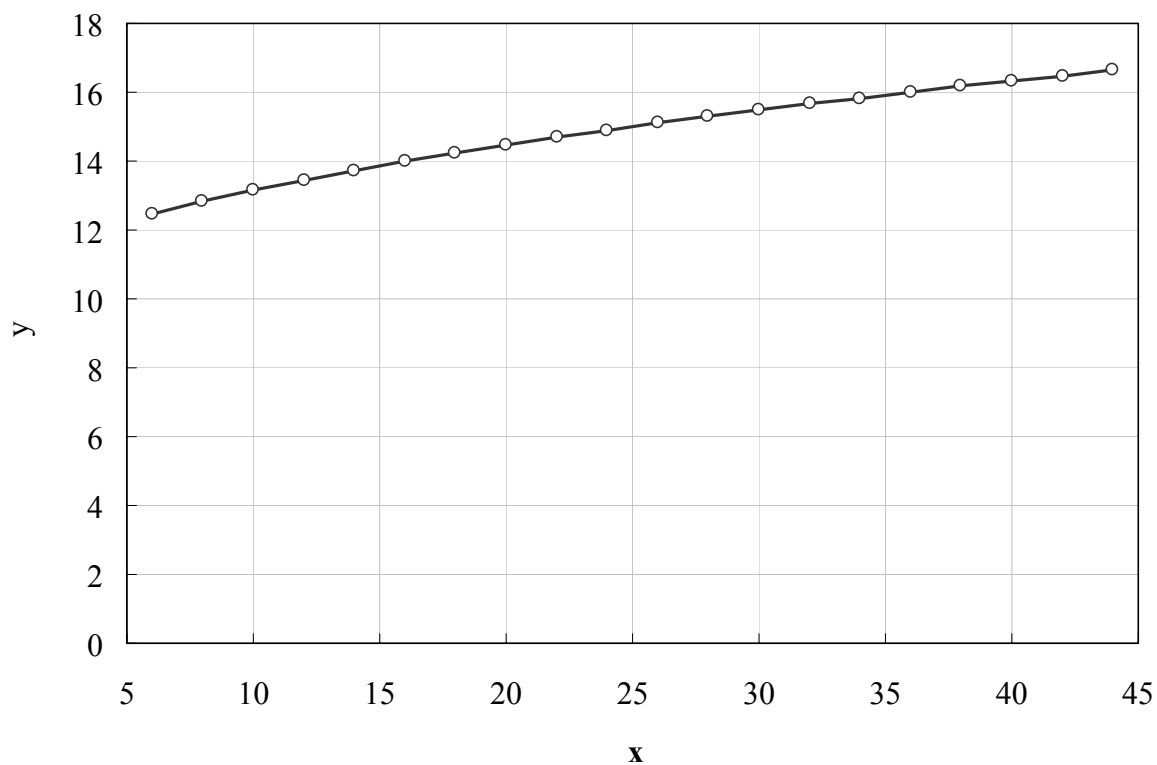
1. Nezávisle proměnnou vynášíme v grafu na vodorovnou osu (osu x), závisle proměnnou na osu k ní kolmou (osu y). Velikost grafu nemá překročit únosný formát (zpravidla A4), ale nemá být ani moc malý. Jeho velikost by měla být vždy taková, aby **hodnoty měřených fyzikálních veličin bylo možno z grafu odečítat na plný počet platných číslic, který je dán řádem nejistoty výsledku měření.**
2. **Modulové míry (měřítka na osách) je nutno přizpůsobit tak, aby se zobrazované přímky neblížily rovnoběžkám s některou z os, a aby protínající se křivky (tam, kde průsečík určuje nějakou odečítanou hodnotu nutnou pro další výpočty) nesvíraly v průsečíku malý úhel.** Při nedodržení této zásady přesnost odečítání hodnot z grafu prudce klesá. Příklad správně zvoleného měřítka je na obr.5.4.1 a nesprávně zvoleného měřítka na obr.5.4.2 a obr.5.4.3.



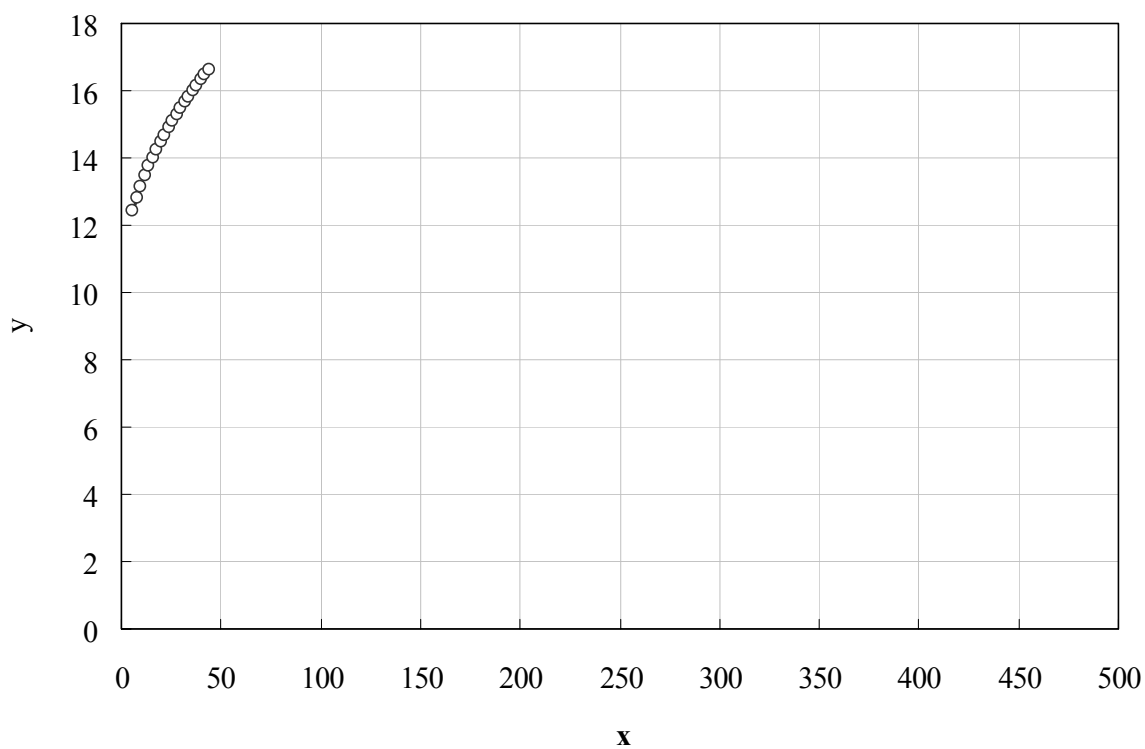
obr. 5.4.1



obr. 5.4.2



obr. 5.4.3



obr. 5.4.4

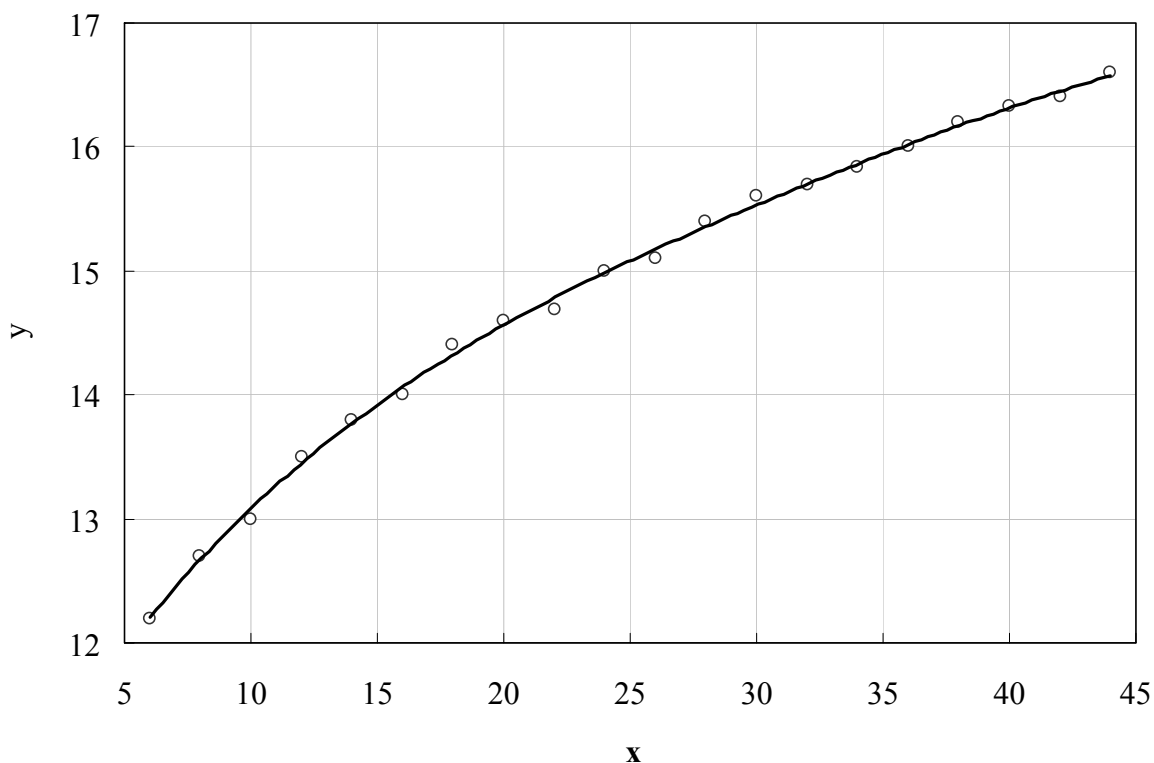
3. **Počátečním bodem stupnic na osách nemusí být vždy nula.** Rozsah hodnot stupnic na jednotlivých osách grafu volíme tak, aby nakreslený graf nebyl malý a umožňoval co nejpřesnější odečet hodnot. **Správně postupujeme tak, že nejprve z naměřených hodnot zjistíme (pro každou osu zvlášť) krajní hodnoty a tyto hodnoty (vhodně zaokrouhlené) použijeme za počáteční a koncové body stupnice.** Tomuto postupu vyhovuje graf na obr.5.4.1 a nevyhovují grafy na obr.5.4.2 a obr.5.4.3. Extrémním příkladem zcela nevyhovujícího grafu je graf na obr. 5.4.4.
4. **Osy popisujeme symbolem měřené veličiny a příslušnou jednotkou. Na osách zásadně zobrazujeme ekvidistantní hodnoty proměnných** (např. 50,0 ; 55,0 ; 60,0 ; ...) **a nikoliv jednotlivé změřené hodnoty.** Změřené hodnoty lze v případě potřeby vyhledat ze zápisu měření, kterým je obvykle datová tabulka. Nedodržení tohoto pravidla znamená ztížení odečítání z grafu. **Čísla, jimiž popisujeme osy, mají mít tolik platných číslic, kolik jich je možno z grafu odečíst** (to platí zvláště pro vypisování pravostranných nul). Tak např. zapisujeme 50,0 ; 55,0 ; 60,0 ; ..., jestliže tři platné číslice můžeme skutečně odečíst. Zápis 50 ; 55 ; 60 ; ... by v tomto případě byl nesprávný. Počet platných číslic nás bezprostředně informuje o možné přesnosti odečítání. Zde uvedené příklady grafů slouží pouze k ilustraci a příslušné pravidlo vždy nesplňují.
5. Graf má být co nejvíce přehledný. Proto do něj nezakreslujeme žádné pomocné čáry, pokud pro to není závažný důvod. **Zásadně však musíme zakreslit všechny body, ze kterých je graf konstruován.** Chceme-li v jednom systému os zakreslit grafy odpovídající různým hodnotám parametru, na kterých graf závisí, odlišíme grafy různým provedením (barvou, charakterem čáry apod.). Rovněž body patřící k různým křivkám odlišujeme různým provedením (např. + , × , ⊕ , ⊗ , ...). Křivky nesmí být kresleny tlustou čarou, zvláště tam, kde muselo být použito malého měřítka. Mohlo by se stát, že již sama tloušťka čáry by značně snížila přesnost odečítání.
6. Protože vynesené body grafu byly získány ze změřených hodnot (jsou zatíženy nejistotami měření), **nemusí křivka, proložená těmito body, všemi body procházet. Nesprávné je rovněž spojovat naměřené body lomenou čarou!** Převážně většině fyzikálních závislostí odpovídá hladká křivka, bez zlomů. Zalomení křivky znamená z matematického hlediska neexistenci derivace v tomto bodě, což je závažná skutečnost,

která u většiny reálných fyzikálních závislostí nepřichází v úvahu. **Při kreslení křivek budeme dodržovat tyto zásady :**

- a) Křivku volíme takového typu, aby odpovídal dané fyzikální závislosti (pokud ji známe nebo alespoň můžeme odhadnout). Např. jestliže víme, že závislost $I = f(U)$ se řídí Ohmovým zákonem, jde o typ lineární závislosti.

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow I = \underbrace{k}_{\left(\frac{1}{R}\right)} \cdot U \quad (9)$$

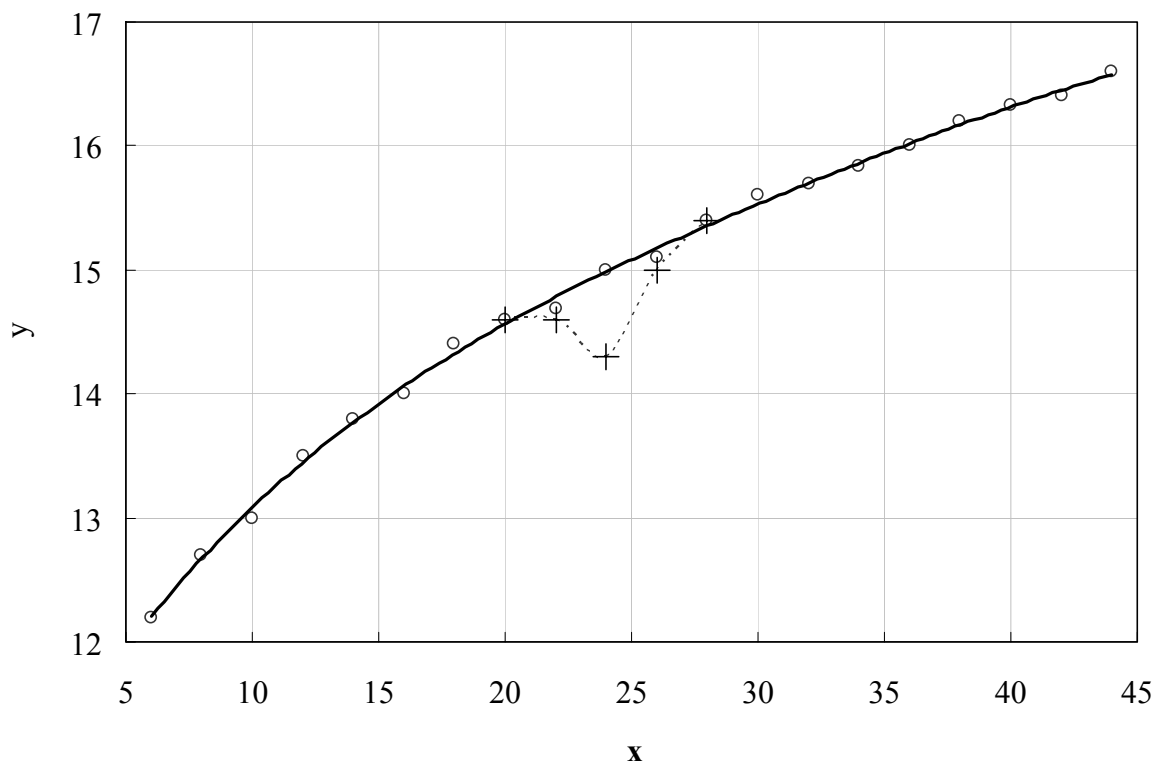
- b) Při prokládání křivky „od oka“ se snažíme, aby křivka procházela co nejvíce body (anebo ležela alespoň v jejich bezprostřední blízkosti) a aby body neležící na křivce byly rovnoměrně rozloženy po obou jejích stranách, jak můžete vidět na obr.5.4.5.



obr. 5.4.5

- c) Pro kreslení křivky **potřebujeme dostatečný počet změřených bodů** (např. 30). Z malého počtu rozptýlených bodů (např. 5) nelze zpravidla žádnou křivku spolehlivě sestrojít.

- d) **Křivku nikdy neextrapolujeme za hranice oblasti změřených bodů není-li pro to oprávněný důvod** (jako například obecná platnost formule Ohmova zákona v širokém rozsahu hodnot napětí apod.). V oblasti nespolehlivých a značně nepřesných měření křivku neprokládáme vůbec, anebo ji vyznačíme výrazně odlišným způsobem (např. čárkovaně).
- e) Pokud je to možné, změřené body vynášíme do grafu současně s měřením. Pokud změřené body ukazují na lokální maximum, minimum, resp. inflexní bod, zkonfrontujeme tyto skutečnosti ihned s fyzikální podstatou problému a rozhodneme, je-li takový průběh vůbec možný. V případě pochybností raději daný úsek křivky proměříme ještě jednou, pečlivěji, případně s menším krokem nezávisle proměnné (viz obr.5.4.6).

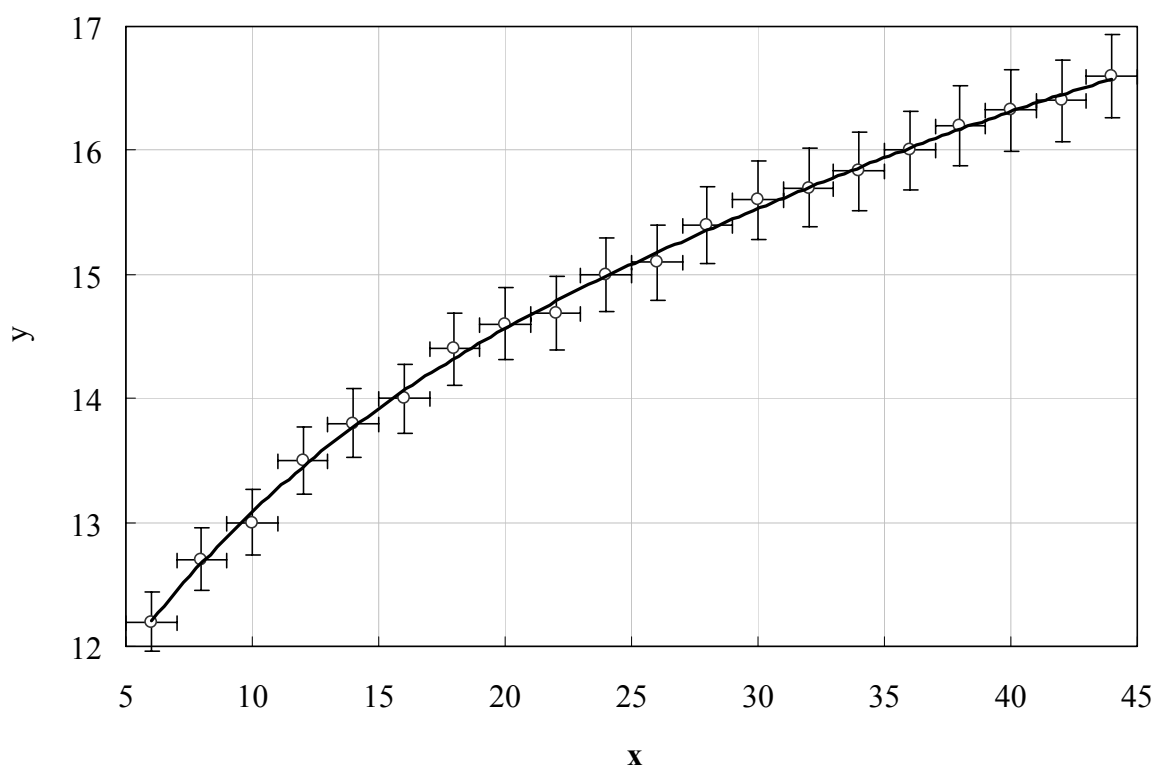


obr. 5.4.6

Tím např. zjistíme, že domnělé minimum je jen hrubou chybou měření (takové měření vyloučíme), nebo že to je jen jeden z bodů vzestupné nebo sestupné části křivky a skutečné maximum nebo minimum leží ve skutečnosti jinde. V případě opětovného změření podobného paradoxního průběhu **je třeba jeho reálný základ**

prověřit všemi dostupnými vědeckými prostředky! Nové jevy a zákonitosti se objevují velmi zřídka, ale nelze je apriori zcela vyloučit v žádném experimentu.

Do grafů vynášíme i nejistoty jednotlivých změřených bodů jako úsečky v patřičném směru, tj. vlevo a vpravo naměřeného bodu nejistotu nezávisle proměnné veličiny, nahoru a dolů naměřeného bodu nejistotu závisle proměnné veličiny. Nejistoty tak vytvoří kolem změřených bodů obdélníky nejistoty (viz obr. 5.4.7), které vymezují spolehlivost lokalizace bodů proložené křivky. Jednotlivé body křivky představují konvenčně pravé hodnoty měřené závislosti. Experimentální body by pak měly být podle své kolmé vzdálenosti od křivky většinou Gaussovsky rozděleny. Směrodatná odchylka rozdělení pak definuje šířku intervalu nejistoty, jehož paralelním posuvem podél křivky můžeme vymezit tzv. pás nejistoty.



obr.5.4.7

4.5. Vyhodnocení a fyzikální analýza výsledku experimentu

Tato závěrečná fáze experimentální práce je jedním z nejdůležitějších bodů celé práce. Objektivním a kritickým zhodnocením své práce, popřípadě návrhem jak tuto práci prohloubit, pracovník nejvíce osvědčí samostatné uvažování a tvůrčí schopnosti. Udělat jen formální závěry nebo vůbec nechat práci bez hodnocení jsou velkým nedostatkem celé experimentální práce. Tato závěrečná fáze má dva kroky, kterým odpovídají i poslední dva body laboratorního protokolu :

- 1. Shrnutí výsledků práce, jejich přesnosti a podmínek platnosti.**
- 2. Vlastní zhodnocení práce (rozbor práce)**



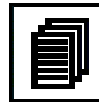
První bod se týká **shrnutí všech důležitých výsledků** celé práce. Kromě hlavního výsledku bývá užitečné uvést někdy i některé výsledky dílčí. Současně s každým výsledkem je nutno uvést řadu dalších informací, bez kterých by výsledek nebyl úplný. Zejména jde o :



- nejistotu výsledku měření (nejlépe jak absolutní, tak i relativní),
- jednotku hodnoty naměřené veličiny,
- podmínky, za nichž výsledek platí,
- způsob určení nejistoty výsledku měření,
- korekce, interpolace apod., kterým byl výsledek měření podroben, přičemž je nutné také uvést, že výsledek není korigován, zejména v těch případech, kde bychom takovou korekci oprávněně očekávali,
- použitá měřidla s udáním jejich typů popř. výrobními nebo inventárními čísly,
- všechny další důležité okolnosti, které charakterizují měření, jeho zpracování, nebo by na ně mohly mít vliv.



Druhý bod se týká **zhodnocení vlastní práce**. Ne každé měření se vydaří – zvláště u složitých a neprozkoumaných problémů. I dobře připravený experiment může mít svá sporná místa a ne vždy se podaří zcela vyhovět zadání práce (během měření se mohou objevit problémy, které nebylo možno předem odhadnout). Proto není ještě nutno práci považovat za špatnou. I negativní zjištění mohou být cenná a mohou pomoci v prohloubení vědomostí o daném problému. To, co nesmíme připustit nikdy, je projít bez povšimnutí negativní stránku práce a neprovést jejich objektivní zhodnocení. Nedá se předepsat přesný vzor, jak má dobré



zhodnocení experimentu vypadat. Zhodnocení se bude lišit podle typu zkoumaného problému, hloubky, do jaké byl problém zkoumán apod. Nikdy bychom ale neměli zapomenout na následující body :

- a) do jaké míry bylo zadání problému splněno (v případě nesplnění zadání uvést důvody nesplnění),
- b) co je přínosem dané práce (týká se především výzkumných prací),
- c) co za daných podmínek nebylo vůbec řešitelné,
- d) jaký je přínos řešení problému pro praxi,
- e) závěry, které řešitel navrhuje pro další etapu řešení (použití jiných metod apod.).

Ve školní práci by stačilo uvést, zda experiment splnil požadavky zadání, popřípadě co splněno nebylo (např. některé předpoklady a zjednodušení), co z výsledků plyne a co by se v experimentu mělo změnit, aby se požadavky zadání daly splnit. Např. nepodaří-li se splnit zadanou přesnost měření, navrhnout změny (jiná přesnější měřidla, větší počet opakování měření apod.).

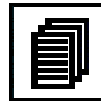
4.6. Publikace výsledků experimentu (vzor laboratorního protokolu)

Závěrečnou činností experimentální práce je vypracování protokolu (záznamu) o provedeném experimentu. Měl by být vždy vypracován tak, aby se v něm orientoval i pracovník, který se prací na experimentu nezúčastnil a aby podle něj bylo možno experiment kdykoliv zopakovat.



Proto je v protokolu nutno:

- vyznačit nadpisem jeho jednotlivé části,
- jednotlivá měření členit do graficky odlišených a přehledných odstavců, naměřené hodnoty zapisovat do vhodných tabulek,
- číselné výsledky měřených fyzikálních veličin opatřit podrobným komentářem, ve kterém by neměly chybět relevantní podmínky měření, záznamy o kalibraci měřidel (pokud byly provedeny), nejistoty naměřených veličin (zejména u nejistot typu B by mělo být uvedeno jak byly získány) apod.,
- umožnit zpětnou kontrolu měření (např. zápisem identifikačních čísel nebo výrobních čísel použitých měřidel),
- v textu odlišovat podstatné od méně podstatného (graficky odlišit hlavní výsledky od vedlejších, zásadní skutečnosti od vedlejších poznámek, ...). Nepodstatnými detaily zápisy nezatěžujeme (nejsme-li si však jistí závažnosti určité skutečnosti, pak ji raději napíšeme).

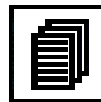


Struktura protokolu by měla odpovídat logickému schématu experimentální práce, která je doplněna formálními částmi, které se umísťují buď na začátku nebo na konci protokolu.

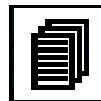
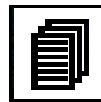
Na začátku práce je to :



Záhlaví – zejména obsahuje název práce, jméno resp. jména pracovníků, datum provedení experimentu a název organizace, ve které byla práce provedena, a základní fyzikální podmínky v laboratoři jako tlak a teplota. Forma záhlaví bývá organizací předepsána.



Anotace – znamená stručný obsah celé práce v rozsahu několika řádek. Je určena k první informaci o provedeném úkolu. Je umístěna sice na začátku, zpracovává se však až na konec, až jsou známy všechny výsledky experimentu a závěry.



Seznam symbolů a označení – je seznamem znaků používaných v celé práci k označení fyzikálních veličin apod. Někdy bývá doplněn schematickým nákresem okótovaným pomocí použitých symbolů (např. nákras mechanického zařízení s označením délek).

Na konci práce je to :



Seznam literatury – jednotlivé prameny jsou očíslovány a v textu protokolu jsou odkazy uváděny pomocí těchto čísel.



Přílohy – zde se umístí grafy, fotografie a tabulky, které nelze z nějakých důvodů zařadit přímo do textu.



Úplná struktura protokolu je následující :

Záhlaví
Anotace
Seznam symbolů a označení
1. Projekt experimentu
1.1. Zadání problému
1.2. Úvod do problematiky
1.3. Teoretický rozbor problému
1.4. Rozbor nejistot
1.5. Metodika měření
2. Realizace experimentu
2.1. Příprava měření
2.2. Vlastní měření
2.3. Matematické zpracování výsledků měření
3. Vyhodnocení experimentu
3.1. Výsledky měření
3.2. Zhodnocení měření, komentáře
Seznam literatury
Přílohy

4.7. Ukázka laboratorního protokolu

Protokol 1.

INSTITUT FYZIKY VŠB - TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FYZIKÁLNÍ MĚŘENÍ

NÁZEV PRÁCE: MĚŘENÍ PLOCHY PLECHU

ČÍSLO: 0 (vzor)

JMÉNO: XXXX

DATUM: 20.2.2006

SPOLUPRACOVAL: YYYY

TEPLOTA: 20°C

STUD. SKUPINA: ZZZZ

TLAK: 100kPa

**Problém**

- A. Změření plochy povrchu vzorku plechu neznámé tloušťky a nepravidelného tvaru při znalosti tabulkových hodnot hustoty jeho materiálu s udanými nejistotami.
- B. Výpočet výsledné rozšířené nejistoty změřené plochy.

**Fyzikální princip měření**

V případě měření povrchu S částečně deformovaného hliníkového plechu neznámé tloušťky se jedná o nepřímé měření. Velikost měřené veličiny je odvozená geometrickými vztahy od přímého délkového měření tloušťky h , kterou považujeme za výšku velmi nízkého hranolu objemu V s podstavou obecného tvaru o ploše S



$$V = Sh \Rightarrow S = \frac{V}{h} \quad (10)$$

Z celkové hmotnosti m tělesa, přímo změřené vážením, a znalosti tabulkové hodnoty jeho hustoty ρ_{Al} vyplývá pro vyjádření plochy (10) výsledný vztah

$$S = \frac{m}{h\rho_{Al}} \quad (11)$$

Zatímco u zadané tabulkové hodnoty hustoty ρ_{Al} známe rovněž její nejistotu $u_{\rho_{Al}}$, při přímém délkovém měření h a vážení m je potřeba stanovit jejich kombinované nejistoty s ohledem na použité měřicí prostředky a počet provedených měření.



Metoda měření

Zvolená metoda měření je postavena na znalosti tabulkové hustoty ρ_{Al} , na jednorázovém měření hmotnosti m vzorku na digitální laboratorní váze s definovanou nejistotou a na opakování délkových měření tloušťky h klasickým mikrometrem. Zatímco údaje o hustotě ρ_{Al} a hmotnosti m mají jednorázový charakter, daný jediným číselným údajem, zatíženým pouze systematickou nejistotou typu B (u tabulkových hodnot je tato kategorizace smluvní, neboť většinou neznáme detailní historii příslušného měření), je třeba nejistotu měření tloušťky h stanovit jako nejistotu kombinovanou

$$u_h = \sqrt{u_{Ah}^2 + u_{Bh}^2} \quad (12)$$

Příslušná systematická nejistota typu B je jednoznačně určena výběrem klasického mikrometru s maximálním rozlišením odečtu hodnoty na stupnici Δ_{\max}

$$u_{Bh} = \frac{\Delta_{\max}}{\chi} \quad (13)$$

kde konstanta χ charakterizuje poměr maximální přípustné odchylky Δ_{\max} a směrodatné odchylky σ , příslušející statistickému rozdělení pravděpodobnosti odečtu správné hodnoty. V obecném případě při pouhé znalosti minima x_{\min} a maxima x_{\max} přípustných hodnot měřené veličiny x je konvenčně pravá hodnota x_K aproximována jejich průměrem

$$x_K = \frac{1}{2}(x_{\min} + x_{\max}) \quad (14)$$

Pravá hodnota x může nabývat libovolné velikosti z intervalu

$$x \in \langle x_K - \Delta_{\max}, x_K + \Delta_{\max} \rangle \quad (15)$$

se stejnou pravděpodobností. Tomuto obecnému případu odpovídá rovnoměrné rozdělení na daném intervalu s disperzí

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - x_{sp})^2 P(x) dx = \int_{x_{sp}-\Delta_{\max}}^{x_{sp}+\Delta_{\max}} (x - x_{sp})^2 \frac{1}{2\Delta_{\max}} dx = \frac{1}{3} \Delta_{\max}^2 \quad (16)$$

které popisuje každý obecný případ měření, kdy nejsme sto blíže specifikovat jeho detailnější statistiku. Koeficient χ z definičního vztahu (13) je ve všech těchto případech určen hodnotou

$$\chi = \sqrt{\frac{\Delta_{\max}^2}{\sigma^2}} = \sqrt{3} \quad (17)$$

Pro stanovení nejlepšího možného odhadu plochy S podle vzorce (11) je třeba dosadit za tloušťku h její výběrový průměr pro $n = 8$ nezávislých měření. Rozšířená statistická nejistota u_{Ah} typu A příslušného měření je v dané situaci dána násobkem směrodatné odchylky s_h , korekčního koeficientu k_8 pro nízkou statistickou hodnotu osmi měření a koeficientu rozšíření κ_{95}

$$S = \frac{m}{\bar{h} \cdot \rho_{Al}} \quad \text{kde} \quad \begin{cases} \bar{h} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 h_i \\ u_{Ah} = k_8 \kappa_{95} s_h = k_8 \kappa_{95} \sqrt{\frac{1}{8(8-1)} \sum_{i=1}^8 (h_i - \bar{h})^2} \end{cases} \quad (18)$$

Ze vztahů (13) a (18) jsme tedy získali kvantitativní vyjádření nejistot typu A a B a jejich dosazením do (12) kombinovanou nejistotu tloušťky u_h . V případech nepřímého měření plochy S , definované funkcí (11) tří proměnných $S = S(m, h, \rho_{Al})$ je výsledná nejistota aproximována Gaussovým zákonem šíření nejistoty

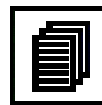
$$u_S = \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial m} u_m\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial \rho_{Al}} u_{\rho_{Al}}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial h} u_h\right)^2} \quad (19)$$

Takto vypočítaný výsledek nepřímých měření je zapsán ve tvaru $S = (\bar{S} \pm u_S)[m^2]$.



Přístroje

1. klasický mikrometr
2. elektronická digitální váha s citlivostí $\pm 0,1g$



Postup měření

1. Jako první tabulkovou hodnotu hustoty hliníku uvažujeme

$$\rho_{Al} = (2\,680 \pm 1) \text{ kgm}^{-3} \quad (20)$$

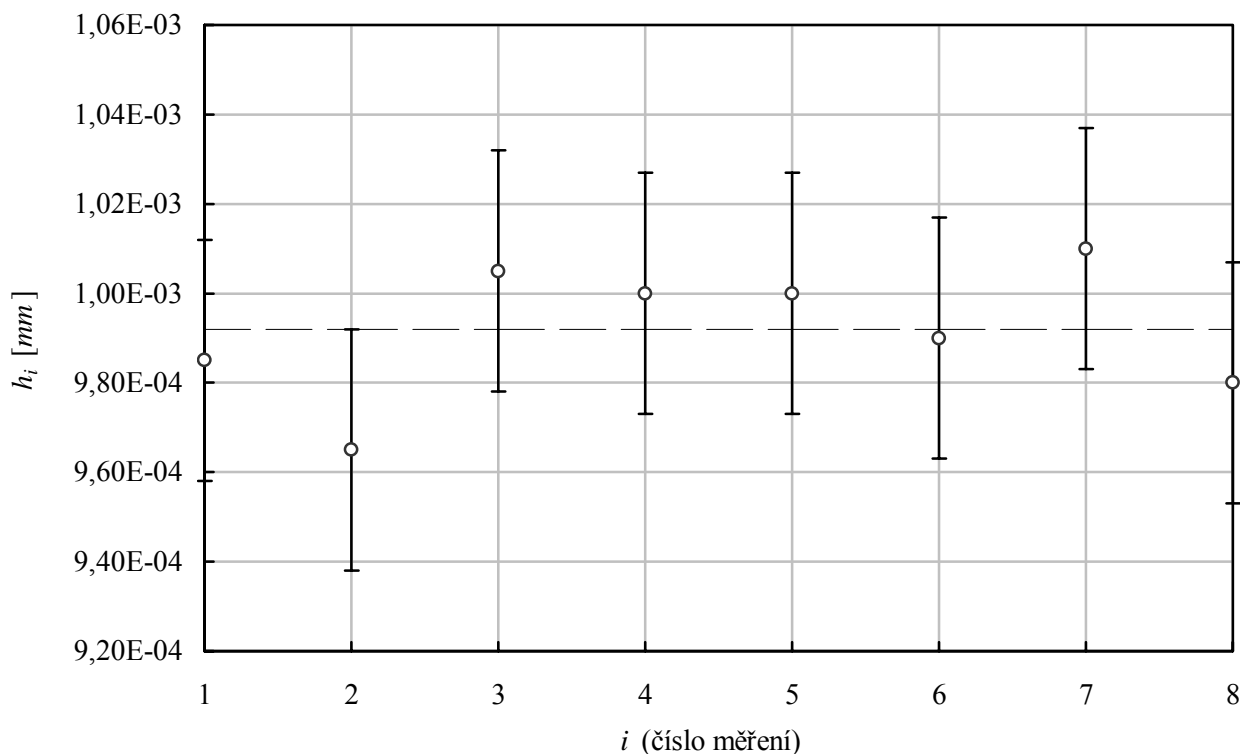
2. Jednorázovým vážením vzorku na elektronické digitální váze s citlivostí $\pm 0,1g$ jsme získali velikost hmotnosti, zatíženou systematickou nejistotou váhy

$$m = \left((15,2g) \pm \frac{(0,1g)}{\sqrt{3}} \right) = (0,01520 \pm 0,00006) \text{ kg} \quad (21)$$

3. Na nezdeformovaných okrajích vzorku jsme provedli na osmi různých místech měření tloušťky plechu mikrometrem. Pro výpočet její statistické nejistoty u_{Ah} pomocí směrodatné odchylky s_h pro $n = 8$ měření použijeme příslušnou hodnotu korekčního koeficientu pro osm měření $k_8 = 1,2$ a rovněž smluvně přijatou hodnotu koeficientu rozšíření $\kappa_{95} \approx 2$ pro pravděpodobnost 95% přítomnosti pravé hodnoty v daném intervalu nejistot. Naměřená data včetně příslušné střední hodnoty \bar{h} a směrodatné odchylky s_h obsahuje tabulka tab.1.

i	h_i [mm]	h_i [m]	$(h_i - \bar{h})^2$ [m ²]
1	0,985	9,850E-04	4,727E-11
2	0,965	9,650E-04	7,223E-10
3	1,005	1,005E-03	1,723E-10
4	1,000	1,000E-03	6,602E-11
5	1,000	1,000E-03	6,602E-11
6	0,990	9,900E-04	3,516E-12
7	1,010	1,010E-03	3,285E-10
8	0,980	9,800E-04	1,410E-10
		\bar{h}	s_h
		9,919E-04	5,25574E-06

tab.1 Měření tloušťky hliníkového plechu mikrometrem



graf 1 Grafické zobrazení rozptylu naměřených hodnot kolem $\bar{h} = 9,919 \cdot 10^{-4} m$

4. Rozšířená statistická nejistota tloušťky u_{Ah} , korigovaná korekcí k_8 na nízký počet měření, nabývá na základě výsledků tab.1 hodnoty

$$u_{Ah} = k_8 \kappa_{95} s_h = (1,2) \cdot (2) \cdot (5,3 \cdot 10^{-6} m) = 1,3 \cdot 10^{-5} m \quad (22)$$

5. Pro výpočet systematické nejistoty u_{Bh} klasického mikrometru s 20-ti dílkovým noniem použijeme aproximaci rovnoměrného rozdělení ve tvaru

$$u_{Bh} = \frac{\Delta h = \text{rozlišení stupnice}}{\sqrt{3}} = \frac{(0,005 mm)}{\sqrt{3}} \approx 3 \cdot 10^{-6} m \quad (23)$$

6. Celková kombinovaná nejistota (12) změřené tloušťky plechu pak má hodnotu

$$u_h = \sqrt{u_{Ah}^2 + u_{Bh}^2} = \sqrt{(1,3 \cdot 10^{-5} m)^2 + (3 \cdot 10^{-6} m)^2} = 1,33 \cdot 10^{-5} m \quad (24)$$

a výsledná hodnota tloušťky h je podle (18) a (24)

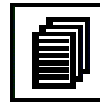
$$h = (\bar{h} \pm u_h) = ((9,919 \cdot 10^{-4} m) \pm (1,33 \cdot 10^{-5} m)) = (0,99 \pm 0,01) \cdot 10^{-3} m \quad (25)$$

7. Po dosazení takto získaných výsledků přímých měření do vzorce (11) získáme smluvně pravou hodnotu pro plochu S

$$S_{sp} = \frac{m_{sp}}{\bar{h} \cdot \rho_{Alsp}} = \frac{(0,0152 kg)}{(0,99 \cdot 10^{-3} m) \cdot (2680 kgm^{-3})} = 0,005718 m^2 \quad (26)$$

8. Celková nejistota nepřímého měření plochy S plyne z Gaussova zákona šíření nejistoty viz (19)

$$\begin{aligned} u_S &= \sqrt{\left(\frac{1}{\bar{h} \cdot \rho_{Alsp}} u_m\right)^2 + \left(-\frac{m_{sp}}{\bar{h} \cdot \rho_{Alsp}^2} u_{\rho_{Al}}\right)^2 + \left(-\frac{m_{sp}}{\bar{h}^2 \cdot \rho_{Alsp}} u_h\right)^2} = \\ &= \frac{m_{sp}}{\bar{h} \cdot \rho_{Alsp}} \sqrt{\left(\frac{u_m}{m_{sp}}\right)^2 + \left(\frac{u_{\rho_{Al}}}{\rho_{Alsp}}\right)^2 + \left(\frac{u_h}{\bar{h}}\right)^2} = S \sqrt{\left(\frac{u_m}{m_{sp}}\right)^2 + \left(\frac{u_{\rho_{Al}}}{\rho_{Alsp}}\right)^2 + \left(\frac{u_h}{\bar{h}}\right)^2} = \quad (27) \\ &= (0,005718 m^2) \sqrt{\left(\frac{5,8 \cdot 10^{-5} kg}{0,0152 kg}\right)^2 + \left(\frac{1 kgm^{-3}}{2680 kgm^{-3}}\right)^2 + \left(\frac{1,33 \cdot 10^{-5} m}{9,919 \cdot 10^{-4} m}\right)^2} = \\ &= (0,005718 m^2) \sqrt{1,46 \cdot 10^{-5} + 1,39 \cdot 10^{-7} + 1,8 \cdot 10^{-4}} \doteq 8 \cdot 10^{-5} m \end{aligned}$$

**Vyhodnocení výsledků měření**

1. Výsledná hodnota nepřímého měření plochy S plechového deformovaného vzorku činí

$$S = ((5,72 \cdot 10^{-3} m^2) \pm (0,08 \cdot 10^{-3} m^2)) = (5,72 \pm 0,08) dm^2 .$$

2. Z analýzy příspěvků jednotlivých přímých měření v Gaussově formuli (27) k celkové relativní nejistotě $\delta_S = 1,4\%$ plyne, že nejvyšší podíl na její velikosti má měření tloušťky mikrometrem s nízkou statistickou hodnotou souboru pouhých 8 měření.

5. BEZPEČNOST PRÁCE VE FYZIKÁLNÍ LABORATOŘI

5.1. Rizika při práci v laboratoři

I když je fyzikální měření pro studenty koncipováno tak, že možná rizika jsou podle platných předpisů snížena na minimum, přesto existují. Studenti se při měřeních setkávají s horkými předměty, pracují s různými elektrickými zařízeními, pracují s lasery a radioaktivními zářiči. Proto vždy na začátku výuky ve fyzikální laboratoři jsou pro práci v laboratoři školeni. Jsou seznamováni se svými povinnostmi při práci v laboratoři, jsou školeni pro práci na elektrických zařízeních, práci s lasery, zdroji radioaktivního záření apod. v rozsahu nutném pro úspěšné zvládnutí souboru úloh v příslušném semestru.

Při pobytu a práci ve výukové fyzikální laboratoři se předpokládá, že studenti si budou počínat tak, aby svým jednáním nezpůsobili třeba i neúmyslně škodu na předmětech a zařízeních nebo na zdraví sobě ani druhé osobě.



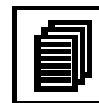
Studenti v zájmu ochrany zdraví a bezpečnosti práce jsou povinni dodržovat tyto všeobecné zásady :



- Dbát všech výstrah, zákazů, příkazů a upozornění uvedených na bezpečnostních informačních tabulkách umístěných na jednotlivých pracovištích.
- Nepracovat s žádným předmětem na pracovišti, dokud zevrubně neprostudují informační tabulku na příslušném pracovišti.
- Každý i malý úraz utrpěný na pracovišti ihned ohlásit vyučujícímu.
- Žádat od vyučujícího vysvětlení bezpečnostních ustanovení v případě jakékoliv nejasnosti nebo pochybnosti.
- S horkými předměty manipulovat jen s pomocí určených pomůcek (kleště, závěsné háčky). Skleněné předměty (zvláště teploměry, kádinky) nevystavovat prudkým změnám teploty. Dávat pozor na opaření horkou párou.
- Při práci s žíravinami respektovat speciální bezpečnostní upozornění na pracovišti. Každý únik takové látky okamžitě ohlásit vyučujícímu.
- Vědět, kde je hlavní vypínač rozvaděče v laboratoři a jeho použití (seznámení provede vyučující na začátku semestru).



Součástí povinností studentů v laboratoři je dodržování zásad požární ochrany. Studenti jsou povinni:



- Počínat si tak, aby jejich činnost nebyla příčinou vzniku požáru, zejména plnit příkazy a dodržovat zákazy týkající se požární ochrany v laboratoři (kouření a manipulace s otevřeným ohněm).
- Při zpozorování požáru provést opatření pro jeho likvidaci, poskytnout přiměřenou osobní pomoc, nevystaví-li se tím vážnému nebezpečí nebo ohrožení. Nestačí-li sám na zdlání požáru, vyvolat poplach a případ ihned oznámit na telefonní čísla uvedená na požárních poplachových směrnicích.
- V případě požáru zachovat klid a rozvahu a opustit podle pokynů velitele zásahové jednotky PO únikovými cestami budovu (seznámení s poplachovými směrnicemi a únikovými cestami provede na začátku semestru vyučující).
- Vědět jaké jsou hasicí přístroje v laboratoři, kde jsou umístěny a jak se s nimi manipuluje (seznámení provede vyučující na začátku semestru).

Pro provedení prvního hasebního zákroku osobami, které požár zpozorují nebo jsou při jeho vzniku, jsou určeny **ruční hasicí přístroje**. Ruční hasicí přístroje jsou určeny pro likvidaci požáru v zárodku, který je malý rozsahem i intenzitou vyzařovaného tepla. Při větším požáru je nutno použít větší počet přístrojů, přičemž je vhodné přinést přístroje na místo požáru a teprve pak zahájit nepřerušované hašení. Při použití těchto přístrojů je nutno zachovat klid a rozvahu, protože doba hašení je od 15 do 60 sekund a při ukvapeném použití vyplýváme náplň přístroje, aniž dosáhneme hasebního efektu. Je nutno si vždy uvědomit vhodnost ručního hasicího přístroje pro hašení konkrétní hořlaviny za daných podmínek.



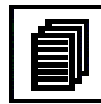
V elektrotechnických laboratořích nemůžeme používat vodní ani pěnové ruční hasicí přístroje a v uzavřených prostorách ani tetrachlórové. Tyto laboratoře bývají vybaveny přístroji sněhovými nebo práškovými obr.6.1.1.



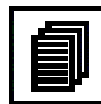
obr.6.1.1



Sněhový ruční hasicí přístroj dobře hasí elektrická zařízení pod proudem, hořlavé kapaliny a je vhodný i k hašení přístrojů jemné mechaniky. Nesmí se používat k hašení volně uložených látek, které by proud CO₂ rozvířil a způsobil rozšíření požáru. Oxid uhličitý hašené předměty nepoškozuje, po skončení hašení vyprchá a nezanechá žádný zápach. Činnost přístroje je asi 40 sekund. Při použití je nutno držet proudnici za dřevěné držadlo, aby obsluhující neutrpěl těžký úraz omrznutím.



Práškový ruční hasicí přístroj má téměř univerzální použití, nehodí se však k hašení jemných mechanických zařízení a volně uložených látek.

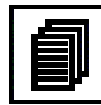


Při hašení práškovým nebo sněhovým přístrojem musíme docílit uhašení celého požáru. V opačném případě se po ukončení hašení požár ve velmi krátké době rozšíří do původních rozměrů. Kromě uvedených obecných zásad je při použití ručních hasicích přístrojů vždy nutno postupovat podle návodů, které jsou na každém přístroji.

Zásady bezpečné práce na elektrických zařízeních, s lasery a radioizotopy jsou řešeny v následujících kapitolách.



Odpovědnost za škody způsobené studenty je řešena ve směrnici rektora VŠB-TU Ostrava č.7/2002, kde v článku 1 odstavci 4 této směrnice se praví :



„Studenti univerzity odpovídají škole za škodu, kterou jí způsobili při teoretickém nebo praktickém vyučování a při výchově mimo vyučování nebo v přímé souvislosti s nimi“.

(§ 27 NV č.108/1994 Sb.)

5.2. Práce s elektrickými zařízeními

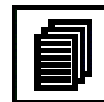
Stupně odborné způsobilosti pracovníků, kteří se zabývají obsluhou nebo prací na elektrických zařízeních, podmínkami pro získání kvalifikace a povinnostmi organizace a pracovníků řeší vyhláška č.50/1978 Sb. Na činnost studentů v laboratoři se vztahuje § 4 této vyhlášky. Podle tohoto paragrafu jsou studenti **pracovníci poučení**, což jsou pracovníci bez odborného elektrotechnického vzdělání, kteří byli v rozsahu své činnosti (což je zapojení elektrického obvodu pro měření a měření elektrickými měřicími přístroji) prokazatelně seznámeni

- s předpisy pro činnost na elektrických zařízeních (obsluhou a funkcí elektrického zařízení pro provedení měření)
- s možným ohrožením elektrickými zařízeními
- s poskytováním první pomoci při úrazu elektrickou energií.



Studenti jako pracovníci poučení mohou vykonávat následující činnosti :

- Samostatně obsluhovat jednoduchá zařízení malého a nízkého napětí, pokud byli seznámeni s jejich obsluhou a funkcí.
- Pracovat na částech elektrického zařízení nízkého napětí bez napětí, v blízkosti nekrytých částí pod napětím ve vzdálenosti větší než 20 cm s dohledem. Na částech pod napětím pracovat nesmějí.
- Měřit zkoušecím zařízením, např. při informativních zkouškách výrobků, elektrického nářadí apod.



Za práci na elektrických zařízeních bez napětí se považuje i práce pod napětím, pokud napětí pro daný prostor není vyšší než bezpečné nebo pokud v obvodu uzavřeném lidským tělem nemůže vzniknout větší proud než bezpečný. **Hodnoty bezpečného proudu jsou 10 mA pro střídavý proud a 25 mA pro stejnosměrný proud. Bezpečná napětí v prostorech označovaných v normě jako normální (výuková laboratoř je normální prostor) mají hodnoty do 50 V pro střídavé napětí a do 100 V pro stejnosměrné napětí.**

Mimo všeobecně platné bezpečnostní předpisy pro práci a obsluhu elektrických zařízení musí se při práci a obsluze ve školních laboratořích dodržet ještě následující ustanovení, která jsou dána ČSN 34 3105 (Bezpečnostní předpisy pro obsluhu a práci ve zkušebních prostorech) :

- a) Pro zajištění bezpečnosti studentů při výuce v laboratoři musí být ustanoven odborný dozor tak, aby na jednoho asistenta připadlo nejvýše 10 studentů. Není-li možno při některých složitějších nebo obtížnějších pracích zajistit dostatečnou bezpečnost studentů, může být stanoven vedením katedry nižší počet studentů ve skupině.
- b) Před zahájením výuky musí asistent přezkoušet signální zařízení označující zapnutý stav na jednotlivých pracovištích, přezkoušet funkce zařízení, kterým lze přímo v laboratoři vypnout v případě nebezpečí přívod proudu pro všechna pracoviště a zkontroluje, zda ovladač vypínacího zařízení je výrazně označen a zda je k němu volný přístup.
- c) Asistent musí při výuce v laboratoři dozírat na to, aby studenti nosili vhodný oděv, aby nedošlo k úrazu zachycením součástí oděvu nebo vlasů a aby studenti používali vhodných ochranných pomůcek.
- d) Před zahájením výuky v laboratoři musí asistent zajistit prokazatelné seznámení studentů s příslušnými bezpečnostními předpisy a poskytováním první pomoci při úrazech elektřinou a stručné opakování těchto předpisů před každým zahájením výuky.
- e) V laboratoři musí být použito bezpečnostních tabulek a nápisů pro elektrická zařízení podle ČSN 34 3510.

Na základě uvedených bezpečnostních předpisů a s ohledem na podmínky provozu laboratoře je v každé laboratoři vypracován laboratorní řád. Studenti jsou s ním seznamováni před započatím výuky v laboratoři a je pro ně závazný.



Z hlediska ochrany před úrazy elektřinou jsou povinnosti studentů při práci na elektrických zařízeních následující:



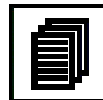
- a) V laboratoři se musí studenti chovat vždy podle pokynů asistenta, zejména pokud jde o manipulaci se zařízením laboratoře. Ovládací obvod laboratoře, resp. laboratorního stolu, smí zapínat pouze asistent.
- b) Zapojovat a přepojovat přístroje a zařízení je dovoleno jen bez připojeného napětí zdrojů. Studenti jsou povinni přesvědčit se, že měřicí přístroje jsou zapojeny na maximální rozsah a reostaty mají zařazen maximální odpor. Zdroje mohou studenti do měřicího obvodu zapojit až po schválení obvodu asistentem za jeho dozoru.
- c) Studenti se musí zdržovat jen na vykázaném pracovišti, odbíhání na jiná pracoviště je zakázáno.

- d) Studenti se smějí dotýkat jen těch částí, které jsou pro obsluhu určeny. K obsluhovaným částem zařízení musí být vždy volný přístup. Je přísně zakázáno dotýkat se neizolovaných součástí pod napětím.
- e) Při poškození elektrického zařízení nebo jeho poruše student učiní opatření k zamezení nebo snížení nebezpečí úrazu, požáru nebo poškození zařízení a okamžitě o této skutečnosti uvědomí vedoucího cvičení.
- f) Při přemísťování elektrických zařízení musí tato zařízení předem bezpečně odpojit od napětí. Neplatí to pro zařízení, která se pohybují při práci pod napětím a jsou k tomu konstruována (například pájka).
- g) Při rozpojování měřicího obvodu musí student vypnout a odpojit nejprve zdroje. Opustit laboratoř je dovoleno jen se souhlasem asistenta, a to po splnění zadaného úkolu a předání uklizeného pracoviště.



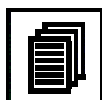
První pomoc při úrazech elektřinou

Každé elektrické zařízení může při nesprávném nebo neopatrném zacházení způsobit úraz bez ohledu na napětí, velikost a druh proudu. Výsledek záchranu postiženého závisí nejen na tom, jakým proudem úraz nastal, ale také podstatným způsobem na včasném a správném poskytnutí první pomoci. Proto je nutné, aby studenti znali postup při poskytování první pomoci. **Hlavní zásadou poskytování první pomoci je jednat rychle, ale klidně a účelně.**



Vlastní postup první pomoci je následující:

1. Vyprostit postiženého z dosahu proudu.
2. Ihned zavést umělé dýchání, pokud postižený elektrickým proudem nedýchá.
3. Ihned zahájit nepřímou srdeční masáž, není-li hmatatelný tep.
4. Přivolat lékaře.
5. Co nejdříve uvědomit příslušného vedoucího pracoviště.



ad 1 Vyprostit postiženého z dosahu proudu lze následujícími způsoby:

- Vypnutím proudu! (vypneme příslušný vypínač, vyšroubujeme pojistky nebo vytáhneme zástrčku ze zásuvky).
- Odsunutím vodiče nebo odtazením postiženého. K tomu lze použít suché dřevo, suchý provaz, suchý oděv. Nikdy nesmíme použít vlhké nebo vodivé předměty. Při vyprošťování



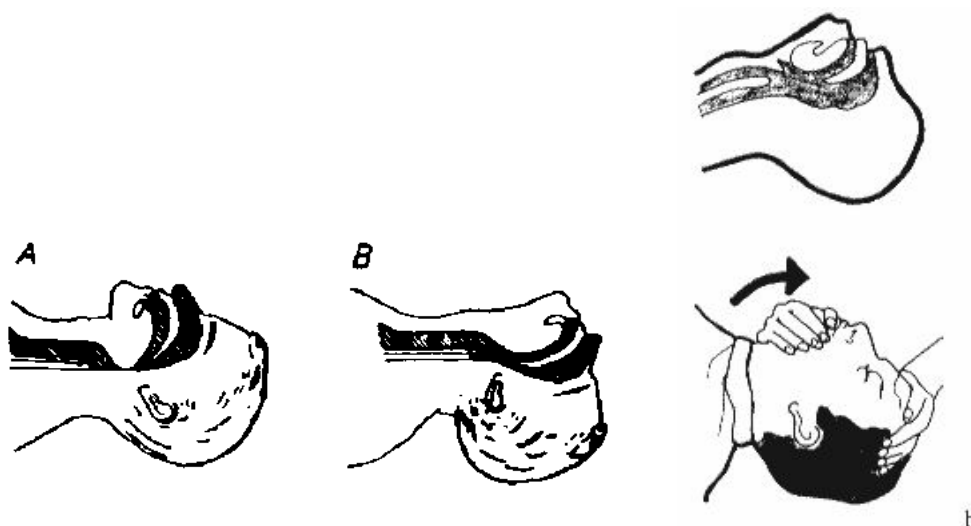
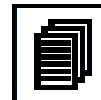
se nesmíme dotýkat ani těla postiženého, ani vlhkých částí jeho oděvu! Pokud možno pracujeme jen jednou rukou.

- Přerušením vodiče (např. přeseknutím sekerou se suchým topůrkem, izolačními kleštěmi apod.).



ad 2 **Umělé dýchání je nutno zahájit okamžitě a provádět až do oživení**, bez přerušení.

Jinak je možno umělé dýchání ukončit pouze na pokyn přivolaného lékaře. uvolnění **Před započtím umělého dýchání položíme postiženého na záda** (popř. podložíme pod lopatkami svinutou pokrývku nebo složenou část oděvu), **odstraníme mu případné překážky z dutiny ústní a pro uvolnění dýchacích cest mu zakloníme hlavu vzad**. Na obr.6.2.1 je názorně vidět důvod, proč je nutný před započtím umělého dýchání záklon hlavy.

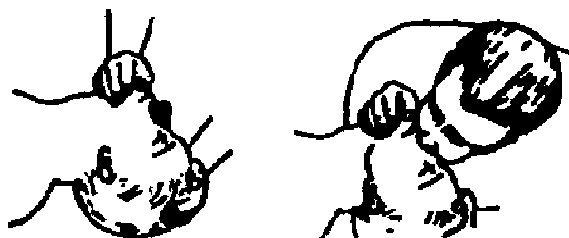


obr.6.2.1

Hlava postiženého musí být v trvalém záklonu po celou dobu umělého dýchání. Zachránce tuto polohu udržuje tlakem ruky na čelo postiženého, popřípadě tím, že jednu ruku obrácenou dlaní vzhůru podsune pod krk postiženého, a nadzvedává ho. Nejčastěji se provádí **umělé dýchání z plic do plic bez pomůcek**. Různé varianty tohoto způsobu jsou na obr.6.2.2.



obr.6.2.2.a



obr.6.2.2.b

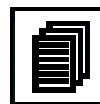


obr.6.2.2.c

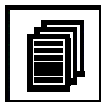


Postupujeme při něm takto:

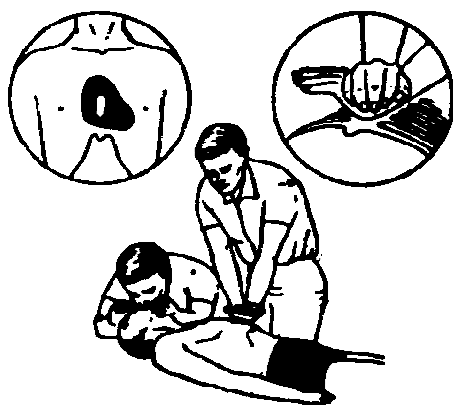
- Zakloníme hlavu postiženého co nejvíce vzad.
 - Sevřeme nos, široce rozevřenými ústy obemkneme ústa postiženého (**umělé dýchání z úst do úst** je na obr.6.2.2 a). Jestliže ústa postiženého jsou křečovitě sevřena, nepáčíme je a ústy obemkneme nos postiženého (**umělé dýchání z úst do nosu** je na obr.6.2.2 b). V některých případech (malý obličej) zachránce přitiskne svá ústa současně na ústa i nos postiženého (**umělé dýchání do úst a do nosu zároveň** je na obr.6.2.2 c).
 - Hluboce vydechneme do úst postiženého asi 10krát rychle za sebou, přibližně po jedné sekundě. Dále pokračujeme rychlostí 12krát až 16krát za minutu.
- Sledujeme dýchací pohyby hrudníku postiženého. Jestliže na postiženém nejsou patrné dýchací pohyby, je to známkou neprůchodnosti dýchacích cest a zachránce musí před



dalším pokračováním v umělém dýchání tyto cesty uvolnit – zpravidla stačí zvětšit záklon hlavy, popřípadě vysunout dolní čelist dopředu.

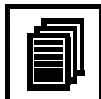


ad 3 Nepřímou srdeční masáž provádějí pouze osoby vycvičené v poskytování první pomoci při úrazech elektřinou. Nejdříve však musí být zahájeno umělé dýchání, které nesmí být přerušeno během nepřímé srdeční masáže. Při nepřímé srdeční masáži se postupuje následovně viz obr.6.2.3:



obr.6.2.3

- Zápěstí pravé ruky položíme dlaňovou stranou na dolní část hrudní kosti, prsty směřují k pravému lokti postiženého, nedotýkají se hrudníku.
- Levou ruku položíme napříč přes pravou a vahou těla prostřednictvím natažené ruky stlačujeme rytmicky hrudní kost směrem k páteři až do hloubky 4 až 5 centimetrů asi 60krát za minutu.
- Vždy po pěti stlačeních hrudní kosti následuje jeden vdech metodou dýchání z plic do plic. (Při stlačování hrudní kosti nesmíme současně provádět umělý vdech.)

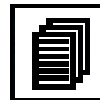


Šok je život ohrožujícím stavem, který vzniká nejčastěji v důsledku velkého krvácení, popáleniny nebo těžké alergické reakce (např. po bodnutí hmyzem), kdy dochází k úbytku cirkulujícího objemu krve v cévách postiženého. Při poranění vnitřních orgánů (játra, slezina, ledviny) nemusí být známky krvácení zevně patrné.



Příznaky šoku

- rychlý a slabě hmatný pulz (nad 100 za minutu)
- chladná, bledá a zpocená kůže
- neklid až poruchy vědomí

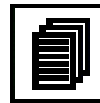


- rychlé a povrchní dýchání
- zhoršování celkového stavu



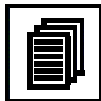
Postup při šoku

- uložte postiženého do polohy vleže se zvýšením dolních končetin
- zabraňte prochladnutí (podložte jej a přikryjte)
- snažte se postiženého uklidnit a povzbudit
- při známkách zevního krvácení stlačte krvácející ránu, přiložte tlakový obvaz a pokud to situace umožňuje, postižené místo uložte do zvýšené polohy

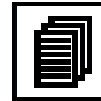


5.3. Bezpečnost práce s lasery

Lasery a laserové diody produkují značně intenzivní elektromagnetické záření ve viditelné i neviditelné oblasti spektra elektromagnetického záření. Toto záření může u člověka způsobit poranění pokožky a poškození zraku, zejména sítnice oka.



Ochrana před laserovým zářením se zajistí splněním těchto požadavků na pracoviště:



- Místnost s laserem je nutné u vchodu označit.
- Pracovní osvětlení místnosti musí být takové, aby se zabránilo otevření zorniček očí na více než 5 mm.
- Stěny musí být opatřeny světlým matným povrchem.
- V pracovní místnosti nesmí být uskladněny ani hořlaviny, ani výbušniny.
- V místnosti s laserem se nesmí nacházet žádné lesklé předměty, které by mohly být zdrojem odražených paprsků.
- V laboratoři je nutné vyznačit laserovou oblast s nebezpečnou intenzitou laserového paprsku.
- Obsluha laseru a pracovníci přítomní v laboratoři s laserovým zářením musí být poučeni o škodlivosti laserových paprsků, o ochranných pomůckách a průběhu laserové oblasti v laboratoři.



Při práci se školním laserem ve studentské laboratoři je třeba dodržovat tyto zásady :



1. Studenti musí znát průběh laserové oblasti v laboratoři (tj. oblasti s nebezpečnou intenzitou laserového záření).
2. **Laserový paprsek nesmí dopadnout na sítnici oka!** Proto se studenti nesmí dívat do směru vystupujícího paprsku z laseru nebo laserové diody.
3. Místnost musí být osvětlena tak, aby se zabránilo otevření zorniček na více než **5 mm**.

5.4. Práce s radioaktivními zářiči

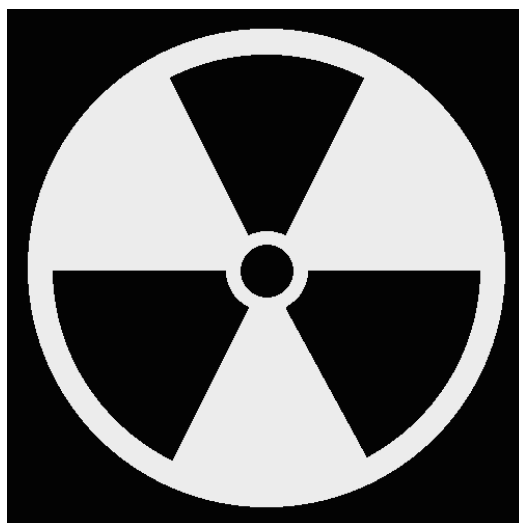
Radioaktivní materiály jsou zdrojem ionizujícího záření, což jsou částice (protony, neutrony, elektrony, jádra hélia) nebo fotony elektromagnetického záření. Částice emitované zdrojem záření vznikají přímo jako produkty radioaktivních přeměn atomových jader nebo může jít o sekundární částice vznikající při interakci těchto částic s látkou. Nejznámější druhy ionizujícího záření jsou záření alfa (jádra hélia), záření beta (elektrony), záření gama (fotony elektromagnetického záření) a neutronové záření.



Ionizující záření je pro člověka nebezpečné tím, že v ozářené tkáni vyvolává tvorbu chemicky velmi reaktivních radikálů, jejichž reakce významně konkurují normálním biochemickým procesům v buňce a výsledkem je poškození nebo zánik buňky.



Stupeň poškození tkáně závisí na dávce záření. **Dávka** je mírou účinku záření a vyjadřuje se pomocí energie absorbované v jednotce hmotnosti prostředí. Jednotkou dávky je 1 Gy (gray). Účinek záření na živý organismus je třeba ještě korigovat podle druhu záření. Např. neutrony způsobí v živé tkáni větší „škodu“ než elektrony a částice alfa zase větší škodu než neutrony. Biologická účinnost jednotlivých druhů záření se vyjadřuje pomocí **jakostního faktoru**. Dávka vynásobená jakostním faktorem se nazývá **dávkový ekvivalent** a jeho jednotkou je 1 Sv (sievert). Pro účely ochrany před ionizujícím zářením jsou stanoveny limity dávkového ekvivalentu, tj. jeho maximální hodnoty, kterými může být jedinec ozářen. Pro běžného obyvatele je nejvyšší přípustný dávkový ekvivalent 5 mSv za rok. Nebezpečí radioaktivního záření je obvykle graficky označeno symbolem na obr. 3.4.1.



obr. 6.4.1

Ochrana před ionizujícím zářením není zvlášť složitá. Ke snížení dávky stačí **zvětšit vzdálenost** mezi zdrojem záření a obsluhou (intenzita záření klesá se čtvercem vzdálenosti), **zkrátit dobu** nutnou pro práci se zdroji záření na minimum, **pracovat s minimálními aktivitami**, potřebnými pro daný úkol, a především **vkládat mezi obsluhu a zdroj záření materiály, které záření účinně pohlcují**. Záření alfa a beta se zcela pohlcuje v tenkých vrstvách papíru (záření alfa) nebo kovu (záření beta), skla apod. Obtížnější je odstínění záření gama a neutronů. Pro absorpci záření gama se používají vrstvy těžkých kovů (např. Pb, W), při stavebních pracích se používá těžký beton s přísadou barytu. Pro odstínění neutronů jsou nejvhodnější látky s vysokým obsahem lehkých prvků, zejména vodíku (polyethylen, voda apod.). V praxi obsluha přes vrstvu stínícího materiálu pozoruje manipulaci s radioaktivním materiálem buď přes zrcadlo, periskopem nebo průzorem ze speciálního olovnatého skla. Manipulace se provádí na dálku pomocí vhodných manipulátorů. Obsluha je vybavena osobními dozimetry, které registrují dávku, resp. dávkový ekvivalent. Při práci s radioaktivními zářiči malých aktivit ve výukové laboratoři je nutné zajistit takové podmínky, aby nemohl být překročen přípustný dávkový ekvivalent.



Snížení dávkového ekvivalentu pracovníka se provádí

- volbou dostatečné vzdálenosti mezi pracovníkem a zdrojem záření,
- odstíněním zdroje záření absorbatorem vhodné tloušťky,
- zkrácením doby práce se zářičem.



Při práci se zdroji ionizujícího záření je nutné dodržovat zejména tyto zásady :

1. Radioizotopy vydá asistent až těsně před započítáním měření.
2. Radioizotopy mohou být vyjímány z ochranných krytů pouze na dobu nezbytně nutnou k provedení měření podle pokynů asistenta.
3. **Manipulace s radioaktivními vzorky nesouvisející s měřením** (otevírání nebo poškozování) **není přípustná!**



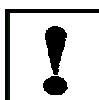
6. MĚŘENÍ – MECHANIKA

6.1. Měření rozměrů a hustoty těles



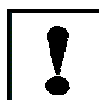
Problém

- Změření povrchu a objemu pružného kvádrů a pružné koule a stanovení jejich hustoty pomocí zadaných „tabulkových“ hodnot příslušných hmotností s udanými nejistotami.
- Výpočet výsledných rozšířených nejistot všech změřených údajů.



Předpokládané znalosti

- Princip odečítání délky u měřidel s noniem a jejich rozlišení
- Pojem prostá a rozšířená nejistota a její výpočet
- Pojem kombinovaná nejistota a její výpočet
- Formulace Gaussova zákona šíření nejistoty v nepřímých měřeních



Cíle

- Seznámit se s metodou použití klasického posuvného měřidla s noniem
- Seznámit se s pojmem prostá a rozšířená nejistota
- Seznámit se s pojmem kombinovaná nejistota
- Seznámit se s praktickým užitím Gaussova zákona šíření nejistoty



Fyzikální princip měření

V případě povrchu S , objemu V a hustoty ρ pružného kvádrů a koule se jedná o nepřímá měření, protože velikost měřených veličin je odvozená geometrickými vztahy od přímých délkových měření hran kvádrů a , b , c a průměru koule d



$$S_{kv} = 2(ab + bc + ca)$$

$$V_{kv} = abc$$

$$S_{ko} = 4\pi r^2 = \pi d^2 \quad (1)$$

$$V_{ko} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{6}\pi d^3$$

a celkových hmotností uvedených těles, rovněž přímo udaných formou „tabulkových“ hodnot $(m_{kv} \pm u_{m_{kv}})[kg]$ a $(m_{ko} \pm u_{m_{ko}})[kg]$. Zatímco hledané povrchy a objemy jsou již explicitě

dány definičními vztahy (1), při výpočtu hustot jsou již užity získané výsledky pro objemy kvádrů a koule, jejichž hodnoty a nejistoty byly stanoveny samostatně v rámci první části úlohy

$$\begin{aligned}\rho_{kv} &= \frac{m_{kv}}{V_{kv}} \\ \rho_{ko} &= \frac{m_{ko}}{V_{ko}}\end{aligned}\quad (2)$$

Zatímco u zadaných „tabulkových“ hodnot hmotností známe rovněž jejich nejistoty $u_{m_{kv}}$ resp. $u_{m_{ko}}$, při přímých délkových měřeních a , b , c , d je potřeba stanovit jejich kombinované nejistoty s ohledem na použité měřidlo a počet provedených měření.



Metoda měření

Zvolená metoda měření je postavena na znalosti „tabulkových“ hmotností a na opakování délkových měření realizovaných posuvným měřítkem s klasickou 20-ti dílkovou noniovou stupnicí. Tím je současně definována jeho systematická nejistota typu B u_{Bx} . Označíme-li obecně délku, naměřenou v i -tém měření např. x_i , pak pro osm měření ($n = 8$) lze výslednou hodnotu zapsat společně s celkovou kombinovanou nejistotou u_x ve tvaru:

$$x = \bar{x} \pm u_x \quad (3)$$

kde smluvně pravá hodnota je aproximována výběrovým průměrem \bar{x} a rozšířená statistická nejistota u_{Ax} je aproximována součinem koeficientu rozšíření k , korekčního koeficientu k_n a příslušné směrodatné odchylky

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \\ u_x &= \sqrt{u_{Ax}^2 + u_{Bx}^2} \\ u_{Ax} &= \kappa_{95} \cdot k_n \cdot \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}\end{aligned}\quad (4)$$

Poté, když takto zformulujeme všechny výsledky přímých měření

$$\begin{aligned}
 a &= \bar{a} \pm u_a \\
 b &= \bar{b} \pm u_b \\
 c &= \bar{c} \pm u_c \\
 d &= \bar{d} \pm u_d
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

je třeba vypočítat výsledné hodnoty nepřímých měření požadovaných veličin, definovaných formou jednotlivých funkčních vztahů

$$\begin{aligned}
 S_{kv}(a, b, c) &= 2(ab + bc + ca) \\
 V_{kv}(a, b, c) &= abc \\
 S_{ko}(d) &= \pi d^2 \\
 V_{ko}(d) &= \frac{1}{6} \pi d^3 \\
 \rho_{kv}(m_{kv}, V_{kv}) &= \frac{m_{kv}}{V_{kv}} \\
 \rho_{ko}(m_{ko}, V_{ko}) &= \frac{m_{ko}}{V_{ko}}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

V těchto případech nepřímých měření je výsledná nejistota každé funkce $y = y(z_1, z_2, \dots, z_N)$ z N přímo měřených parametrů $z_j \in \{a, b, c, d, V_{kv}, V_{ko}, m_{kv}, m_{ko}\}$ aproximována Gaussovým zákonem šíření nejistoty

$$u_y = \sqrt{\sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial y}{\partial z_j} u_{z_j} \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial z_1} u_{z_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial z_2} u_{z_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial y}{\partial z_N} u_{z_N} \right)^2}
 \tag{7}$$

Takto vypočítané výsledky nepřímých měření jsou zapsány ve tvaru $y = (\bar{y} \pm u_y)$ [jednotka].

Přístroje

1. posuvné měřítko s klasickou noniovou stupnicí
2. elektronická digitální váha (pouze pro variantu bez udání „tabulkových“ hmotností)



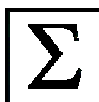
Postup měření



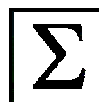
1. U každého měřeného rozměru tělesa proveďte $n = 8$ měření posuvným měřítkem na různých místech tělesa (dbejte důrazně na kolmost čelistí a stejnou velikost a přiměřenost síly sevření vzhledem k pružnosti povrchu)
2. Pro výpočet statistické nejistoty A použijte příslušnou hodnotu korekčního koeficientu k_n pro $n = 8$ měření a rovněž smluvně přijatou hodnotu koeficientu rozšíření κ_{95} pro pravděpodobnost 95% přítomnosti pravé hodnoty v intervalu nejistot.
3. Pro výpočet systematické nejistoty B posuvného měřítka použijte aproximaci ve tvaru

$$u_{Bl} = \frac{\Delta l = \text{rozlišení}}{\sqrt{3}} \quad (8)$$

4. Celkovou nejistotu nepřímého měření vypočítejte pomocí Gaussova zákona šíření nejistoty



Vyhodnocení měření



- A. Proveďte měření povrchu, objemu a hustoty na jednom kusu pružného kvádrů a na jednom kusu pružné koule
- B. Porovnejte vliv rozdílné tvrdosti jejich povrchů na nejistoty měření a vliv procesu měření posuvným měřítkem na jejich velikost



Literatura



- [1] Halliday, D., Resnick, R. Walker, J.: Fyzika. Vyd. 1., Praha: Vutium a Prometheus, 2001.
- [2] Kopečný, J. a kol.: Fyzikální měření. VŠB TU Ostrava, Ostrava, 1967.
- [3] Chudý, V., Palenčár, R., Kureková, E., Halaj, M.: Meranie technických veličín. Slovenská technická univerzita v Bratislavě, 1999.
- [4] Dokument EAL-R2/1997, Český institut pro akreditaci
- [5] Brož, J.: Základy fyzikálních měření. SPN, Praha, 1999.
- [6] Horák, Z.: Praktická fyzika. SNTL, Praha, 1958.

6.2. Měření modulu pružnosti v tahu ze statického průhybu tyče



Problém

- Změření modulu pružnosti v tahu z průhybu obdélníkového nosníku, mezi dvěma břity.
- Stanovení nejistoty změřené hodnoty.



Předpokládané znalosti

- Základní pojmy z mechaniky deformací
- Odečítání délky na indikátorovém úchylkoměru



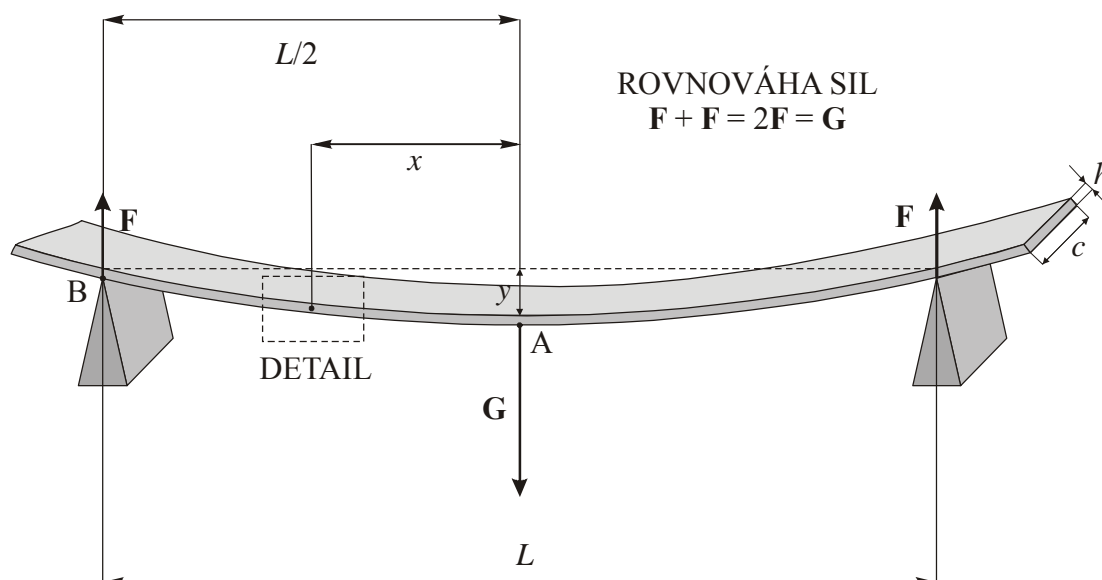
Cíle

- Seznámit se se souvislostí mezi pružností v tahu a průhybem nosníku mezi dvěma břity
- Seznámit se prakticky s metodikou měření délky na indikátorovém úchylkoměru
- Seznámit se s metodou měření modulu pružnosti v tahu z deformace průhybu nosníku mezi dvěma břity



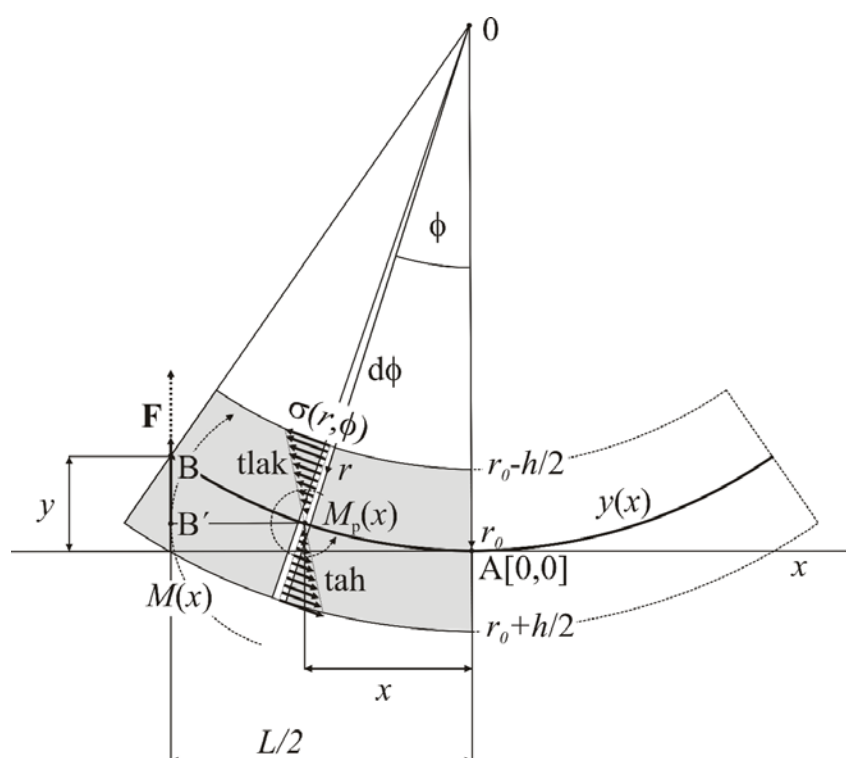
Fyzikální princip měření

Modul pružnosti v tahu z deformace průhybu nosníku mezi dvěma břity lze měřit z celkové hloubky průhybu y při zatížení tíhovou silou závaží G viz obr. 7.7.1.



obr. 7.7.1

Ze situace na obr. 7.7.1 je zřejmé, že při působení tíhové síly závaží ve středu vzdálenosti L je lokální plocha středu nosníku stále vodorovná. Proto lze celou situaci rovněž interpretovat jako deformaci nosníku pevně vodorovně vetknutého v bodě A. K ohybu dochází v důsledku působení síly F o velikosti $F = G/2$ v bodě podepření B. Tělo nosníku je v polovině své tloušťky rozděleno podélnou plochou Σ v jejímž úzkém okolí si materiál zachovává původní délku. Hovoříme o neutrální vrstvě, která nepodléhá dilataci ani kontrakci. V materiálu nad neutrální vrstvou dochází ke stlačení a pod neutrální vrstvou dochází k protažení viz detail z obr. 7.7.1, podrobně zobrazený na obr. 7.7.2, včetně průběhu napětí $\sigma(r, \phi)$ na příčné diferenciální vrstvě úhlu $d\phi$.



Obr. 7.7.2

Tato situace vede v každé příčné diferenciální vrstvě v úhlu $d\phi$ ke vzniku lokálního momentu $M_p(x)$ síly pružnosti materiálu. Ten je v rovnovážném stavu kompenzován příslušným momentem $M(x)$ deformační síly F s posunutým působišťem v bodě B'.

$$M_p(x) = M(x) = F \cdot \left(\frac{L}{2} - x \right) \quad (9)$$

Poloměr zakřivení je v celé deformované délce funkcí polohy $r_0(x)$ a lokální moment $M_p(x)$ je výslednicí všech sil napjatosti v celé diferenciální vrstvě úhlu $d\phi$.

$$M_p(x) = \int_{hc}^{r_0(x)+h/2} (r_0(x) - r) \sigma(r, x) dS = \int_{r_0(x)-h/2}^{r_0(x)+h/2} (r_0(x) - r) \sigma(r, x) c dr \quad (10)$$

Napětí $\sigma(r, x)$ ohybové čáry v příčné vrstvě na úrovni souřadnice r plyne pro malé deformace $\varepsilon(r, x)$ z Hookova zákona.

$$\sigma(r, x) = E\varepsilon(r, x) = E \frac{\Delta l}{l_0} = E \frac{(d\varphi r_0(x) - d\varphi r)}{d\varphi r_0(x)} = E \frac{(r_0(x) - r)}{r_0(x)} \quad (11)$$

Po dosazení vztahu (11) do (10) a integraci získáme vyjádření lokálního momentu $M_p(x)$ prostřednictvím lokálního poloměru deformačního zakřivení $r_0(x)$ neutrální vrstvy.

$$M_p(x) = \frac{Ech^3}{12r_0(x)} \quad (12)$$

Rovnice rovnováhy (9) pak nabývá konkrétního tvaru.

$$\frac{Ech^3}{12r_0(x)} = F \cdot \left(\frac{L}{2} - x \right) \quad (13)$$

Při malých deformacích lze tvar neutrální vrstvy popsat funkcí $y = y(x)$ s lokální křivostí $1/r_0(x)$.

$$\left. \begin{array}{l} r_0 d\phi = dl \approx dx \Rightarrow \frac{1}{r_0} \approx \frac{d\phi}{dx} \\ \frac{dy}{dx} = tg\phi \approx \varphi \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{r_0} \approx \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (14)$$

Prostřednictvím takto vyjádřené křivosti je rovnice (13) zapsána ve formě diferenciální rovnice druhého řádu.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{12F}{Ech^3} \left(\frac{L}{2} - x \right) \quad (15)$$

Při jejím řešení musí být pro první integrační konstantu zohledněna podmínka lokálního minima funkce $y(0)$ v počátku.

$$\frac{dy}{dx} = \int \frac{12F}{Ech^3} \left(\frac{L}{2} - x \right) dx = \frac{6F}{Ech^3} (Lx - x^2) + \underbrace{C_1}_0 \quad (16)$$

$$\left[\frac{dy(0)}{dx} = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \right]$$

Celkovou hloubku průhybu y obdržíme integrací diferenciální rovnice prvního řádu (16) z bodu A($x = 0$) do bodu B($x = L/2$).

$$y = \int_0^{L/2} \frac{6F}{Ech^3} (Lx - x^2) dx = \frac{FL^3}{2Ech^3} \quad (17)$$

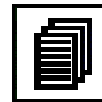
Měřenou hodnotu modulu pružnosti v tahu E lze explicitně vyjádřit za předpokladu znalosti hloubky průhybu y a deformační síly $F = G/2 = mg/2$, která odpovídá hmotnosti m zatěžujícího závaží.

$$E = \frac{L^3 g m}{4ch^3 y} \quad (18)$$



Metoda měření

Měření modulu pružnosti E v tahu je nepřímým měřením prostřednictvím přímo měřených rozměrů plochého nosníku (c = šířka, h = výška a L = rozpětí mezi opěrnými břity), hloubky průhybu y a celkové hmotnosti m zatěžujícího závaží. Zatímco rozměry nosníku jsou v průběhu měření neměnné a mohou být změřeny jednorázově se systematickou nejistotou B příslušných délkových měřidel, veličiny y a m se mění v závislosti na počtu zatěžujících závaží. Jejich poměr $A = y/m$ je však neměnný.



$$\frac{y}{m} = A = \frac{L^3 g}{4ch^3 E} \quad (19)$$

Nepřímé měření modulu pružnosti E je tedy založeno na přímém měření rozměrů nosníku (c = šířka, h = výška a L = rozpětí mezi opěrnými břity) a parametru A .

$$E = \frac{L^3 g}{4ch^3 A} \quad (20)$$

Parametr A je směrnicí lineární závislosti průhybu y na celkové hmotnosti závaží m .

$$y = Am + y_0 \quad (21)$$

Absolutní člen y_0 uvedené závislosti představuje počáteční průhyb nosníku, způsobený vlastní vahou a mírným tlakem hrotu úchylkoměru. Postupnému zatěžování nosníku celkovou hmotností závaží ($m_0 = 0$), m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 odpovídá šest uspořádaných dvojic $[y_k, m_k]$ $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$. Zvýšení přesnosti parametru A lze dosáhnout stanovením hodnoty průhybu při daném zatížení m_k výběrovým průměrem \bar{y}_k vícenásobného měření $[\bar{y}_k, m_k]$ $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$. Hodnota parametru A je směrnicí funkce (21), a její nejpravděpodobnější velikost je určena lineární regresi na výše uvedených nenulových bodech $[\bar{y}_k, m_k]$ metodou nejmenších čtverců.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial A} \sum_{k=1}^5 (y - \bar{y}_k)^2 &= \sum_{k=1}^5 2m_k (Am_k + \bar{y}_0 - \bar{y}_k) = 0 \\ A &= \frac{\sum_{k=1}^5 m_k (\bar{y}_k - \bar{y}_0)}{\sum_{k=1}^5 (m_k)^2} \end{aligned} \quad (22)$$

Při měření průhybu y úchylkoměrem je velmi náročné nastavit jeho stupnici tak, aby nula odpovídala skutečné hladině nulového průhybu $y = 0$. Díky tomu, že ve formuli (22) vystupují pouze rozdíly $(\bar{y}_k - \bar{y}_0)$, lze je zcela korektně nahradit rozdíly $(\bar{Y}_k - \bar{Y}_0)$ zdánlivých průhybů, změřených při libovolně nastavené poloze nulového bodu na stupnici.

$$Y_k = y_k + (\Delta = \text{konstantní posunutí nuly})$$

$$(\bar{y}_k - \bar{y}_0) = (\bar{Y}_k - \bar{Y}_0)$$
(23)

Výsledná formule pro stanovení modulu pružnosti v tahu plyne ze vztahů (20), (22) a (23).

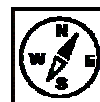
$$E = \frac{L^3 g}{4ch^3} \frac{\sum_{k=1}^5 (m_k)^2}{\sum_{k=1}^5 m_k (\bar{Y}_k - \bar{Y}_0)}$$
(24)

Přístroje

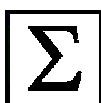
1. mechanický úchylkoměr
2. rám se dvěma paralelními podpěrnými břity
3. plochý ocelový nosník
4. ocelové svinovací měřidlo
5. posuvné měřidlo s noniem
6. elektronická váha
7. 5 ks závaží



Postup měření

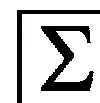


1. Ocelovým svinovacím měřidlem změřte a maximální přesností vzdálenost L mezi oběma podpěrnými břity.
2. Posuvným měřidlem změřte výšku h a šířku c profilu ocelového nosníku
3. Změřte desetkrát hodnotu $Y_{01}, Y_{02}, Y_{03}, \dots, Y_{09}, Y_{010}$ zdánlivého průhybu nosníku vlastní vahou bez závaží a vypočítejte výběrový průměr \bar{Y}_0 .
4. Pro každé zatížení celkovou hmotností m_k změřte desetkrát hodnotu $Y_{k1}, Y_{k2}, Y_{k3}, \dots, Y_{k9}, Y_{k10}$ zdánlivého průhybu nosníku a vypočítejte příslušný výběrový průměr \bar{Y}_k .
5. Užitím formule (24) vypočítejte hodnotu modulu pružnosti v tahu oceli nosníku.



Vyhodnocení měření

- A. Změřte hodnotu modulu pružnosti v tahu oceli nosníku



- B. Aplikací Gaussova zákona šíření nejistoty v nepřímých měřeních na formuli (24) stanovte nejistotu změřeného modulu pružnosti oceli a ověřte zda příslušná tabelovaná hodnota leží ve vámi stanoveném intervalu nejistot $E_{tab} \in \langle E - u_E, E + u_E \rangle$.

**Literatura**

- [1] Halliday, D., Resnick, R. Walker, J.: Fyzika. Vyd. 1., Praha: Vutium a Prometheus, 2001.
- [2] Kopečný, J. a kol.: Fyzikální měření. VŠB TU Ostrava, Ostrava, 1967.
- [3] Chudý, V., Palenčár, R., Kureková, E., Halaj, M.: Meranie technických veličín. Slovenská technická univerzita v Bratislavě, 1999.
- [4] Dokument EAL-R2/1997, Český institut pro akreditaci
- [5] Brož, J.: Základy fyzikálních měření. SPN, Praha, 1999.
- [6] Horák, Z.: Praktická fyzika. SNTL, Praha, 1958.

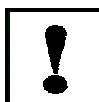
7. MĚŘENÍ - KMITY, VLNY A AKUSTIKA

7.1. Měření frekvence pomocí Lissajousových obrazců



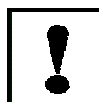
Problém

- A. Stanovit souvislost tvaru Lissajousova obrazce na stínítku osciloskopu s poměrem frekvencí harmonických elektrických signálů v kanálech X a Y.
- B. Identifikace neznámých frekvencí f_y v kanálu Y na základě Lissajousových obrazců při jejich kolmém skládání s frekvenčním normálem f_x v kanálu X.
- C. Konstrukce kalibrační křivky stupnice měřeného nízkofrekvenčního generátoru.



Předpokládané znalosti

1. Znalost základních pojmů a vztahů z fyziky kmitů a vln.
2. Základní práce s osciloskopem, nastavení zesílení vstupních kanálů X a Y a časové základny.
3. Základní práce s nízkofrekvenčním generátorem, rozsahy, frekvenční stupnice, amplituda výstupního signálu.



Cíle

1. Seznámit se s metodou identifikace poměru skládaných frekvencí na základě počtů maxim Lissajousova obrazce ve směru X a Y.
2. Seznámit se s metodou kalibrace stupnice nízkofrekvenčního generátoru pomocí identifikace Lissajousových obrazců.
3. Seznámit se s pojmem kalibrační křivka.



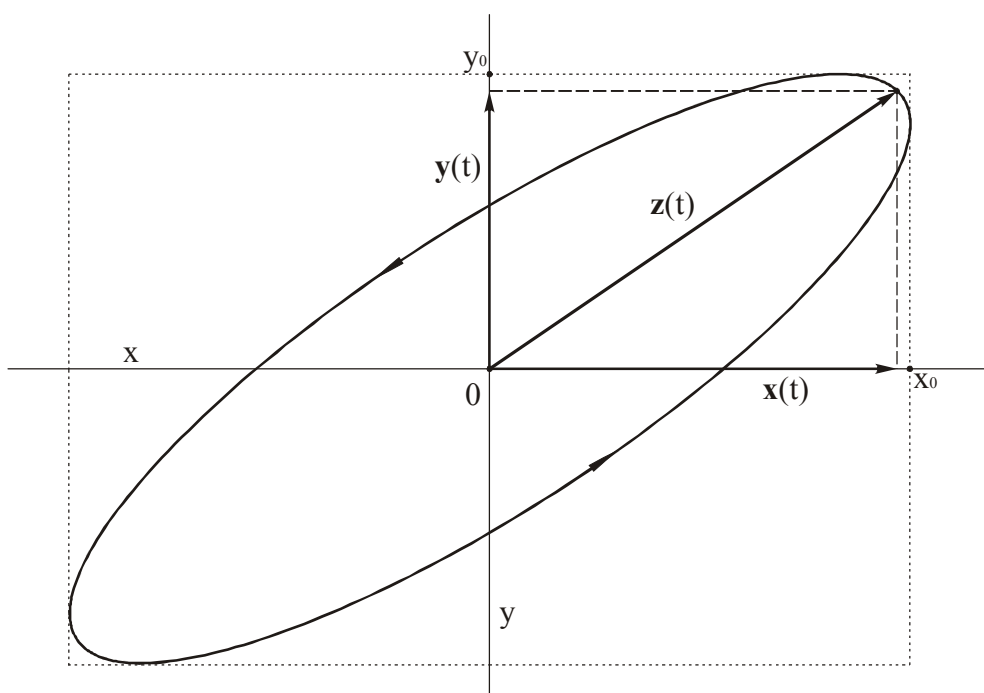
Fyzikální princip měření

Při skládání dvou na sebe kolmých kmitů $x(t)$ ve směru X a $y(t)$ ve směru Y se jejich časově proměnné vektory skládají do vektoru $z(t)$ výsledného kmitavého pohybu, pro který platí



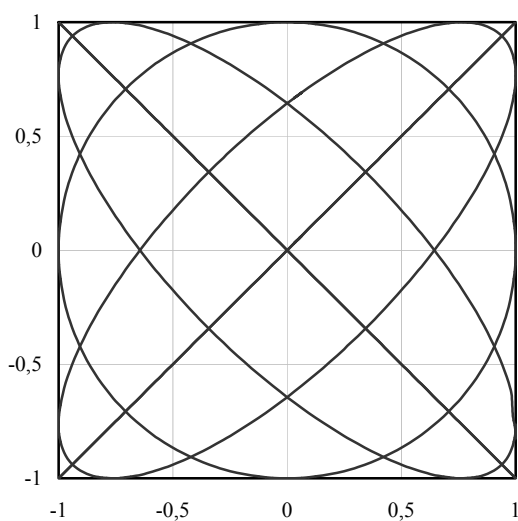
$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \underbrace{\mathbf{x}_0}_{x_0 \mathbf{i}} \sin(\omega_x t) \\ \mathbf{y}(t) &= \underbrace{\mathbf{y}_0}_{y_0 \mathbf{j}} \sin(\omega_y t + \varphi_y) \\ \mathbf{z}(t) &= \mathbf{x}(t) + \mathbf{y}(t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} z_x(t) = x_0 \sin(\omega_x t) \\ z_y(t) = y_0 \sin(\omega_y t + \varphi_y) \end{cases} \quad (1)$$

Složený vektor $\mathbf{z}(t)$ opisuje v zobrazovací rovině (v našem případě stínítku osciloskopu) symbolickou trajektorii zvanou Lissajousův obrazec.



obr 8.1.1

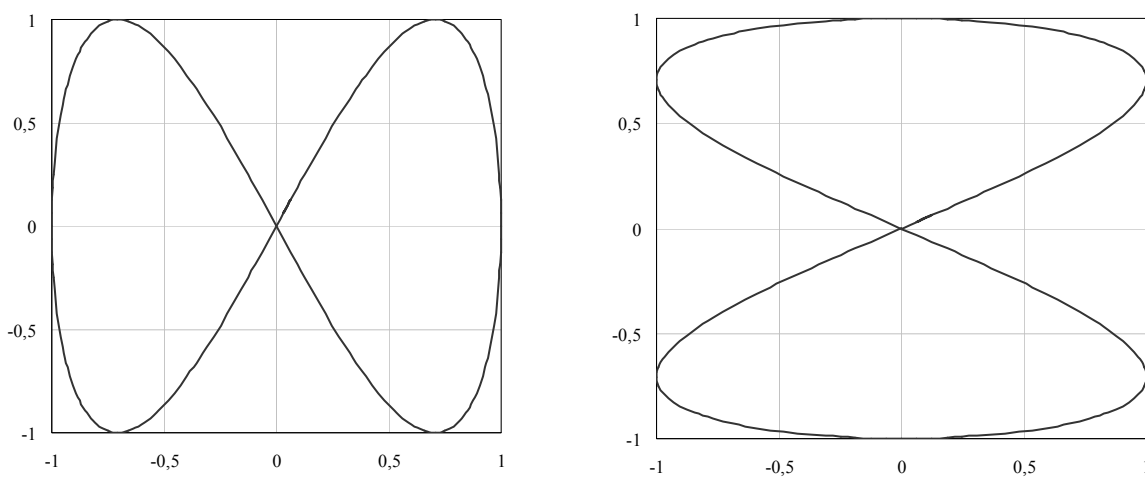
Lissajousův obrazec na obr 8.1.1 zachycuje situaci, ve které jsou frekvence $\omega_x = \omega_y$ a vzájemný fázový posuv $\varphi_y \in (0, \pi/2)$. Na následujícím obr. 8.1.2 jsou znázorněny všechny charakteristické tvary trajektorií - Lissajousových obrazců pro shodnou frekvenci a amplitudu s různými fázovými posuvy. Doprava skloněná diagonální úsečka odpovídá fázovému posuvu $\varphi_y = 0$, kružnice odpovídá fázovému posuvu $\varphi_y = \pi/2$ a doleva skloněná diagonální úsečka odpovídá fázovému posuvu $\varphi_y = \pi$. Doleva skloněná elipsa odpovídá obecně fázovému posuvu $\varphi_y \in (\pi/2, \pi)$ a doprava skloněná elipsa odpovídá obecně fázovému posuvu $\varphi_y \in (0, \pi/2)$ stejně jako na předchozím obr. 8.1.1.



obr 8.1.2

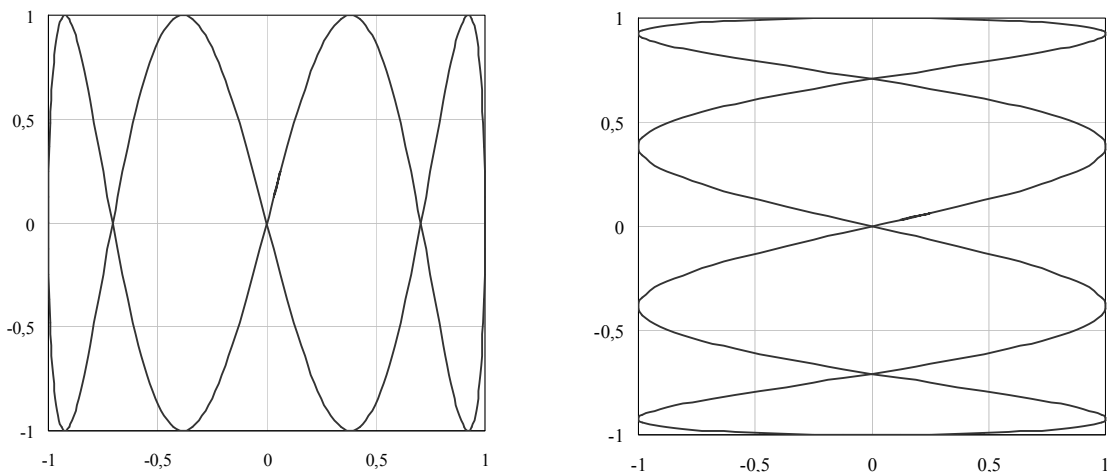
Pro odvození souvislosti mezi tvarem Lissajousových obrazců a poměrem frekvencí f_x a f_y signálů v obou kanálech osciloskopu budeme analyzovat několik konkrétních případů s nulovým fázovým posuvem a shodnou amplitudou.

Dva následující obrazce na obr.8.1.3 zachycují situaci při poměru frekvencí v kanálech osciloskopu ($f_y = 2f_x$ vlevo) a ($2f_y = f_x$ vpravo).



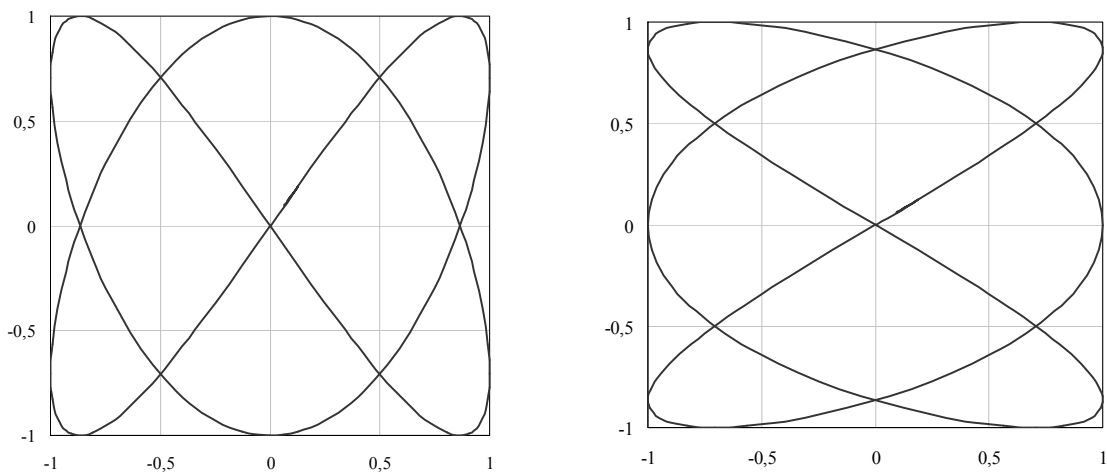
obr. 8.1.3

Lissajousovy obrazce na následujícím obr.8.1.4 zachycují situaci při poměru frekvencí v kanálech osciloskopu ($f_y = 4f_x$ vlevo) a ($4f_y = f_x$ vpravo).



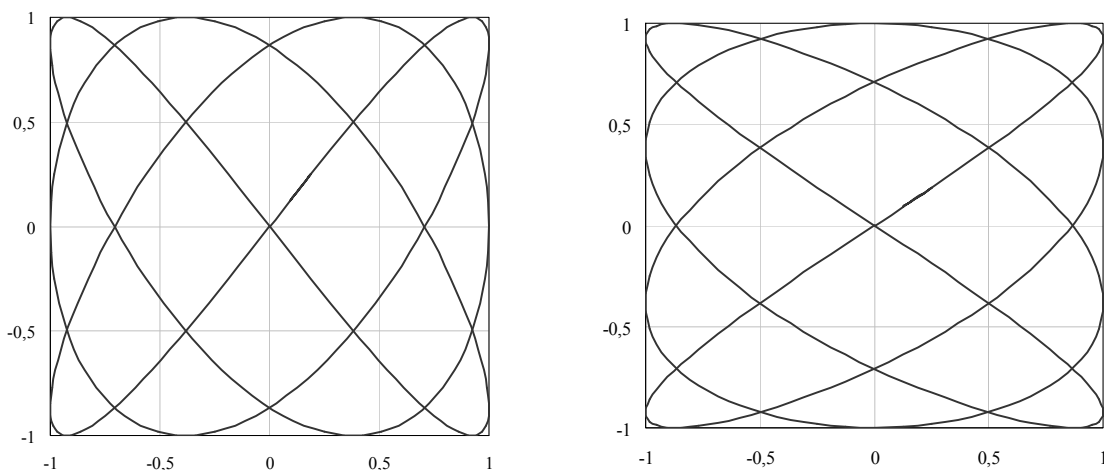
obr. 8.1.4

Lissajousovy obrazce na následujícím obr.8.1.5 zachycují situaci při poměru frekvencí v kanálech osciloskopu ($2f_y = 3f_x$ vlevo) a ($3f_y = 2f_x$ vpravo).



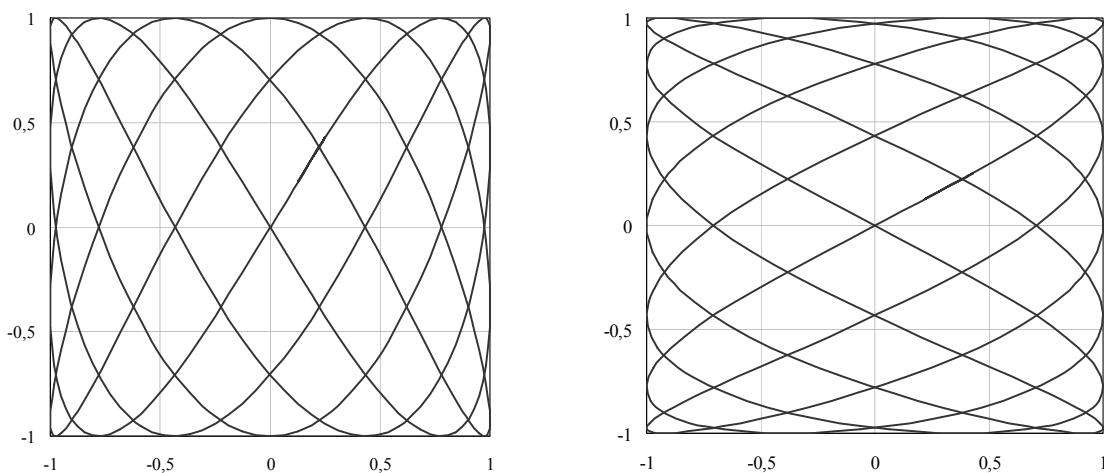
obr. 8.1.5

Lissajousovy obrazce na následujícím obr.8.1.6 zachycují situaci při poměru frekvencí v kanálech osciloskopu ($3f_y = 4f_x$ vlevo) a ($4f_y = 3f_x$ vpravo).



Obr. 8.1.6

Lissajousovy obrazce na následujícím obr.8.1.7 zachycují situaci při poměru frekvencí v kanálech osciloskopu ($4f_y = 7f_x$ vlevo) a ($7f_y = 4f_x$ vpravo).



obr. 8.1.7

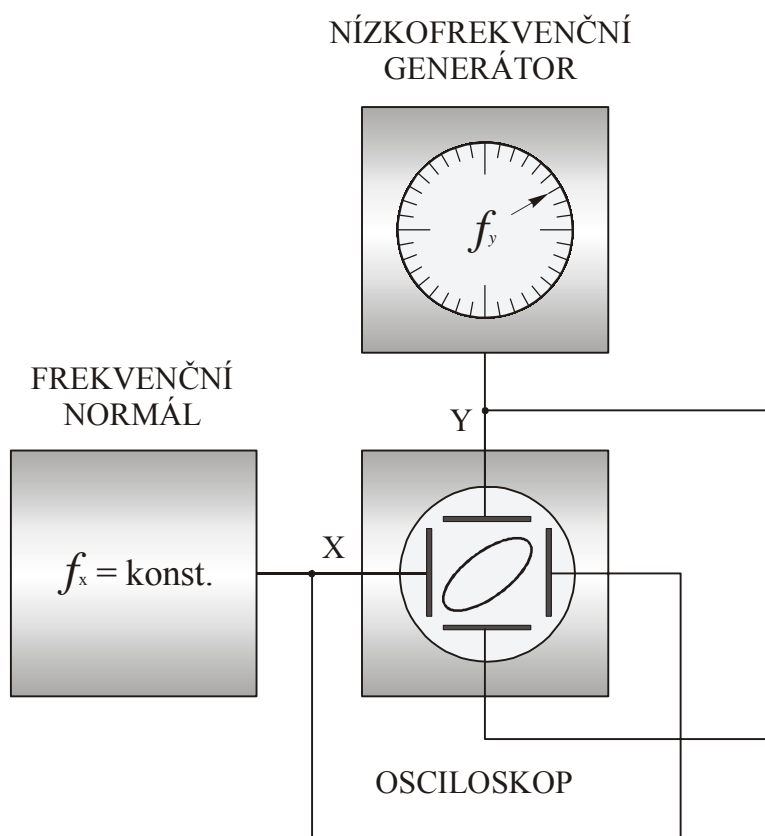
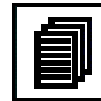
Zobecnění výše uvedených Lissajousových obrazců vede k formulaci následujícího vztahu mezi frekvencemi a příslušnými počty maxim.

$$f_y = \frac{\overbrace{N_Y}^{\text{(počet maxim ve směru Y)}}}{\underbrace{N_X}_{\text{(počet maxim ve směru X)}}} f_x \quad (2)$$



Metoda měření

Měření neznámé frekvence f_y nízkofrekvenčního tónového generátoru a konstrukce jeho kalibrační křivky pomocí stabilního frekvenčního normálu f_x je založeno na analýze Lissajousových obrazců na stínítku osciloskopu, k jehož kanálům X a Y jsou připojeny oba nízkofrekvenční zdroje signálů dle schématu na obr. 8.1.8



obr. 8.1.8

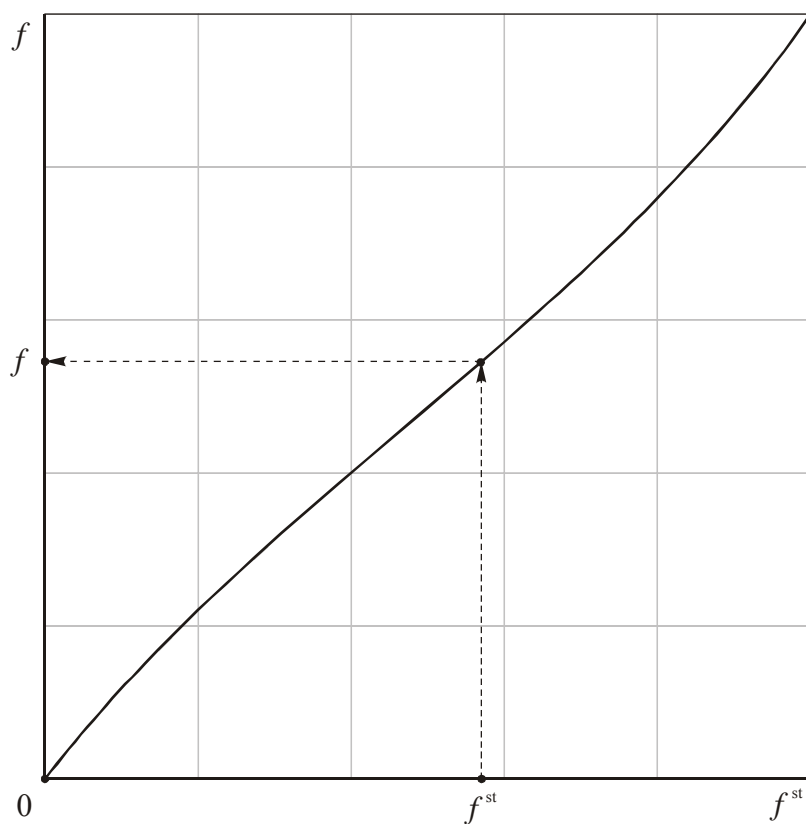
Frekvence f_y nízkofrekvenčního generátoru jsou vzhledem ke známé hodnotě referenčního frekvenčního normálu f_x naladěny pomocí přesně identifikovaných Lissajousových obrazců na poměry např. $1/4$, $1/3$, $1/2$, $2/3$, $3/4$, 1 , $4/3$, $3/2$, $2/1$, $3/1$, $4/1$. Tomu odpovídá zobrazení

$\Phi : (f^{st} \rightarrow f)$ hodnot f_y^{st} údaje na stupnici nízkofrekvenčního generátoru na jeho skutečné frekvence f_y :

$$f_{1/4}^{st} \rightarrow f_{1/4}, f_{1/3}^{st} \rightarrow f_{1/3}, f_{1/2}^{st} \rightarrow f_{1/2}, \dots\dots\dots f_{1/2}^{st} \rightarrow f_{1/2}, f_{3/1}^{st} \rightarrow f_{3/1}, f_{4/1}^{st} \rightarrow f_{4/1} \quad (3)$$

$$\boxed{f = \Phi(f^{st})}$$

Schematické znázornění grafu závislosti (3), na následujícím obr.8.1.9



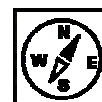
obr. 8.1.9

se nazývá kalibrační křivka a v praxi umožňuje přiřazení přesných hodnot f měřené frekvence hodnotám f^{st} , odečteným na stupnici nízkofrekvenčního generátoru $\Phi(f^{st}) \rightarrow f$.

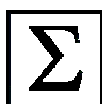
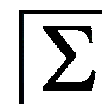
Přístroje

1. nízkofrekvenční generátor elektrického signálu
2. přesný frekvenční normál (přesný generátor elektrického signálu známé pevné frekvence)

3. analogový osciloskop

**Postup měření**

1. Zkontrolujte zapojení obou zdrojů signálu na jednotlivé kanály osciloskopu. Kanál X – referenční frekvenční normál a kanál Y – výstup nízkofrekvenčního generátoru.
2. V první fázi experimentu nastavte na stupnici nízkofrekvenčního generátoru hodnotu, která přibližně odpovídá fixní hodnotě f_x frekvenčního normálu a jemným laděním ji dále nastavte tak, aby vznikl maximálně přesný Lissajousův obrazec ve tvaru doprava skloněné diagonální úsečky.
3. Při tomto výchozím nastavení Lissajousova obrazce 1/1 je hodnotě f_y^{st} na stupnici nízkofrekvenčního generátoru přiřazena skutečná hodnota frekvence f_y , kdy platí $f_y^{st} \rightarrow f_y = (1/1)f_x$. Výsledkem tohoto měření je uspořádaná dvojice $[f_y^{st}, f_y = f_x]$, která je základním prvkem budoucí kalibrační křivky.
4. Stejným způsobem vytvořte příslušné uspořádané dvojice pro maximálně přesná nastavení Liss. obrazců $f_y / f_x = 1/4, 1/3, 1/2, 2/3, 3/4, 1, 4/3, 3/2, 2/1, 3/1, 4/1$. Pro obecnou uspořádanou dvojici platí v důsledku (2) vztah $[f_y^{st}, (N_Y / N_X) f_x]$.
5. Všech výše uvedených 11 uspořádaných dvojic zapište do datové kalibrační tabulky.
6. Na základě dat kalibrační tabulky sestrojte spojitou kalibrační křivku proloženou všemi 11-ti experimentálními body $[f_y^{st}, (N_Y / N_X) f_x]$.

**Vyhodnocení měření**

- A. Sestavte kalibrační tabulku nízkofrekvenčního generátoru
- B. Sestrojte kalibrační křivku nízkofrekvenčního generátoru

**Literatura**

- [1] Halliday, D., Resnick, R. Walker, J.: Fyzika. Vyd. 1., Praha: Vutium a Prometheus, 2001.
- [2] Kopečný, J. a kol.: Fyzikální měření. VŠB TU Ostrava, Ostrava, 1967.
- [3] Chudý, V., Palenčár, R., Kureková, E., Halaj, M.: Meranie technických veličín. Slovenská technická univerzita v Bratislavě, 1999.
- [4] Dokument EAL-R2/1997, Český institut pro akreditaci
- [5] Brož, J.: Základy fyzikálních měření. SPN, Praha, 1999.

[6] Horák, Z.: Praktická fyzika. SNTL, Praha, 1958.

7.2. Měření blízké frekvence pomocí rázů



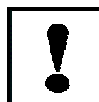
Problém

- A. Stanovit frekvenci mírně rozladěného zdroje zvuku pomocí zdroje se správnou frekvencí.
- B. Stanovit nejistotu naměřené frekvence a analyzovat její zdroje.



Předpokládané znalosti

4. Základní práce s osciloskopem, nastavení zesílení a časové základny
5. Znalost základních pojmů a vztahů z fyziky kmitů a vln



Cíle

1. Seznámit se s jevem akustických rázů
2. Seznámit se se základními funkcemi analogového osciloskopu



Fyzikální princip měření

Při superpozici rovnoběžných harmonických kmitů dvou akustických zdrojů s amplitudami, fázovými frekvencemi a počátečními fázemi y_{10} , ω_1 , φ_1 a y_{20} , ω_2 , φ_2



$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) = y_{10} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + y_{20} \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \quad (4)$$

může za určitých podmínek dojít k jevu zvanému rázy, nebo záněje, který se projevuje jako periodické zesilování a zeslabování složeného zvuku.

rázy nastávají při blízkých frekvencích $\omega_1 \approx \omega_2$

Po zjednodušení $y_{10} = y_{20} = y_0$ a $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ a použití trigonometrické součtové formule lze vztah (4) zapsat ve tvaru

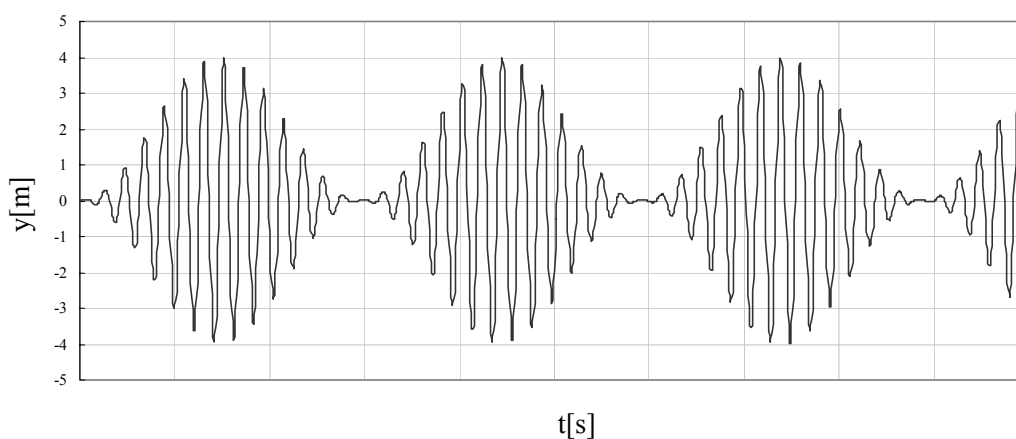
$$y(t) = 2y_0 \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \quad (5)$$

Přestože výsledná formule vypadá složitě, její fyzikální interpretace je snadná. V souladu s podmínkou rázů $\omega_1 \approx \omega_2$ je aritmetický průměr obou frekvencí dobře aproximován

hodnotou ω_1 a relativně složitý vztah (5) lze zapsat v klasické formě pro harmonický oscilátor s časově proměnnou amplitudou $Y_0(t)$

$$y(t) = Y_0(t) \sin(\omega_1 t) \quad \text{kde} \quad Y_0(t) = 2y_0 \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \quad (6)$$

Časový průběh uvedené funkce je zachycen na následujícím grafu:



obr. 8.2.1

Vzhledem k tomu, že maximální amplitudy $2y_0$ dosahuje funkce (6) pro $Y_0(t) = \pm 2y_0$, je časová odlehlost T_R („perioda rázů“) dvou sousedních maxim dána podmínkou

$$\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) = 1 = -\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} (t + T_R)\right) \quad (7)$$

která je splněna pro

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} T_R = \pi \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{T_R} = f_R = f_1 - f_2 \quad (8)$$

kde písmenem f jsou označeny příslušné frekvence v Hz.



Metoda měření

Jestliže správnou frekvenci, emitovanou známým zdrojem, označíme f_0 a měřenou neznámou frekvenci rozladěného zdroje označíme f , pak experimentálním změřením frekvence rázů



jejich vzájemné superpozice f_R získáváme na základě platnosti (8) formulí pro výpočet neznámé frekvence f

$$f = f_0 - f_R = f_0 - \frac{1}{T_R} \quad (9)$$

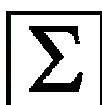
Přístroje

1. kovový stojan se dvěma symetricky proti sobě upevněnými ladičkami (komorní „a¹“, $f_0 = 440\text{Hz}$) a snímacím mikrofonom (resp. akceleračním snímačem)
2. gumový přivažek, způsobující rozladění jedné ladičky
3. gumové kladívko k rozeznění obou ladiček
4. analogový osciloskop pro zobrazení superponovaného signálu ze snímače



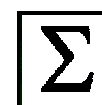
Postup měření

1. Po rozezvučení obou ladiček stejně silnými údery gumového kladívka (fázové posunutí úderů nehraje při sledovaném efektu významnou roli, zatímco stejná síla zajišťuje nejvýraznější rozdíl zvukových maxim a minim) se amplituda superponovaného tónu bude měnit s periodou $T_R = 1 / f_R$.
2. Velikost periody T_R lze změřit jako 1/10 doby trvání deseti po sobě následujících rázů.
3. Pro pět přesně změřených vzdáleností přivažku od konce ramena ladičky (10mm, 20mm, 30mm, 40mm, 50mm) proveďte vždy deset měření periody T_R a na jejich základě stanovte střední periody $\langle T_{R1} \rangle, \langle T_{R2} \rangle, \langle T_{R3} \rangle, \langle T_{R4} \rangle, \langle T_{R5} \rangle$.



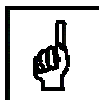
Vyhodnocení měření

- A. Stanovení pěti středních period rázů $\{\langle T_{R1} \rangle, \langle T_{R2} \rangle, \langle T_{R3} \rangle, \langle T_{R4} \rangle, \langle T_{R5} \rangle\}$ pro pět poloh přivažku
- B. Vypočtete příslušné neznámé frekvence $\{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ ze vztahu (9) na základě znalosti frekvence $f_0 = 440\text{Hz}$ čisté ladičky a středních period rázů $\{\langle T_{R1} \rangle, \langle T_{R2} \rangle, \langle T_{R3} \rangle, \langle T_{R4} \rangle, \langle T_{R5} \rangle\}$
- C. Vypočtete nejistoty Δf_i změřených frekvencí f_i



Literatura

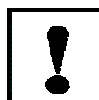
- [1] Halliday, D., Resnick, R. Walker, J.: Fyzika. Vyd. 1., Praha: Vutium a Prometheus, 2001.
- [2] Kopečný, J. a kol.: Fyzikální měření. VŠB TU Ostrava, Ostrava, 1967.
- [3] Chudý, V., Palenčár, R., Kureková, E., Halaj, M.: Meranie technických veličín. Slovenská technická univerzita v Bratislavě, 1999.
- [4] Dokument EAL-R2/1997, Český institut pro akreditaci
- [5] Brož, J.: Základy fyzikálních měření. SPN, Praha, 1999.
- [6] Horák, Z.: Praktická fyzika. SNTL, Praha, 1958.

7.3. Měření rychlosti a vlnové délky zvuku v plynech Kundtovou trubicí**Problém**

- A. Přímé změření vlnové délky zvuku ve vzduchu za normálního tlaku v Kundtově trubicí pro pět různých frekvencí nízkofrekvenčního generátoru.
- B. Na základě změřených vlnových délek a příslušných frekvencí zdroje stanovení rychlosti šíření zvuku ve vzduchu za normálního tlaku.
- C. Stanovení nejistot změřených hodnot.

**Předpokládané znalosti**

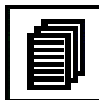
1. Znalost základních pojmů a vztahů z fyziky kmitů a vln.
2. Základní práce s osciloskopem, nastavení zesílení vstupních kanálů X a Y a časové základny.
3. Základní práce s nízkofrekvenčním generátorem, rozsahy, frekvenční stupnice, amplituda výstupního signálu.

**Cíle**

1. Seznámit se s funkcí jednostranně otevřené Kundtovy trubice.
2. Změřit přímou metodou fázového zpoždění v jednostranně otevřené Kundtově trubicí vlnové délky zvuku při různých frekvencích.
3. Na základě znalosti frekvence a měření příslušné vlnové délky změřit nepřímou metodou rychlost zvuku ve vzduchu při normálním tlaku.

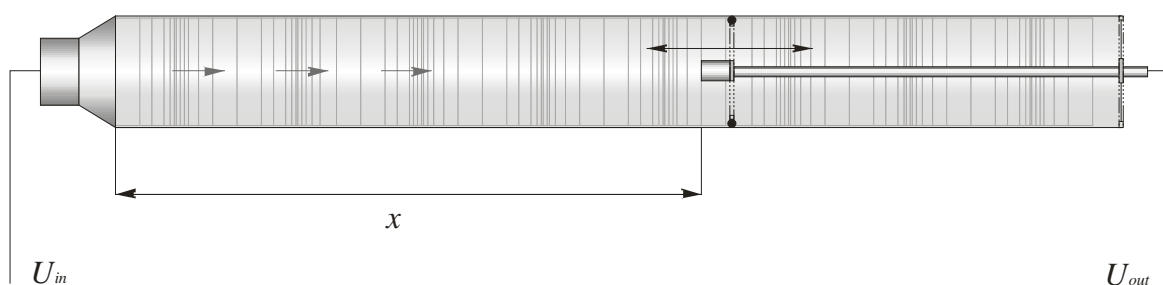
**Fyzikální princip měření**

V jednostranně otevřené dostatečně dlouhé Kundtově trubicí obr. 8.3.1 prochází zvuk reproduktoru o frekvenci f vzduchovým sloupcem zvukovodu směrem k otevřenému konci ve formě jednosměrné rovinné vlny (Narozdíl od klasického režimu měření v uzavřené Kundtově trubicí, kde odrazem a superpozicí dochází ke vzniku stojatého vlnění.). Ve známé vzdálenosti x od uzavřeného konce s reproduktorem je umístěn miniaturní mikrofon poskytující elektrický signál úměrný velikostí i polaritou úrovní akustického tlaku $p(x, t)$.



REPRODUKTOR

POSUVNÝ MIKROFON

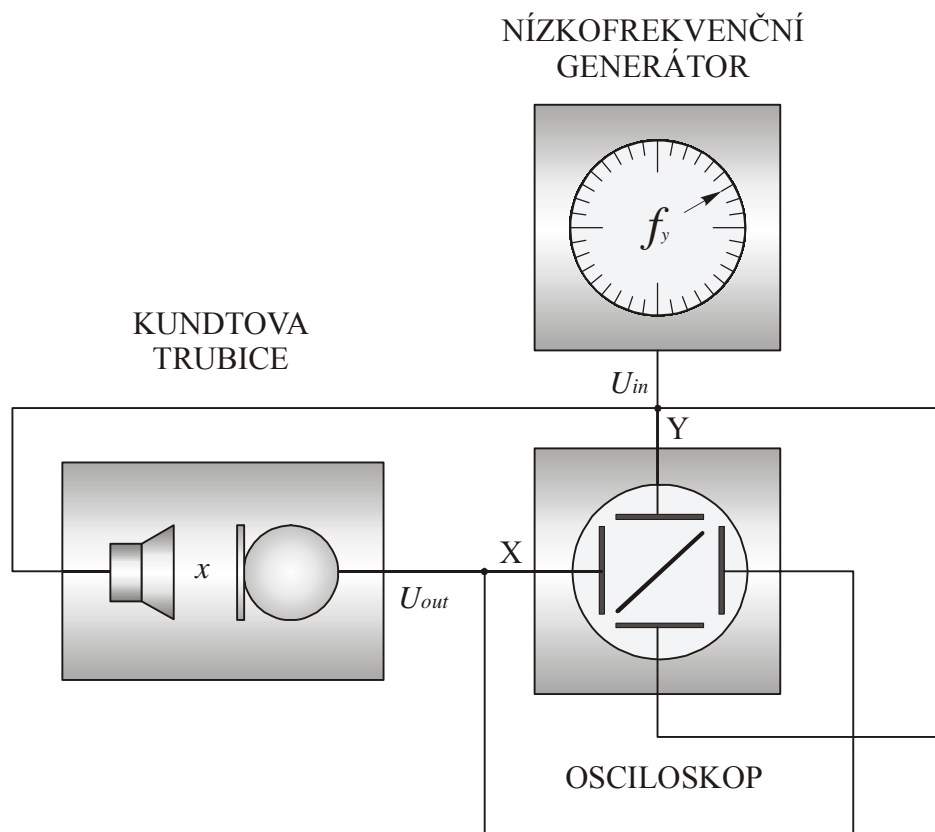


obr. 8.3.1

Předpokládáme-li, že signál se ve vodičích šíří rychlostí světla c' v daném prostředí, pak jeho průchod ve formě akustického vlnění mezi reproduktorem a mikrofonem je v důsledku mnohem pomalejšího šíření zvuku rychlostí $a \ll c'$ spojen se vznikem časového zpoždění Δt (šíření ve vodiči budeme v tomto případě považovat za okamžité $c' \rightarrow \infty$).

$$\Delta t = \frac{x}{a} = \frac{x}{\lambda f} \quad (10)$$

Přímé měření vlnové délky lze provést na základě znalosti časového zpoždění (10) pro danou frekvenci f ve vzdálenosti x od akustického zdroje (reproduktoru).



obr. 8.3.2

Při zapojení dle schématu na obr. 8.3.2 je napětí U_{out} na výstupu zpožďovacího členu, kterým je Kundtova trubice a současně na kanálu X osciloskopu fázově zpožděné vzhledem ke vstupnímu napětí U_{in} na kanálu Y.

$$U_{in} = U_0 \sin(2\pi ft)$$

$$U_{out} = U_0 \sin(2\pi f(t - \Delta t)) = U_0 \sin\left(2\pi ft - 2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \quad (11)$$

Obě napětí ve vztazích (11) jsou v souhlasné fázi při splnění podmínky pro fázové posunutí

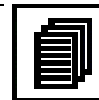
$$2\pi \frac{x}{\lambda} = 2\pi n \Rightarrow \boxed{x = n\lambda} \quad (12)$$

Tento stav odpovídá při kolmém skládání signálů $X(U_{out}) \perp Y(U_{in})$ Lissajousovu obrazci pro shodnou fázi při stejné frekvenci. Schematicky je jeho identifikace znázorněna v osciloskopu na obr. 8.3.2 (doprava skloněná úsečka).



Metoda měření

Měření vlnové délky λ a s ním spojené nepřímé měření rychlosti zvuku ve vzduchu a_{vz} vychází z platnosti podmínky (12) souhlasné fáze pro indikované polohy x_n .



$$x_1 = \lambda, x_2 = 2\lambda, x_3 = 3\lambda, x_4 = 4\lambda, x_5 = 5\lambda, \dots \quad (13)$$

Změřením délek x_1 až x_n máme k dispozici n příslušných hodnot vlnové délky λ_1 až λ_n .

$$\lambda_i = \frac{x_i}{i} \quad \text{pro } i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$\lambda = \langle \lambda_i \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i \quad (14)$$

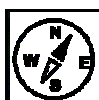
Na základě takto změřené vlnové délky λ pak lze vypočítat rychlost zvuku ve vzduchu pro známou frekvenci f .

$$a_{vz} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad (15)$$

Experimentálně se lze přesvědčit, že rychlost zvuku nezávisí na frekvenci a je pro dané prostředí konstantním fyzikálním parametrem.

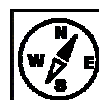
Přístroje

1. nízkofrekvenční generátor elektrického signálu
2. polootevřená Kundtova trubice
3. analogový osciloskop

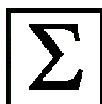


Postup měření

1. Pro frekvence $f_1 = 3\text{kHz}$, $f_2 = 2\text{kHz}$, $f_3 = 1,5\text{kHz}$, $f_4 = 1\text{kHz}$ proveďte postupně měření vlnových délek λ_1 , λ_2 , λ_3 , λ_4 a rychlosti zvuku a_{vz} ve vzduchu při normálním tlaku.
2. Na nízkofrekvenčním generátoru nastavte jednu z výše uvedených frekvencí f_i .



3. Postupným pohybem mikrofону od počáteční polohy x_0 na úrovni reproduktoru naleznete polohy tři až pěti za sebou následujících poloh souhlasné fáze (13).
4. Ze změřených hodnot x_1 až x_n vypočítejte pomocí vztahů (14) vlnovou délku $\lambda(f_i)$, příslušnou k dané frekvenci f_i a její standardní nejistotu $u_{\lambda(f_i)}$. Měření zapište do tabulky.
5. Užitím formule (15) pro všechny čtyři frekvence vypočítejte příslušné rychlosti zvuku $a_{vz}(f_i)$.
6. Z hodnot rychlosti zvuku $a_{vz}(f_i)$, změřených pro jednotlivé frekvence f_i vypočítejte rychlost zvuku ve vzduchu za normálního tlaku a_{vz} a pomocí Gaussova zákona šíření nejistoty vypočítejte její nejistotu $u_{a_{vz}}$.



Vyhodnocení měření



- A. Změřte vlnové délky zvuku pro všechny čtyři frekvence $f_1 = 3\text{kHz}$, $f_2 = 2\text{kHz}$, $f_3 = 1,5\text{kHz}$, $f_4 = 1\text{kHz}$.
- B. Změřte rychlost zvuku a_{vz} ve vzduchu za normálních podmínek.
- C. Stanovte standardní nejistoty změřených vlnových délek pro všechny zvolené frekvence.
- D. Aplikací Gaussova zákona šíření nejistoty v nepřímých měřeních stanovte nejistotu změřené rychlosti zvuku a_{vz} .

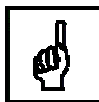


Literatura



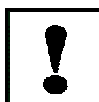
- [1] Halliday, D., Resnick, R. Walker, J.: Fyzika. Vyd. 1., Praha: Vutium a Prometheus, 2001.
- [2] Kopečný, J. a kol.: Fyzikální měření. VŠB TU Ostrava, Ostrava, 1967.
- [3] Chudý, V., Palenčár, R., Kureková, E., Halaj, M.: Meranie technických veličín. Slovenská technická univerzita v Bratislavě, 1999.
- [4] Dokument EAL-R2/1997, Český institut pro akreditaci
- [5] Brož, J.: Základy fyzikálních měření. SPN, Praha, 1999.
- [6] Horák, Z.: Praktická fyzika. SNTL, Praha, 1958.

7.4. Měření koeficientu pohltivosti zvuku Kundtovou trubicí



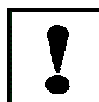
Problém

- Stanovit frekvenční závislost koeficientu pohltivosti zvuku metodou stojatého vlnění v Kundtově trubicí.
- Stanovit nejistotu naměřených hodnot a analyzovat její zdroje.



Předpokládané znalosti

- Znalost základních pojmů a vztahů z fyziky kmitů a vln
- Znalost funkce nízkofrekvenčního generátoru a frekvenčního analyzátoru



Cíle

- Seznámit se s funkcí Kundtovy trubice
- Seznámit se s pojmem poměr stojatých vln
- Seznámit se s definicí pojmu koeficient pohltivosti zvuku



Fyzikální princip měření

Jev absorpce zvuku se ve fyzikálním popisu projevuje jako rozdíl mezi intenzitami zvuku dopadajícího I_0 a odraženého I_r . Obě veličiny, společně s intenzitou absorbovanou I_α , splňují bilanční formuli

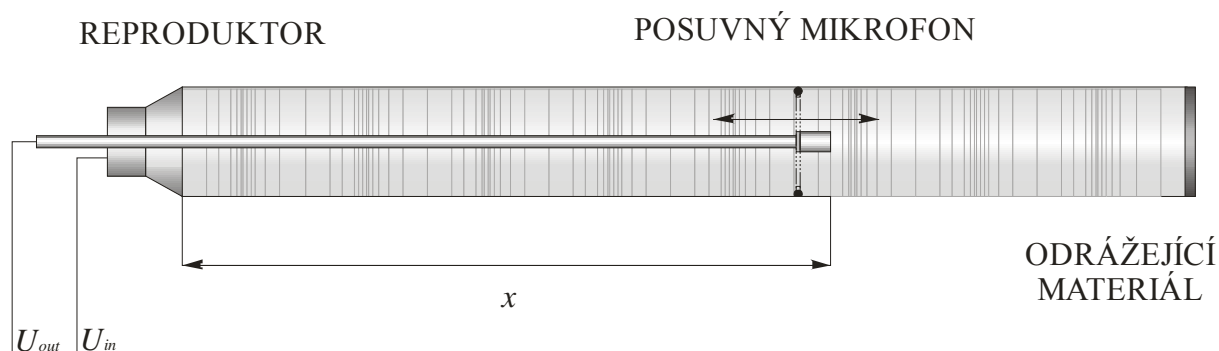


$$I_0 = I_r + I_\alpha \quad (16)$$

na jejímž základě jsou definovány relativní koeficienty zvukové odrazivosti r a pohltivosti α :

$$1 = \underbrace{\frac{I_r}{I_0}}_r + \underbrace{\frac{I_\alpha}{I_0}}_\alpha \quad \Rightarrow \quad 1 = r + \alpha \quad (17)$$

Koeficient pohltivosti zvuku $\alpha = 1 - r$ je měřen nepřímo prostřednictvím odrazu v oboustranně uzavřené tzv. Kundtově trubicí s délkou minimálně poloviny vlnové délky.



Obr.8.4.1.

Zvuk o frekvenci ω , buzený na jednom konci plochým reproduktorem, se šíří trubicí ke druhému konci, zaslepenému plochým vzorkem absorbujícího materiálu. Od tohoto teoreticky pevného rozhraní se odráží do protisměru s amplitudou sniženou absorpcí a příslušným fázovým posunutím $\varphi = \pi$. Obě takto protisměrně propagující vlny vzájemně interferují za vzniku stojatého vlnění s rozložením akustického tlaku p

$$p(x, t, \varphi) = p_+(x, t) + p_-(x, t, \varphi) = p_+ \sin\left(\omega t - \frac{\omega x}{c}\right) + p_- \sin\left(\omega t + \frac{\omega x}{c} + \varphi\right) \quad (18)$$

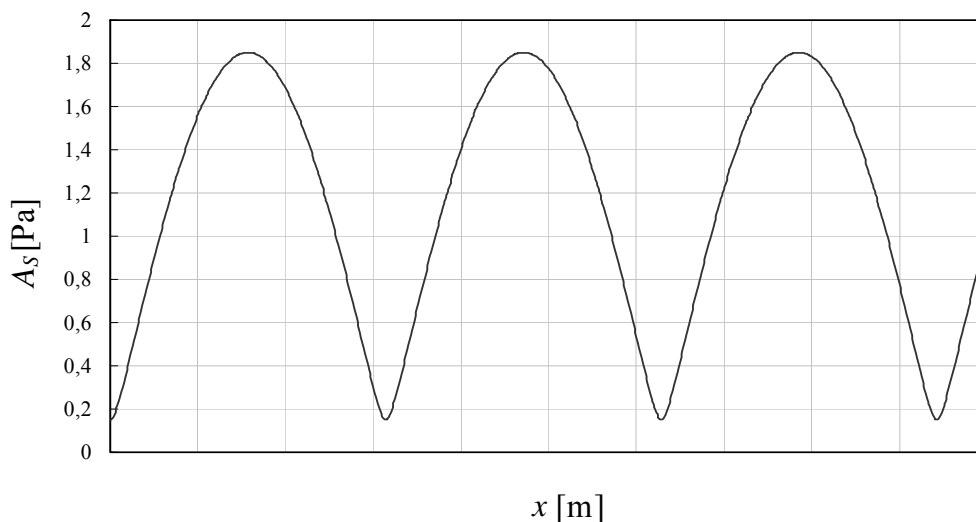
kde amplituda p_+ odpovídá primární dopadající vlně a p_- odpovídá vlně odražené. Uvedený výraz lze upravit na vzorec pro kmity harmonického oscilátoru s amplitudou A_S , závislou na poloze x a dalších parametrech:

$$p(x, t, \varphi) = A_S(x, \varphi, p_+, p_-) \sin(\omega t + \varphi') \quad (19)$$

Zatímco fázový posuv φ' , obecně různý od $\varphi = \pi$, není pro náš problém směrodatný, je výsledná amplituda A_S dána superpozicí obou složek užitím kosinové věty

$$A_S(x, \varphi, p_+, p_-) = \sqrt{p_+^2 + p_-^2 + 2p_+p_- \cos\left(2\frac{\omega x}{c} + \varphi\right)} \quad (20)$$

Vzhledem k tomu, že platí $\varphi = \pi$ a $p_- \leq p_+$, vykazuje závislost amplitudy A_S na vzdálenosti x od reflexního rozhraní nejen maxima, ale rovněž nenulová minima:



Obr. 8.4.2.

Protože maxima nabývá amplituda A_S pro $\cos(\dots) = 1$ a minima pro $\cos(\dots) = -1$ lze poměr stojatých vln n_{PSV} vyjádřit jako relativně jednoduchou funkci poměru $r_p = p_+ / p_-$

$$n_{PSV} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{p_{\max}}{p_{\min}} = \frac{\max A_S}{\min A_S} = \frac{p_+ + p_-}{p_+ - p_-} = \frac{1 + r_p}{1 - r_p} \quad (21)$$

Experimentálním stanovením poměru stojatých vln n_{PSV} lze stanovit poměr maximálního a minimálního akustického tlaku

$$r_p = \frac{n_{PSV} - 1}{n_{PSV} + 1} \quad (22)$$

Jelikož z teorie akustických vln plyne, že intenzita (tedy hustota akustického výkonu) je úměrná kvadrátu efektivního akustického tlaku $I \sim p_{\text{ef}}^2 = p_{\max}^2 / 2$, pak platí

$$r = \frac{I_-}{I_+} = \frac{p_-^2}{p_+^2} = r_p^2 = \left(\frac{n_{PSV} - 1}{n_{PSV} + 1} \right)^2 \quad (23)$$

a výsledná formule pro výpočet koeficientu pohltivosti α je

$$\alpha = \frac{4n_{PSV}}{(n_{PSV} + 1)^2} \quad (24)$$



Metoda měření

Vícenásobným změřením (dle počtu uzlů a kmiten v Kundtově trubici) hladin intenzity maxim $L_{\max}(f)[dB]$ a minim $L_{\min}(f)[dB]$ pro danou frekvenci f na frekvenčním analyzátoru získáme poměr stojatých vln n_{PSV} z následujícího vztahu

$$L_{\max}(f) - L_{\min}(f) = 20 \log \frac{p_{\max}(f)}{p_{\min}(f)} = 20 \log n_{PSV}(f) \quad (25)$$

ve finálním tvaru

$$n_{PSV}(f) = 10^{\frac{L_{\max}(f) - L_{\min}(f)}{20}} \quad (26)$$

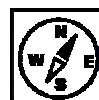
Přístroje

1. Kundtova trubice velká (pro nižší frekvence)
2. Kundtova trubice malá (pro vyšší frekvence)
3. nízkofrekvenční tónový generátor
4. jednokanálový akustický spektrální analyzátor (oktávový, 1/3-oktávový a lineární režim)

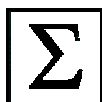


Postup měření

1. Základním problémem měření je nalezení deseti frekvencí stojatého vlnění $\{f_{(1)}, f_{(2)}, f_{(3)}, f_{(4)}, \dots, f_{(10)}\}$ relativně rovnoměrně pokrývajících daný interval slyšitelnosti $\langle 20\text{Hz}; 20\text{kHz} \rangle$ tak, aby trubice při své délce obsahovala minimálně jednu kmitnu a jeden uzel.
2. Po vložení absorpčního vzorku do držáku na konci Kundtovy trubice představuje systém uzavřený akustický objem, ve kterém dochází při superpozici dopadající a odražené vlny ke vzniku stojatého vlnění (Vlnová délka nemusí splňovat podmínku rezonančního zesílení jako u varhanní píšťaly!).



3. Vzhledem k tomu, že při odrazu dochází díky vniku vlny do materiálu ke vzniku tzv. virtuální reflexní plochy uvnitř vzorku, je maximum akustického tlaku v okolí povrchu vzorku nepoužitelné a pro měření uzlů a kmiten je třeba použít další minima a maxima.
4. Při těchto měřeních je třeba velmi uvážlivě užívat rozdílné základní hladiny analyzátoru pro měření maxima a minima, neboť rozdíly hladin jsou pro oba případy značné.
5. Pro každou ze zvolených frekvencí $\{f_{(1)}, f_{(2)}, \dots, f_{(10)}\}$ proměřte po celé délce trubice maximální a minimální hladiny akustického tlaku a jejich střední hodnoty $\langle L_{\max}(f_{(i)}) \rangle$ a $\langle L_{\min}(f_{(i)}) \rangle$ užitje k výpočtu poměru stojatých vln pro danou frekvenci ze vztahu (26) a následně k výpočtu příslušného koeficientu pohltivosti $\alpha(f_{(i)})$.



Vyhodnocení měření



- A. Změřit poměry stojatých vln n_{PSV} pro frekvence $\{f_{(1)}, f_{(2)}, \dots, f_{(10)}\} \subset \langle 20\text{Hz}; 20\text{kHz} \rangle$, rovnoměrně pokrývající daný interval slyšitelnosti $\langle 20\text{Hz}; 20\text{kHz} \rangle$
- B. Změřit koeficienty pohltivosti zvuku $\alpha(f_{(i)})$ pro frekvence $\{f_{(1)}, f_{(2)}, \dots, f_{(10)}\}$
- C. Pro každou hodnotu $\alpha(f_{(i)})$ stanovit nejistotu změřeného údaje
- D. Sestrojit graf této frekvenční závislosti $\alpha(f_{(i)})$ s vyznačením „chybových úseček“ (intervalů nejistoty)



Literatura



- [1] Halliday, D., Resnick, R., Walker, J.: Fyzika. Vyd. 1., Praha: Vutium a Prometheus, 2001.
- [2] Kopečný, J. a kol.: Fyzikální měření. VŠB TU Ostrava, Ostrava, 1967.
- [3] Chudý, V., Palenčár, R., Kureková, E., Halaj, M.: Meranie technických veličín. Slovenská technická univerzita v Bratislavě, 1999.
- [4] Dokument EAL-R2/1997, Český institut pro akreditaci
- [5] Brož, J.: Základy fyzikálních měření. SPN, Praha, 1999.
- [6] Horák, Z.: Praktická fyzika. SNTL, Praha, 1958.

7.5. Měření hladiny intenzity a spektrálního složení hluku hlukoměrem



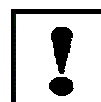
Problém

- A. V režimu váhového filtru A změřit závislost hladiny akustické intenzity $L [dB]$ vibrační sirény na napětí $U [V]$ napájecího zdroje.
- B. Pro „tiché“ nastavení vibrační sirény (nad počátkem zřetelně slyšitelné úrovně) změřit v režimu externího 1/3-oktávového filtru jeho frekvenční spektrum.



Předpokládané znalosti

1. Znalost základních pojmů a vztahů z fyziky kmitů a vln
2. Znalost účelu a funkce hlukoměru a frekvenčního analyzátoru



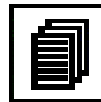
Cíle

1. Seznámit se s praktickým užitím hlukoměru se spektrálním filtrem
2. Seznámit se s pojmem hladina intenzity a srovnat s proporcionálními měřidly



Fyzikální princip měření

Zvukové vlny v plynech, a tedy i ve vzduchu, představují prostorový přenos oscilační energie, charakterizovaný objemovou hustotou energie vlnění $w [Jm^{-3}]$



$$w = \frac{dE}{dV} \quad (27)$$

kterou je možné vyjádřit prostřednictvím známé rychlosti šíření vlny c a nově zavedené akustické veličiny, zvané intenzita $I [Wm^{-2}]$

$$w = \frac{dE}{dV} = \frac{d^2E}{dS \cdot dx} = \frac{d}{dS} \left(\frac{dE}{d(ct)} \right) = \frac{1}{c} \frac{d}{dS} \left(\frac{dE}{dt} \right) = \frac{1}{c} \frac{dP}{dS} = \frac{I}{c} \rightarrow \boxed{I = wc} \quad (28)$$

Poslední úprava byla provedena na základě definice intenzity jako plošné hustoty akustického výkonu P na vlnoploše

$$I = \frac{dP}{dS} \quad (29)$$

(Vzhledem k časové periodicitě tlakové a pohybové energie je zřejmé, že všechny výše uvedené veličiny w , E a P jsou časově středované během jedné periody $w = \langle w(t) \rangle_T$, $E = \langle E(t) \rangle_T$ a $P = \langle P(t) \rangle_T$)

Druhou velmi často užívanou veličinou je akustický tlak p , který společně s akustickou rychlostí v (Nejde o rychlost a_{vz} šíření vlny ve vzduchu!) představuje okamžitou stavovou veličinu popisující zvukovou vlnu v daném bodě. Jejich vzájemná souvislost pro rovinnou vlnu vyplývá z elementární jednorozměrné pohybové rovnice:

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\frac{dp}{dx} \xrightarrow{\text{integrace po charakteristice } x=ct} v = \frac{p}{c\rho} \quad (30)$$

Ze vztahu (29) vyplývá následně odvozená korespondence mezi intenzitou a akustickým tlakem

$$I = \frac{d\langle P \rangle_T}{dS} = \frac{d}{dS} \left(\frac{1}{T} \int_0^T (pSv) dt \right) = \frac{1}{T} \int_0^T (pv) dt \quad (31)$$

kteřá po užití formule (30) nabývá prakticky užívaného tvaru (ucho a většina akustických detektorů reaguje na efektivní hodnotu p_{ef} akustického tlaku)

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{p^2}{\rho c} \right) dt \Rightarrow \boxed{I = \frac{p_{ef}^2}{\rho c}} \quad (32)$$

Na základě praktických zkušeností je třeba upozornit, že velikosti intenzity zvuku se mění v rozmezí mnoha řádů a mohou nabývat velmi malých hodnot od cca $10^{-9}W$ při šepotu až do cca 10^5W při startu proudového letadla. Podle empirického Weber–Fechnerova psychofyziologického zákona je změna subjektivního akustického počítku l nazvaného hlasitost přímo úměrná relativní změně intenzity zvuku

$$dl = k \frac{dI}{I} \quad (33)$$

Po integraci od zvolené intenzity prahu slyšení $I_P^{(1kHz)} = 10^{-12} \text{ Wm}^{-2} \text{ s}$ počítkem $l_P \stackrel{\text{def}}{=} 0$ do aktuálně vnímané intenzity I s počítkem $l = \Lambda$ získáme obecnou definiční formuli pro míru počítku zvanou hladina hlasitosti, která je logaritmickou funkcí intenzity (koeficient úměrnosti k určuje strmost závislosti a je volitelný, obdobně jako 100°C pro bod varu vody) :

$$\Lambda = \int_0^\Lambda d\Lambda = k \int_{I_P}^I \frac{dI}{I} = k \ln \frac{I}{I_P} \quad (34)$$

Mezinárodní dohodou byla na základě podobnosti s uvedeným semiempirickým vztahem definována relativní míra intenzity zvuku zvaná hladina intenzity L [B (nebo dB)], která je z praktických důvodů založena na dekadickém logaritmu s konstantou úměrnosti $k = 1$

$$L_I = \log\left(\frac{I}{I_P}\right) \text{ [B]} = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_P}\right) \text{ [dB]} \quad (35)$$

Vzhledem k tomu, že ucho lze považovat za snímač akustického tlaku (nikoli akustické intenzity), je na základě (35) užitečné analogické zavedení hladiny akustického tlaku

$$L_p = 10 \cdot \log\left(\frac{p^2}{p_P^2}\right) \text{ [dB]} = 20 \cdot \log\left(\frac{p}{p_P}\right) \text{ [dB]} \quad (36)$$

která se díky závislosti ρ a c na efektivním tlaku od hladiny intenzity mírně liší $L_p \doteq L_I$. Pro námi prováděná měření při nevysokých intenzitách však budeme tuto malou odlišnost zanedbávat.

Při měření zvukoměrem je možné vytvořit frekvenční spektrum zdroje postupným průchodem mikrofonního signálu řadou elektronických pásmových propustí $f \in \langle f_S - \Delta f, f_S + \Delta f \rangle$ se šířkou $2\Delta f$

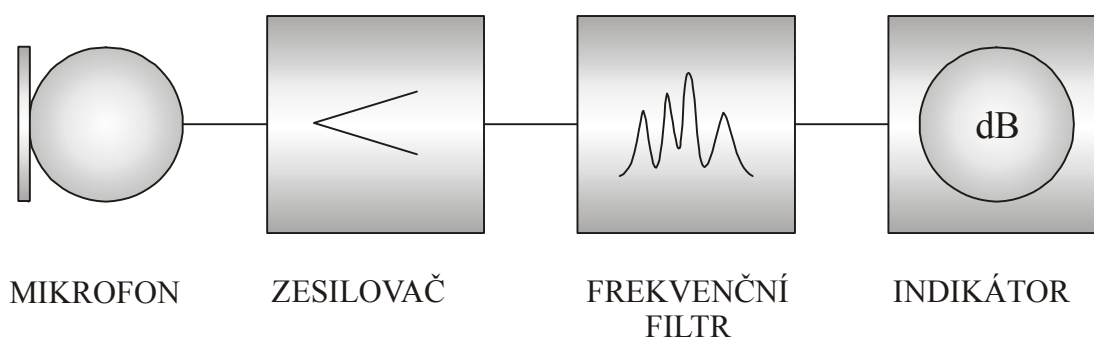
f_s [Hz]	$2\Delta f$ [Hz]	f_s [Hz]	$2\Delta f$ [Hz]	f_s [Hz]	$2\Delta f$ [Hz]
20	4,62	250	58,2	3150	732
25	5,82	315	73,2	4000	922
31,5	7,32	400	92,2	5000	1160
40	9,22	500	116	6300	1460
50	11,6	630	146	8000	1840
63	14,6	800	184	10000	2310
80	18,4	1000	231	12500	2910
100	23,1	1250	291	16000	3670
125	29,1	1600	367	20000	4620
160	36,7	2000	462	25000	5820
200	46,2	2500	582	31500	7320

Jejich následné polohy na frekvenční ose jsou pro oktávové spektrum (tučně) určeny rekurentně $f_{n+1} = 2f_n$ (hudební interval oktáva odpovídá zdvojení frekvence) a pro 1/3 – oktávové spektrum vztahem $f_{n+1} = 2^{1/3}f_n$ (všechny frekvence tabulky). Vzhledem ke růstu frekvence přes několik řádů na frekvenční škále je při těchto oktávoových spektrech zvykem užívat pro jejich zobrazení logaritmické stupnice.



Metoda měření

Měření hladiny akustického tlaku je prováděno zařízením zvaným zvukoměr (resp. hlukoměr), které sestává většinou z kapacitního měřicího mikrofону na těle přístroje, zesilovače mikrofonního signálu, externího jednokanálového frekvenčního analyzátoru a indikátoru hladiny akustického tlaku.



obr.8.5.1.

V kapacitním mikrofону, který je čidlem akustického tlaku p , vzniká elektrický signál úměrný jeho úrovni. Po jeho zesílení v zesilovači prochází jeho část experimentátorem nastavenou elektronickou pásmovou propustí $f \in \langle f_s - \Delta f, f_s + \Delta f \rangle$ – „kanálem“ analyzátoru, a po časové integraci v indikátoru (volba vzorkovací časové konstanty slow (1s) – fast (200ms)) se zobrazí na decibelové stupnici přístroje. Přepínáním frekvenční úrovně kanálu (viz. Tabulka) lze postupně vytvořit celé frekvenční spektrum zkoumaného zdroje. Pokud jde o celkové měření hladiny akustického tlaku v celé frekvenční oblasti slyšitelného zvuku, nahrazuje se působení externího frekvenčního filtru vnitřním fyziologickým váhovým filtrem zvukoměru A pro nižší, B pro střední a C pro vyšší hladiny.

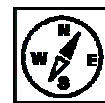
Přístroje

1. zvukoměr
2. externí frekvenční filtr
3. akustický zdroj – vibrační siréna
4. elektrický napájecí zdroj

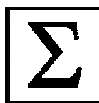


Postup měření

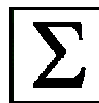
1. Před spuštěním akustického měniče nastavte zvukoměr do režimu psychofyziologického váhového filtru A
2. Po spuštění akustického měniče (vibrační sirény) nastavte počáteční úroveň výstupního napětí U napájecího zdroje na hodnotu $U = 0,2V$, u které začíná její zřetelně slyšitelný režim (S ohledem na únosnost hluku pro práci v laboratoři!).
3. V režimu váhového filtru A nastavte základní hladinu zvukoměru tak, aby se výchylka přístroje pohybovala mezi čísly 1 dB – 10 dB, kdy je odečítaná hodnota nejspolehlivější. Skutečná hodnota změřené hladiny akustického tlaku je pak součtem základní nastavené hladiny a údaje na stupnici měřidla. Tímto způsobem proměřte postupně pětkrát akustické hladiny v celé pracovní oblasti akustického zdroje při napájecích napětích $U = 0,2V; 0,3V; 0,4V; 0,5V; 0,6V; 0,7V$.
4. Při měření frekvenčního spektra přepněte režim zvukoměru na externí 1/3 – oktávový filtr.
5. Po připojení vibrační sirény k regulovatelnému napájecímu zdroji nastavte počáteční úroveň napětí na hodnotu, u které začíná její zřetelně slyšitelný režim $U = 2V$.



6. Proměřte postupně třikrát akustické hladiny všech kanálů analyzátoru dle výše uvedené frekvenční tabulky v rozsahu 20Hz – 20kHz.



Vyhodnocení měření



- A. Výpočet středních hodnot hladin intenzity pro jednotlivá napájecí napětí $U = 0,2V; 0,3V; 0,4V; 0,5V; 0,6V; 0,7V$
- B. Výpočet nejistot naměřených hladin pro jednotlivá napájecí napětí
- C. Konstrukce křivkového grafu závislosti hladiny intenzity $L(U)$ na napájecím napětí zdroje s vyznačením „chybových úseček“ (intervalu nejistoty) experimentálních bodů
- D. Výpočet středních hodnot hladin intenzity pro jednotlivé frekvenční kanály analyzátoru
- E. Výpočet nejistot jednotlivých spektrálních úrovní
- F. Konstrukce sloupcového grafu 1/3-oktávového frekvenčního spektra s vyznačením „chybových úseček“ (intervalu nejistoty) jednotlivých kanálů



Literatura



- [1] Halliday, D., Resnick, R. Walker, J.: Fyzika. Vyd. 1., Praha: Vutium a Prometheus, 2001.
- [2] Kopečný, J. a kol.: Fyzikální měření. VŠB TU Ostrava, Ostrava, 1967.
- [3] Chudý, V., Palenčár, R., Kureková, E., Halaj, M.: Meranie technických veličín. Slovenská technická univerzita v Bratislavě, 1999.
- [4] Dokument EAL-R2/1997, Český institut pro akreditaci
- [5] Brož, J.: Základy fyzikálních měření. SPN, Praha, 1999.
- [6] Horák, Z.: Praktická fyzika. SNTL, Praha, 1958.

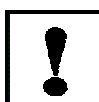
8. MĚŘENÍ – FYZIKA TEKUTIN

8.1. Měření povrchového napětí kapaliny z kapilární elevace



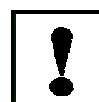
Problém

- A. Změřit povrchové napětí destilované vody.
- B. Změřit povrchové napětí lihu.
- C. Stanovení nejistot změřených veličin.



Předpokládané znalosti

1. Znalost základních pojmů a vztahů z molekulové fyziky
2. Základní znalost praktického měření výšky katetometrem



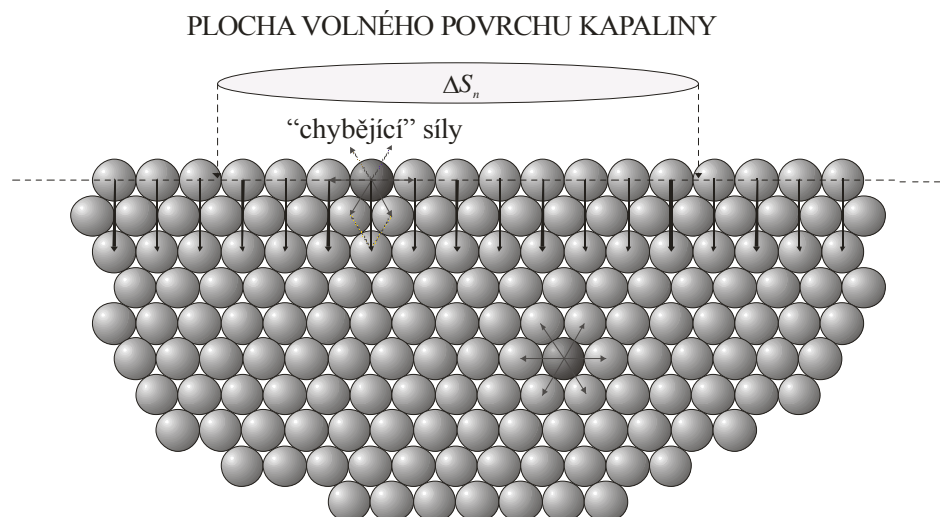
Cíle

1. Seznámit se prakticky s jevem kapilární elevace
2. Seznámit se metodou přesného měření výšky katetometrem



Fyzikální princip měření

Na hranicích kapalin se interakce jejich molekul významně liší od poměrů, které vládnu uvnitř objemu. Každá molekula uvnitř objemu je relativně symetricky přitahována svými sousedy tak, že ve stavu statické rovnováhy je výslednice všech sil nulová. Molekula tvořící hranici však již není ze všech stran obklopená sousedy a celková výsledná síla, která na ni působí je nenulová a směřuje kolmo k povrchu dovnitř kapaliny viz obr. 9.1.1.

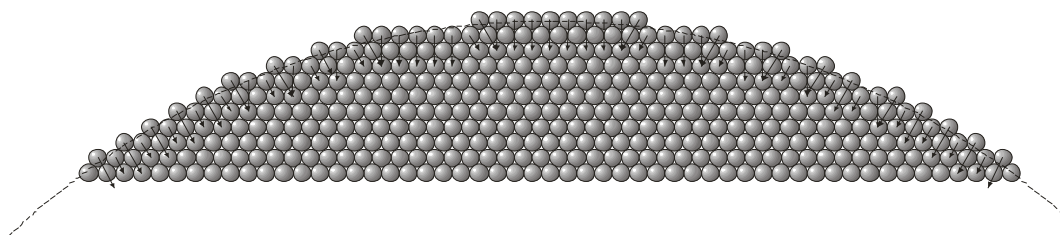


obr. 9.1.1

Pokud sečteme nenulové síly \mathbf{f}_i působící na všech n povrchových molekul na příslušném elementu plochy ΔS_n volného povrchu kapaliny, pak můžeme definovat vnitřní tzv. kohezní tlak p_k kapaliny, který vzniká v důsledku jejich působení po celém povrchu a je příčinou tzv. povrchových jevů.

$$p_k = \frac{1}{\Delta S_n} \left| \sum_{i=1}^n \mathbf{f}_i \right| \quad (1)$$

Kohezní tlak se v důsledku Pascalova zákona šíří rovnoměrně v celém objemu a nutí kapalinu zaujmout takový tvar, při kterém jsou smykové deformace nulové a tlak je po celém povrchu konstantní. Na obr. 9.1.2 je ilustrována situace na kulovém povrchu, který jediný vyhovuje podmínce výše uvedené statické rovnováhy.



Obr. 9.1.2

Jakákoli deformace kulového povrchu je nevyhnutelně spojena s nárůstem povrchové plochy a tím samozřejmě s přenesením příslušného počtu molekul ze silově rovnovážné polohy uvnitř objemu do povrchové vrstvy proti působení kohezních sil. Tento proces je spojen s vykonáním práce, která se v deformovaném stavu kumuluje v povrchové vrstvě ve formě tzv. povrchové energie E_s . Experimentální zkušenost potvrzuje přímou úměrnost přírůstku povrchové energie dE_s a plochy dS povrchu kapaliny.

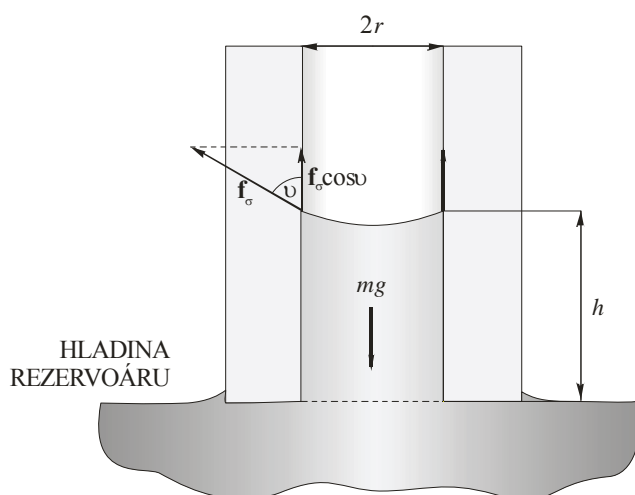
$$dE_s = \sigma \cdot dS \quad (2)$$

Konstanta úměrnosti σ je analogií měrné povrchové energie pevných látek (energie potřebná k vytvoření jednotkové plochy volného povrchu) a nazývá se povrchové napětí. Fyzikálně

bývá rovněž interpretováno jako síla působící kolmo na jednotku délky myšleného řezu v povrchu kapaliny a leží v rovině tečné k povrchu v uvažovaném místě.

$$\sigma = \frac{dE_s}{dS} = \frac{dF \cdot x}{dl \cdot x} = \frac{dF}{dl} \quad (x \perp dl) \quad (3)$$

Povrchové napětí a kapilární jevy spolu úzce souvisí a jsou důsledkem působení přitažlivých kohezních sil molekul. U kapaliny, která smáčí stěny úzké kapiláry, dochází k jevu kapilární elevace. Molekuly kapaliny vykazují vyšší přitažlivé síly s molekulami stěny kapiláry než vzájemně mezi sebou. To vede k tendenci maximalizovat v daných podmínkách plochu smáčení – tedy kontaktu mezi stěnou a kapalinou. Kapalina je ve vertikální kapiláře adhezními silami stěn vytažena do takové výšky, ve které je celková elevační síla povrchového napětí $(2\pi R)\sigma \cos \vartheta$ v rovnováze s tíhou mg kapalinového sloupce.



obr. 9.1.3

Ve většině praktických případů je vnitřní poloměr r kapiláry mnohem menší než elevační výška h a vliv horního menisku hladiny na celkový objem kapaliny v kapiláře je zanedbatelný. Z podmínky rovnováhy sil na hladině kapiláry vyplývá formule pro vyjádření povrchového napětí σ prostřednictvím změřené elevační výšky h .

$$\left. \begin{aligned} mg &= (2\pi r)\sigma \cos \vartheta \\ \rho(\pi r^2 h)g &= (2\pi r)\sigma \cos \vartheta \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sigma = \frac{hr\rho g}{2 \cos \vartheta} \quad (4)$$

Krajový úhel ϑ však bývá ve většině praktických případů tak malý, že bývá užíváno zjednodušení formule (4) substitucí $\cos \vartheta \rightarrow 1$.

$$\sigma = \frac{1}{2} h r \rho g \quad (5)$$

Pro případ smáčení skleněné stěny kapiláry vodou, nebo lihem můžeme jako výsledný vztah pro výpočet povrchového napětí zjednodušeně použít následující výsledný vzorec.

$$\sigma = \frac{1}{2} (h_k - h_0) r \rho g \quad (6)$$

Elevační výška h odpovídá rozdílu výšky h_k hladiny v kapiláře a výšky h_0 „nulové“ hladiny v rezervoáru.



Metoda měření

Při měření povrchového napětí jsou užívány laboratorní skleněné kapiláry s ověřenou hodnotou vnitřního průměru d a proto je ke zpracování naměřených experimentálních dat užita modifikace vztahu (6). Obě výšky odečítáme s maximální přesností na stupnici katetometru.



$$\sigma = \frac{1}{4} (h_k - h_0) \rho g d \quad (7)$$

Mimo obou změřených výšek a tabulkových hodnot hustoty ρ a gravitačního zrychlení g (bez udané nejistoty) dosazujeme do formule vnitřní průměr kapiláry ($d \pm u_d$) udávaný výrobcem s definovanou nejistotou u_d . Protože mezi všemi veličinami ve formuli (7) neexistuje vzájemná korelace, je možné použít pro výpočet nejistoty u_σ nepřímého měření povrchového napětí σ Gaussova zákona šíření nejistoty.

Přístroje

1. skleněná kapilára nahoře zakončená hadičkou
2. stojan s rezervoárem a držákem kapiláry

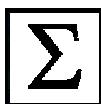
3. gumový balónek s vyústěním
4. katetometr s odečítacím dalekohledem



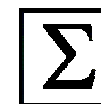
Postup měření



1. Zvolenou kapalinou (destilovaná voda nebo líh) naplňte čistou kyvetu jako rezervoár kapaliny
2. Do kapaliny ponořte dolní konec kapiláry do hloubky asi 10 mm a dbejte pečlivě na zachování jejího vertikálního směru v držáku.
3. Přes průhlednou stěnu kyvety změřte jednorázově s maximální přesností výšku h_0 hladiny kapaliny v tomto rezervoáru. Vzhledem k zanedbatelnému objemu kapaliny, který odpovídá diferencím kapilární elevace Δh_k při opakovaných měřeních, je možné považovat výšku h_0 plošně rozsáhlé hladiny v rezervoáru za neměnnou. Nejistotu změřené hodnoty stanovte z rozlišovací schopnosti katetometru jako systematickou nejistotu typu B.
4. Proveďte pro danou kapalinu deset po sobě jdoucích měření výšky hladiny h_k v kapiláře. Při každém jednotlivém měření nasadte kónické vyústění gumového balónku na hadičku kapiláry, mírně profoukněte (probublá) a mírně nasajte poněkud vyšší sloupec kapaliny. Po odpojení balónku sloupec kapaliny poklesne do rovnovážné elevační polohy, kterou zaměříte dalekohledem katetometru.
5. Nejistotu hodnoty h_k stanovte jako kombinovanou nejistotu.
6. Pro vypočítanou hodnotu povrchového napětí σ stanovte nejistotu užitím Gaussova zákona šíření nejistoty. Hustoty ρ kapalin a gravitační zrychlení g považujte za tabulkové konstanty.



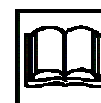
Vyhodnocení měření



- A. Změřte hodnotu povrchového napětí destilované vody.
- B. Změřte hodnotu povrchového napětí lihu.
- C. Stanovte nejistoty obou změřených hodnot.



Literatura



- [1] Halliday, D., Resnick, R. Walker, J.: Fyzika. Vyd. 1., Praha: Vutium a Prometheus, 2001.

- [2] Kopečný, J. a kol.: Fyzikální měření. VŠB TU Ostrava, Ostrava, 1967.
- [3] Chudý, V., Palenčár, R., Kureková, E., Halaj, M.: Meranie technických veličín. Slovenská technická univerzita v Bratislavě, 1999.
- [4] Dokument EAL-R2/1997, Český institut pro akreditaci
- [5] Brož, J.: Základy fyzikálních měření. SPN, Praha, 1999.
- [6] Horák, Z.: Praktická fyzika. SNTL, Praha, 1958.

9. MĚŘENÍ - TERMODYNAMIKA

9.1. Měření měrné tepelné kapacity látek elektrickým kalorimetrem



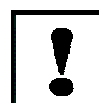
Problém

- A. Změření kapacity kalorimetru (tzv. vodní hodnota) pomocí elektrického ohřevu s měřeným příkonem.
- B. Změření měrné tepelné kapacity hliníku směšovací metodou.
- C. Stanovení nejistot změřených hodnot.



Předpokládané znalosti

1. Základní pojmy a vztahy z termodynamiky.
2. Pojem kapacita kalorimetru.
3. Principy kalorimetrických měření elektrického kalorimetru.
4. Principy kalorimetrických měření směšovacího kalorimetru.



Cíle

1. Seznámit se s funkcí kalorimetru.
2. Seznámit se s aplikací Joule-Lenzova zákona při elektrickém ohřevu kalorimetru.
3. Seznámit se s pojmem tepelná kapacita kalorimetru.
4. Seznámit se s pojmy elektrický kalorimetr a směšovací kalorimetr.
5. Seznámit se s metodou měření měrné tepelné kapacity.



Fyzikální princip měření

Množství tepla ΔQ , způsobující změnu teploty o Δt u látky hmotnosti m je přímo úměrné těmto veličinám s konstantou úměrnosti c zvanou měrná tepelná kapacita,



$$\begin{aligned}\Delta Q &\sim m\Delta t \\ \Delta Q &= cm\Delta t\end{aligned}\tag{1}$$

která podle své definiční rovnice (1) představuje množství tepla, potřebné ke zvýšení teploty 1kg dané látky o 1°C a je jejím materiálovým parametrem.

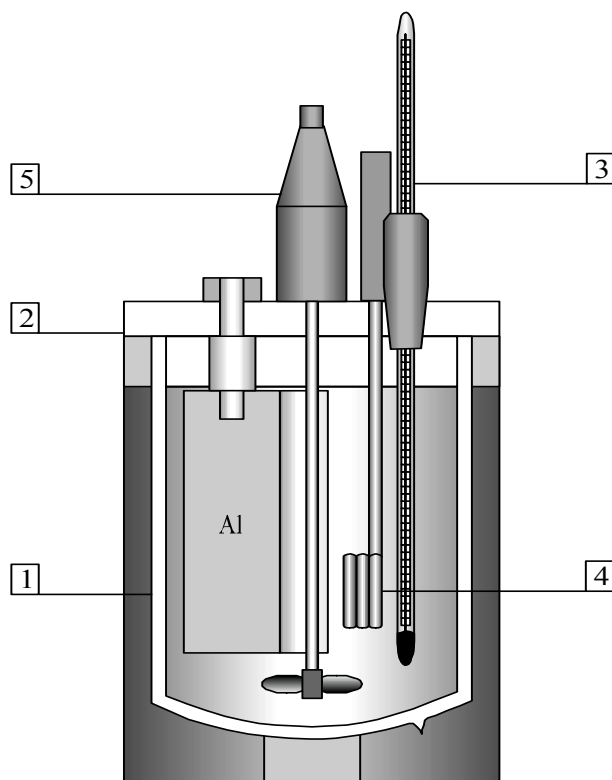
Ve vodním kalorimetru je změna teploty náplně realizována buď příjmem Jouleova tepla vnitřním elektrickým ohřevem (elektrický kalorimetr) které je dáno součinem elektrického příkonu topného tělesa $P[\text{W}] = U[\text{V}] \cdot I[\text{A}]$ a doby ohřevu $\Delta\tau[\text{s}]$,

$$\Delta Q_J = P\Delta\tau \quad (2)$$

nebo příjmem tepla z přidané vody o měrné tepelné kapacitě c_0 , hmotnosti Δm a teplotě t_1 , odlišné od původní teploty náplně. Smícháním přejde celek po ustálení na společnou rovnovážnou teplotu t_2 (směšovací kalorimetr)

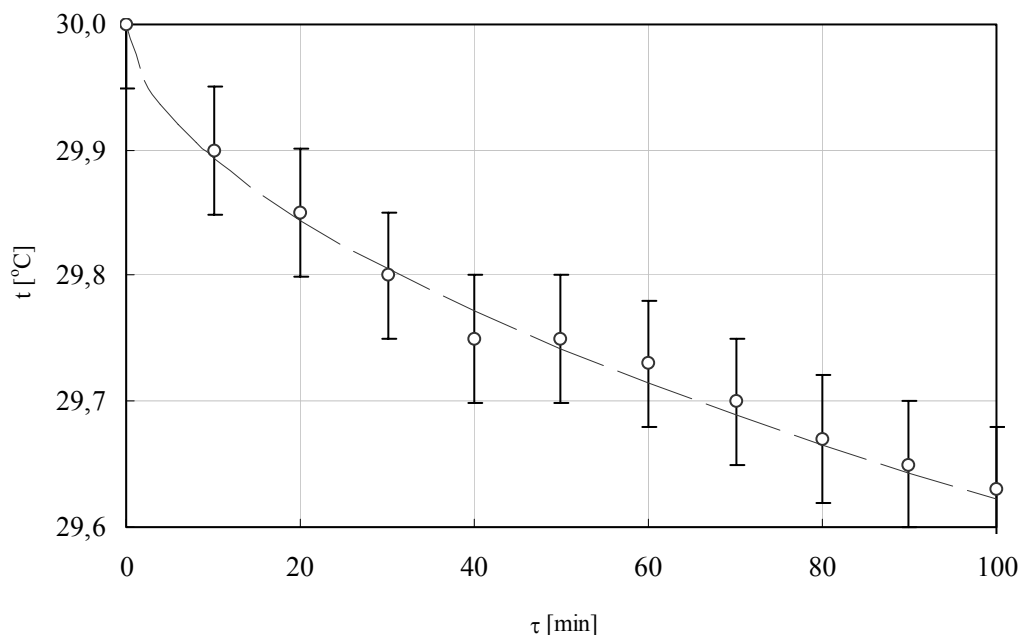
$$\Delta Q_S = \Delta mc_0(t_1 - t_2) \quad (3)$$

Kalorimetr, tvořený kvůli tepelné izolaci náplně od okolí nádobou s dvojitými skleněnými zrcadlovými stěnami [1], mezi nimiž je vakuum, obsahuje mimo tepelně izolovaného víka [2] rovněž přesný teploměr s desetinným dělením [3], vnitřní topný element [4], zajišťující elektrický ohřev a rotační vrtulové míchadlo [5], zajišťující intenzivní vertikální míchání vodní náplně.



obr. 10.1.1

Důležitými parametry kalorimetru jsou jeho tepelná izolace a vlastnost, formálně odpovídající jeho hmotnosti a průměrné měrné tepelné kapacitě vnitřních částí v kontaktu s kapalinou. Tuto vlastnost nazýváme tepelnou kapacitou K kalorimetru. V následujícím grafu je zachycen příklad průběhu chladnutí obsahu plného kalorimetru, užívaného při laboratornímu praktiku, v rozmezí 100 min při teplotě okolí 23°C .



obr. 10.1.2

Je zřejmé, že maximální rychlost chladnutí $0,01^{\circ}\text{C}\text{min}^{-1}$, charakteristická pro oblast nejvyššího teplotního rozdílu ($30^{\circ}\text{C} - 23^{\circ}\text{C}$) a největší tepelný kontakt vodní náplně se stěnami kalorimetru (plný kalorimetr), omezují praktické trvání sledovaných procesů ohřevu, resp. chladnutí na dobu cca 5 min, kdy maximální efekt chladnutí zůstává pod úrovní nejistoty desetinného rozlišení teploměru. Tato doba je díky intenzivnímu míchání s rezervou dodržena u směšovací měření. U elektrického ohřevu je třeba uvážit, že proces probíhá v rozmezí cca 7°C a průměrné tepelné ztráty jsou s ohledem na výše uvedený graf pod úrovní nejistoty desetinného rozlišení po dobu 20 min, kterou použijeme při praktickém měření.

K měření tepelné kapacity K kalorimetru je vhodné užít po dobu $\tau = 20$ min elektrického ohřevu, který je popsán kalorimetrickou rovnicí (viz rovnice (1) a (2))

$$\begin{aligned}\Delta Q &= \Delta Q_J \\ (m_0 c_0 + K)(t - t_0) &= P\tau\end{aligned}\quad (4)$$

kde m_0 a c_0 je hmotnost a měrná tepelná kapacita vody v kalorimetru, t_0 její počáteční teplota a t konečná teplota po uplynutí doby ohřevu τ .

Pro měření měrné tepelné kapacity c neznámé pevné látky o hmotnosti m je mimo elektrického ohřevu výhodné použití stejného kalorimetru ve směšovací režimu, který popisuje směšovací kalorimetrická rovnice (viz rovnice (1) a (3))

$$\begin{aligned}\Delta Q &= \Delta Q_S \\ (mc + m_0 c_0 + K)(t_1 - t_2) &= \Delta m c_0 (t_2 - t_3)\end{aligned}\quad (5)$$

Jde o popis výsledného stavu tepelné rovnováhy v kalorimetru, jehož původní vnitřní teplota t_1 se po přidání vody o hmotnosti Δm a teplotě t_3 ustálí na rovnovážné teplotě t_2 , ležící mezi t_1 a t_3 .



Metoda měření

Měření měrné tepelné kapacity neznámé pevné látky (v našem případě hliníku Al) představuje postupné využití obou výše uvedených rovnic (4) a (5). Eliminací dvojčlenů $(m_0 c_0 + K)$ v obou kalorimetrických rovnicích dostáváme výsledný vzorec pro výpočet měrné tepelné kapacity c :

$$c = \frac{\Delta m c_0 (t_2 - t_3)}{m (t_1 - t_2)} - \frac{P\tau}{m (t - t_0)}\quad (6)$$

Veličiny :

P [W] = U [V] · I [A] - příkon elektrického topného tělesa

τ [s] - doba elektrického ohřevu

m [kg] - hmotnost měřeného pevného vzorku

Δm [kg] - hmotnost přidané vody s teplotou t_3

$c_0 = 4186,7 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ - měrná tepelná kapacita vody

t_0 [°C] - teplota vody, temperované na teplotu okolí

$t [^{\circ}\text{C}]$ - ustálená (maximální) teplota vody, po elektrickém ohřevu

$t_1 [^{\circ}\text{C}]$ - vnitřní teplota kalorimetru, ustálená po vložení měřeného vzorku hmotnosti m

$t_3 [^{\circ}\text{C}]$ - teplota dodatečné vody hmotnosti Δm

$t_2 [^{\circ}\text{C}]$ - vnitřní teplota kalorimetru, ustálená po přidání dodatečné hmotnosti vody Δm o teplotě t_3

Z uvedeného vzorce je zřejmé, že výpočet (6) není přímo závislý na hmotnosti m_0 základní vodní náplně a kapacitě K kalorimetru. Informace o obou těchto veličinách je implicitně obsažena v experimentálních údajích o elektrickém ohřevu $t_0 \rightarrow t$ v první fázi měření. Směrodatným principem při volbě základní hmotnosti m_0 je podmínka dostatečně rychlého přestupu tepla mezi topným tělesem, vodní náplní a měřeným pevným vzorkem. Tato podmínka je dobře zajištěna intenzivním mícháním, dostatečnou přestupní plochou obou pevných objektů s vodní náplní a jejich vysokou tepelnou vodivostí.

Praktické zkušenosti s kalorimetrem užívaným při laboratorním praktiku ukazují na minimální hmotnost

$$m_0 = 0,7\text{kg} \quad (7)$$

při které jsou výše uvedené podmínky s ohledem na změřenou rychlost samovolného chladnutí dobře splněny a vliv rozdílu v kontaktu vody se stěnou kalorimetru při $m_0 = 0,7\text{kg}$ a 1kg vede k relativní nejistotě $\delta_K = 1,2\%$ změřené kapacity $K = 540\text{JK}^{-1}$.

Přístroje

1. elektrický kalorimetr v tepelně izolované nádobě s nezávislým topným tělesem a míchadlem
2. elektrický wattmetr (pro stejnosměrné napájení voltmetr a ampérmetr)
3. rtuťový teploměr s desetinným dělením
4. skleněný odměrný válec 1l
5. skleněný zásobník vody temperované na teplotu laboratoře



Postup měření



1. V první fázi experimentu měření tepelné kapacity K kalorimetru nalijte ze zásobníku do kalorimetru $0,7\text{dm}^3$ vody ($m_0 = 0,7\text{kg}$), temperované na teplotu laboratoře.
2. Zapněte míchadlo a před uzavřením kalorimetru izolačním víkem s teploměrem (bez hliníkového vzorku) se vizuálně přesvědčte, že se míchadlo skutečně otáčí!
3. Změřte teploměrem s přesností $\pm 0,05^\circ\text{C}$ počáteční temperovanou teplotu vody t_0 .
4. Zapněte elektrický ohřev a v průběhu jeho trvání po dobu $\tau = 1200\text{s}$ zaznamenejte deset hodnot výkonu $\{P_1, P_2, \dots, P_{10}\}$ na konci každé druhé minuty. Z těchto údajů vypočítejte střední hodnotu výkonu P a příslušnou statistickou nejistotu u_P .
5. Ve druhé fázi experimentu sejměte izolační víko, vyjměte skleněný teploměr, a upevněte otvorem zespodu víka silonový držák s hliníkovým vzorkem hmotnosti $m = (0,638 \pm 0,001)\text{kg}$.
6. Po opětovném zasunutí teploměru a uzavření kalorimetru sledujte údaj na teploměru až do ustálené hodnoty t_1 , která se nemění rychleji než rychlost přirozeného chladnutí $0,01^\circ\text{C min}^{-1}$ (tehdy jsou teploty lázně a vzorku vyrovnány).
7. Následně opět vyjmeme teploměr a přilijte otvorem pro teploměr $0,1\text{dm}^3$ dodatečné studené vody z vodovodu ($\Delta m = 0,1\text{kg}$) o pokud možno nejnížší teplotě t_3 !
8. Po opětovném zasunutí teploměru do otvoru sledujte teplotu až do ustálené hodnoty t_2 , která se nemění rychleji než rychlost přirozeného chladnutí $0,01^\circ\text{C min}^{-1}$.
9. Naměřené hodnoty dosadte do vzorce (6) pro výpočet měrné tepelné kapacity c .



Vyhodnocení měření

- A. Pomocí elektrického ohřevu změřte tepelnou kapacitu K kalorimetru (viz rovnice (4)).
- B. Ve směřovacím režimu stejného kalorimetru změřte měrnou tepelnou kapacitu c hliníku Al a srovnajte její velikost s tabelovanou hodnotou $c_{Al} = 896\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$.
- C. Aplikací Gaussova zákona šíření nejistot v nepřímých měřeních na (6) stanovte nejistotu změřené měrné tepelné kapacity c hliníku Al a ověřte zda příslušná tabelovaná hodnota leží ve vámi stanoveném intervalu nejistot $c_{Al} \in \langle c - u_c, c + u_c \rangle$.



Literatura

- [1] Halliday, D., Resnick, R. Walker, J.: Fyzika. Vyd. 1., Praha: Vutium a Prometheus, 2001.

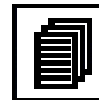


-
- [2] Kopečný, J. a kol.: Fyzikální měření. VŠB TU Ostrava, Ostrava, 1967.
- [3] Chudý, V., Palenčár, R., Kureková, E., Halaj, M.: Meranie technických veličín. Slovenská technická univerzita v Bratislavě, 1999.
- [4] Dokument EAL-R2/1997, Český institut pro akreditaci
- [5] Brož, J.: Základy fyzikálních měření. SPN, Praha, 1999.
- [6] Horák, Z.: Praktická fyzika. SNTL, Praha, 1958.

9.2. Měření koeficientu tepelné vodivosti



Fyzikální princip měření



Vedení tepla (u pevných látek kondukce, u kapalin konvekce a u plynů radiace) je velmi složitý fyzikální děj. Proto jsou přesná tepelná měření obtížně proveditelná, protože neexistují (na rozdíl od vedení elektrického proudu) dokonalé tepelné izolátory, které by zamezily zcela úniku tepla do okolí.

Uvažujeme tedy pouze idealizovaný průchod tepla vrstvou látky, tj. deskou z příslušné stavební hmoty. Tato čtvercová deska je ohraničena dvěma rovnoběžnými rovinnými plochami, jejichž rozměry jsou relativně velké oproti jejich vzdálenosti, tj. tloušťce vrstvy d . Desku vložíme do kalorimetrické komory a dolní stěnu ohříváme (viz postup práce). Po dostatečně dlouhé době (v našem konkrétním případě např. až min) se dostaví rovnovážný stav, kdy se ustálí teplotní stav mezi měřenými stěnami.

Soulad empirie a experimentu historicky prokázaly, že pro množství tepla Q , které projde plochou S za dobu τ , platí kvantitativně Fourierův vztah

$$Q = \lambda \cdot \frac{S}{d} \cdot \Delta t \cdot \tau, \quad (8)$$

ve kterém se vyskytují fyzikální veličiny

λ součinitel tepelné vodivosti [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$],

S plocha desky [m^2],

d tloušťka desky [m],

Δt diference mezi teplotami dolní a horní stěny desky [$^{\circ}\text{C}$, ev. K],

τ doba ohřevu [s].

Konstanta λ se nazývá součinitel tepelné vodivosti. Udává množství tepla, které projde při teplotním rozdílu $\Delta t = 1$ stupeň [$^{\circ}\text{C}$, ev. K] za dobu 1s jednotkovým průřezem 1m^2 o tloušťce 1m. Jednotkou λ je [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]. Protože je tento součinitel závislý na teplotě, udává se v

matematicko -fyzikálních tabulkách (MFChT), nejlépe v tabulkách termodynamických (TDT) pro konkrétní teplotu a hustotu.

Tepelnou vodivost látek vysvětlujeme podle kinetické teorie. U izolantů narážejí rychle se pohybující molekuly ohřevné látky na molekuly izolátoru, a tím zvětšují jejich pohyb a energii, tj. látka izolantu se zahřívá. Rychleji se pohybující molekuly zvyšují svými nárazy rychlost, a tím i teplotu sousedních molekul, rychlejší pohyb molekul se tak přenáší na molekuly další. Molekuly přitom neopouštějí místa svých rovnovážných poloh, tepelného proudění se nezúčastní. Proudí jen energie, ne však látka. Proudění energie je pomalé, izolant klasifikujeme jako špatný vodič tepla.

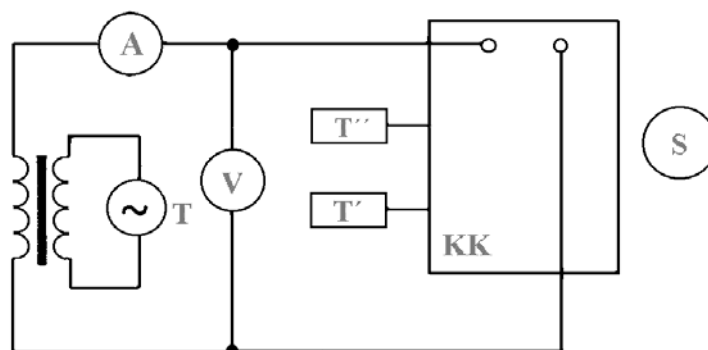
U kovů jsou vedle kmitajících atomů (iontů) ještě volné elektrony, které se mohou pohybovat velkými rychlostmi (řádově $100\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$) celým vodičem. Tím přispívají podstatně k přenášení energie (jednosměrně!) z teplejšího místa na studenější, tj. ke zvýšení tepelné vodivosti. Protože tytéž elektrony způsobují také elektrickou vodivost kovů, lze očekávat určitou souvislost obou jevů. Tuto souvislost vyjadřuje zákon Wiedemannův-Franckův : „Poměr tepelné vodivosti a elektrické vodivosti je u kovů přibližně stálý (obě vodivosti jsou úměrné hustotě volných elektronů). Lepší vodič tepla je tedy i lepším vodičem elektrického proudu, nejlepší vodič proudu je zároveň i nejlepším vodičem tepla.“

Nejkvalitnějšími vodiči tepla jsou kovy, mezi nimi na prvním místě stříbro a měď. Nekovové látky jsou značně méně vodivé. Mezi velmi špatné vodiče patří např. porcelán, slída a různé látky umělé. Protože nejhoršími vodiči jsou plyny, tak všechny pórovité a sypké látky, uzavírající v sobě mnoho vzduchu (plst', koberce, vlna, peří, bavlna, tkaniny, suché dřevo, cihla, dřevěné piliny, písek, popel aj.) jsou dobrými tepelnými izolátory. Užívá se jich z toho důvodu k tepelné izolaci, tj. k udržení vysoké nebo nízké teploty.

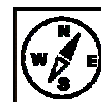
Seznam pomůcek

Kalorimetrická komora KK, sada stavebních hmot (čtvercových desek), T transformátor 2-12V, multimetry V (voltmetr) + A (ampérmetr) 2ks, digitální teploměry T' + T'' s teplotními čidly 2ks, stopky S, vodiče 5ks, háček, posuvné měřidlo.

Schéma zapojení



Postup měření



V našem případě se ohřev měřených desek děje prostřednictvím kalorimetrické komory. Ohřev se realizuje elektrickým proudem, který je přiváděn do desky s ohřevnými rezistory (horizontálně umístěné na dně kalorimetrické komory). Na této desce je položen chladič (žebry vzhůru), který zajišťuje rovnoměrný ohřev dalších přiložených desek. Desky a teplotní čidla můžeme klást do nitra kalorimetrické komory v pořadí :

1. první modrou plastovou desku,
2. první teplotní čidlo, které vsuneme otvorem kalorimetrické komory do drážky (při pohledu shora do nitra kalorimetrické komory zleva shora) na dolní stěně dané měřené desky,
3. přiložíme pevně! měřenou desku,
4. druhé teplotní čidlo, které vsuneme opět otvorem kalorimetrické komory do drážky (při pohledu shora do nitra kalorimetrické komory zleva zdola) na horní stěně dané měřené desky,
5. druhou modrou plastovou desku,
6. kovovou desku (s jednou bílou stěnou, označené modrými pruhy),
7. pěnovou (polystyrénovou) desku,
8. kameninovou desku.

Při manipulaci s deskami (především při vyjmutí z kalorimetrické komory, ve které desky doléhají poměrně těsně svými okraji ke stěnám) si pomáháme kovovým háčkem s očkem na prst.

Výše popsaným způsobem připravenou kalorimetrickou komoru počneme ohřívat proudem ze sítě, a to za kontinuálního měření času stopkami. Napětí je možné upravit transformátorem na 2V až 12V, nicméně volíme z časových důvodů napětí a tudíž i ohřevný proud za daných podmínek nejvýše možné. Čas laboratorní práce je omezen (90 min). Transformátor s kalorimetrickou komorou a první multimetr jsou spojeny do série. Tento multimetr nastavíme jako ampérmetr na maximální rozsah střídavého proudu. Ke kalorimetrické komoře pak paralelně připojíme druhý multimetr. Tento multimetr nastavíme jako voltmetr na maximální rozsah střídavého napětí. (Např. ve výše jmenovaném případě uspořádání kalorimetrické komory a při nastavení maximálního odběru napětí z transformátoru vykazuje ampérmetr proud 1,8A a voltmetr napětí 11,95V). Podle velikosti součinu proudu a napětí usuzujeme na velikost elektrického příkonu. Příkon realizovaný kontinuálně po dobu τ představuje teplo kalorimetrické komoře dodané. Teplo kalorimetrickou komorou vydané se skládá z Q tepla vedeného měřenou deskou a K tepla vedeného deskami ostatními. Kromě ohřevu použitých desek se však zahřívá i kalorimetr sám o sobě a nějaké teplo rovněž uniká do vnějšího prostředí (tepelné ztráty).

Princip laboratorní úlohy spočívá v komparaci dvou měření, realizovaných za srovnatelných podmínek. Jde o měření ohřevu desky se známým součinitelem tepelné vodivosti (je třeba si vybrat desku ze známého materiálu, jejíž λ_1 je uvedeno v MFChT, resp. v TDT) a měření ohřevu zkoumané desky (jejíž λ_2 měříme a neznáme). Abychom kvantitativně mohli „srovnávat srovnatelné“, musí být všechny navozené podmínky obou měření přísně stejné! Tzn. : v obou případech ohříváme stejným proudem I a za stejného napětí U . Účinnost η téže kalorimetrické komory s tímtež uspořádáním desek uvažujeme rovněž v obou případech za srovnatelnou. V obou případech ohříváme stejnou dobu (např. $\tau = 25$ min). V obou případech pak musíme rovněž důsledně dodržet stejné uložení vybraných desek.

$$U \cdot I \cdot \tau \cdot \eta = \lambda_1 \cdot \frac{S}{d_1} \cdot \Delta t_1 \cdot \tau + K \wedge U \cdot I \cdot \tau \cdot \eta = \lambda_2 \cdot \frac{S}{d_2} \cdot \Delta t_2 \cdot \tau + K \Rightarrow$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 \cdot \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} \cdot \frac{d_2}{d_1}$$

=====

I. Měření teplot stěn při ohřevu desky ze známého materiálu**II. Měření teplot stěn při ohřevu desky z neznámého materiálu**

Výsledky měření zapisujeme do předem připravených tabulek.

Podle tabulkových výsledků zakreslíme graf **časového rozvinutí teplot dolní a horní stěny ohřivaných desek**. Srovnáme průběhy obou grafů. Z výsledků grafů I. a poté II. měření můžeme aproximativně odhadnout časové rozvinutí změny teplotní difference i pro delší časový interval, po který jsme eventuálně už nestihli úlohu doměřit.

**Vyhodnocení nejistoty měření**

Nejistotu měření σ_λ součinitele tepelné vodivosti $\lambda_{2\text{CELK}}$ vyhodnotíme zjednodušeně, a to bez ohledu na soustavnou (systematickou) standardní nejistotu typu B (danou především nejistotami měřicích přístrojů). Jde o postupná měření, kdy žádnou z měřených, dílčích hodnot teploty neměříme opakovaně, pouze jednorázově. Jelikož jako výsledek měření očekáváme konstantu, můžeme u posledních 30-ti měření (z celkově 75-ti provedených) vyhodnotit náhodnou (nahodilou) nejistotu typu A (mající pravděpodobnostně statistický charakter).

$$\lambda_{2\text{CELK}} = (\bar{\lambda}_2 \pm \sigma_\lambda) [\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}]$$

$$\bar{\lambda}_2 = \frac{\lambda_{2,46} + \lambda_{2,47} + \dots + \lambda_{2,75}}{30}$$

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\frac{\sum_{n=46}^{75} (\Delta\lambda_{2,n})^2}{30 \cdot (30 - 1)}} \quad (10)$$

Závěr

Poznámky k měření :

1. Jelikož během relativně krátkodobého měření nedochází k významnému kolísání proudu a napětí, je možné tyto hodnoty pouze zapsat jednorázově a průběžně kontrolovat na voltmetru a ampérmetru (napětí je odebíráno ze sítě a transformováno bez stabilizace).

2. Geometrické rozměry desek jsou normované (0,15 x 0,15 x 0,01 m), proto je můžeme považovat za konstanty, aniž bychom je měřili posuvným měřidlem a vyhodnocovali nejistoty

těchto měření. Nicméně provedeme alespoň kontrolu, především pro tloušťku zvolené, neznámé desky.

3. Časové intervaly (ekvidistantní, nejlépe 20-tisekundové) odečítáme pomocí stopek a zapisujeme jako bezprostředně na sebe navazující do připravených tabulek. S ohledem na tepelnou kapacitu kalorimetrické komory s jejím příslušenstvím vyhodnocujeme λ v rámci II. měření, a to až po cca 15-ti min, tedy po odečtu prvních 45-ti teplot.

4. Dvě teploty snímané teplotními sondami odečítáme z digitálních teploměrů jako přímé měření. Teplotní diferenci mezi oběma vzájemně si odpovídajícími teplotami určujeme výpočtem jako měření nepřímé. Protože hodnoty teplot během měření nejen průběžně rostou, ale i současně mírně oscilují (na 1. desetinném místě teplotního stupně), volíme pro odečet cca v rámci intervalu 5s hodnotu střední.

5. Pokud teploměry nevykazují na počátku měření stejné teploty, je třeba je zkalibrovat. V případě, že tak z časových důvodů neučiníme, musíme opět důsledně dodržet stejné umístění teploměrů. Ten teploměr, který měřil teplotu dolní stěny během I. měření musí být opět použit k měření teploty dolní stěny desky během II. měření.

6. Nevýhodou všech přesných tepelných měření je určitá „tepelná setrvačnost“ ohřívaného materiálu. K realizaci II. měření nemůžeme proto přistoupit ihned po skončení I. měření. Kalorimetrická komora s veškerým příslušenstvím je totiž už zahřátá. Abychom skutečně důsledně dodrželi požadované stejné podmínky obou měření, je třeba, abychom minimálně tentýž časový interval, během kterého jsme prováděli I. měření (25min), věnovali ochladnutí. Transformátor je třeba vypnout, příslušenství kalorimetrické komory včetně chladiče vyjmout a rozložit volně po pracovním stole na cca dalších 25 min.

7. Navrhovaná metoda měření je tzv. metodou komparativní (srovnávací). Jde o relativní metodu, která umožňuje srovnávat měřenou veličinu s jinou veličinou stejného druhu a udává tak poměr veličin téhož druhu. Rigorózní podmínkou přesnosti této metody je volba přesně známé hodnoty srovnávací veličiny v určitých jednotkách. V našem případě je přesnost měření prakticky závislá na tom, zda srovnávací deska, kterou vybereme, je skutečně vyrobena z nám známého materiálu. Pokud např. zvolíme azbest, v MFChT se uvádí, že jeho součinitel tepelné vodivosti $\lambda = 0,12 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, a to za pokojové teploty. V TDT je materiál azbestu rozčleněn na neuspořádaný vláknitý azbest, azbestový papír, azbestovou vatu a azbestové desky. Dále je třeba si uvědomit, že tento materiálový součinitel je mírně teplotně

závislý, avšak při vyhodnocování výsledků měření s ním zacházíme jako s konstantou. Teplota desky by se tedy při ohřevu neměla zvýšit řádově významně (např. z pokojové teploty 20⁰C až na 200⁰C).



Literatura



- [7] Halliday, D., Resnick, R. Walker, J.: Fyzika. Vyd. 1., Praha: Vutium a Prometheus, 2001.
- [8] Kopečný, J. a kol.: Fyzikální měření. VŠB TU Ostrava, Ostrava, 1967.
- [9] Chudý, V., Palenčár, R., Kureková, E., Halaj, M.: Meranie technických veličín. Slovenská technická univerzita v Bratislavě, 1999.
- [10] Dokument EAL-R2/1997, Český institut pro akreditaci
- [11] Brož, J.: Základy fyzikálních měření. SPN, Praha, 1999.
- Horák, Z.: Praktická fyzika. SNTL, Praha, 1958.

10. MĚŘENÍ - ELEKTRINA A MAGNETISMUS

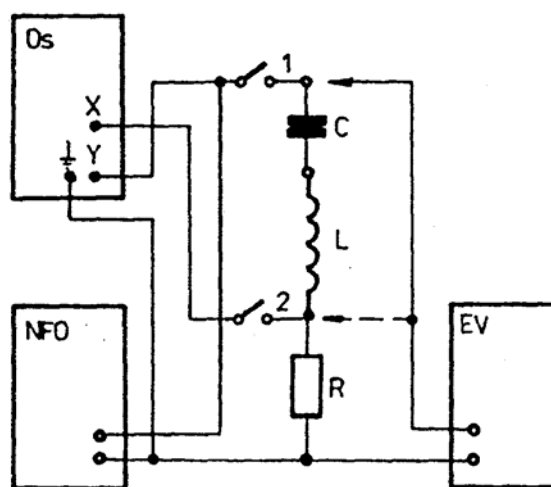
10.1. Měření charakteristik obvodu RLC

Fyzikální princip měření

RLC obvod, nazvaný podle obvyklých fyzikálních značek pro odpor, indukčnost a kapacitu, což jsou fyzikální veličiny charakterizující rezistor, cívku a kondenzátor, je v praxi používán zejména pro ladění frekvencí. Ztráty střídavého napětí procházejícího tímto obvodem jsou totiž určeny nejen odporem rezistoru, ale zejména vztahem frekvence přiváděného signálu k vlastní (tzv. rezonanční) frekvenci obvodu. Tuto frekvenci je možno stanovit z Thompsonova vztahu:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (1)$$

Amplituda a fáze nucených kmitů v elektrickém kmitavém RLC obvodu se zdrojem střídavého napětí úhlové frekvence ω totiž závisí na této frekvenci. Grafickým znázorněním těchto závislostí je rezonanční křivka (případně útlumová charakteristika) a fázová charakteristika kmitavého obvodu. Tyto charakteristiky se experimentálně určují pomocí skládání dvou napětí, která jsou přivedena na vzájemně kolmé páry vychylovacích destiček osciloskopu (jedná se o napětí na odporu R a napětí na celém obvodu RLC , jak je to znázorněno ve schématu obvodu (obr. 1). Podle jejich průběhu můžeme rozhodovat o aplikaci daného obvodu v praxi.



Obr. 1. Schéma RLC obvodu s naznačeným měřením napětí: bod 1 - napětí na celém obvodu, bod 2 - napětí na odporu. NFO - vnější oscilátor (generátor) dodávající do obvodu střídavé napětí určité frekvence (laditelný), Os - osciloskop, EV - voltmetr pro měření střídavého napětí



Pro pochopení chování proudu a napětí v obvodech se střídavými proudy je možno využít tzv. fázorový diagram. Ten je společně se zjednodušeným schématem RLC obvodu znázorněn na obr. 2. Určíme-li z fázorového diagramu velikost fázoru U_m pomocí Pythagorovy věty, platí:

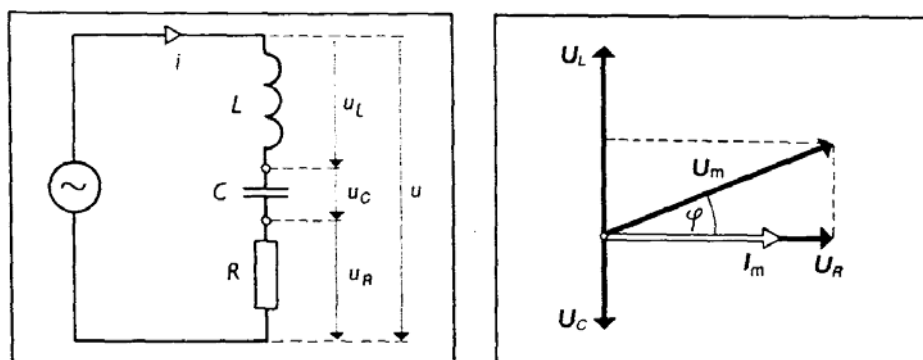
$$U_m = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \quad (2)$$

Protože proud procházející obvodem ze sériově řazených prvků je na všech prvcích stejný, platí vztah (3)

$$U_m = I_m^2 \left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right] \quad (3)$$

Celý obvod je tedy možno charakterizovat jediným parametrem, který nazýváme impedance Z , a skládá se z odporu R , který mění elektrickou energii v teplo a reaktance X , která mění elektromagnetickou energii v energii elektrického a magnetického pole. Platí pro ni vztah (4).

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (4)$$

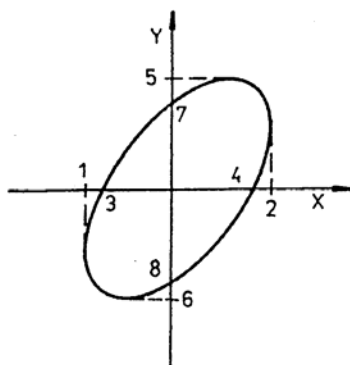


Obr. 2. Zjednodušené schéma RLC obvodu (vlevo) a fázorový diagram obvodu (vpravo)

Cílem seznámení se s vlastnostmi RLC obvodu je uvědomit si některé základní fyzikální skutečnosti. Jednou z nich je fakt, že fázový posun mezi amplitudami střídavého napětí a proudu je nulový v případě, že přiváděná frekvence je shodná s vlastní (tedy rezonanční) frekvencí obvodu určenou vztahem (1). V tomto případě je reaktance nulová. Pokud se frekvence liší, je mezi napětím a proudem v obvodu fázový posuv, který vyvolává ztráty energie. Tento fázový posuv je možno určit buď teoreticky ze vztahu (5) nebo experimentálně.

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (5)$$

Při experimentálním určení fázové charakteristiky měříme parametry Lissajouseva obrazce pro poměr frekvencí 1 : 1, který vzniká na stínítku osciloskopu jako grafický výsledek skládání kmitů elektrického napětí přiváděného na osciloskop ze dvou bodů obvodu (viz obr 1). Pokud je frekvence přiváděného signálu stejná, jako vlastní frekvence obvodu, je průmětem úsečka a fázový posun mezi napětím a proudem v obvodu je roven nule. Přivádíme-li signál, jehož frekvence se od vlastní frekvence obvodu liší, je průmětem elipsa (případně kružnice). Fázový posun je pak určen z naměřených hodnot podle vztahu (6). Hodnoty veličin x , x_0 , y , y_0 jsou zjištěny odečtením příslušných vzdáleností přímo na stínítku osciloskopu podle obr. 3.



Obr. 3. Popis vzdáleností v elipse vzniklé na stínítku osciloskopu: $x_0 - 12$, $x - 34$, $y_0 - 56$, $y - 78$

$$\varphi = \arcsin \frac{1}{2} \left(\frac{x}{x_0} + \frac{y}{y_0} \right) \quad (6)$$



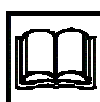
Druhou základní charakteristikou RLC obvodu je útlumová (rezonanční) křivka, která nám ukazuje míru tlumení signálu procházejícího obvodem v závislosti na frekvenci tohoto signálu. Útlum se stanovuje pro intenzitu energie a vyjadřuje se v jednotkách zvaných decibel (dB). Znalost vztahů mezi parametry obvodu a strmostí útlumové křivky, která se podobá parabole s vrcholem ležícím na frekvenční ose v bodě rezonanční frekvence a je rozevřena do záporných hodnot, umožňuje konstruovat správně citlivé přijímače. Útlumovou charakteristiku obvodu je možno experimentálně určit pomocí vztahu (7) z hodnot napětí měřených na odporu, pokud je zajištěno, že napětí na celém RLC obvodu je stále stejné.



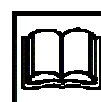
$$A(f) = 20 \log \frac{u_R(f)}{u_R(f_r)} \quad (7)$$

$A(f)$ je útlum při frekvenci f , $u_R(f)$ je napětí změřené na rezistoru s odporem R při frekvenci f a $u_R(f_r)$ je napětí změřené na rezistoru s odporem R při rezonanční frekvenci f_r .

RLC obvod je možno využít také pro měřicí účely. Naladíme-li totiž při známé hodnotě kapacity kondenzátoru C rezonanční frekvenci f_r a tu zaznamenáme, můžeme z Thompsonova vztahu (1) určit velikost indukčnosti L použité cívky. Součástí studia vlastností RLC obvodu je také určení indukčnosti cívky, když je do ní vloženo železné či feritové jádro.



Literatura



- [1] Halliday, D., Resnick, R., Walker, J.: Fyzika. Vyd. 1., Praha: Vutium a Prometheus, 2001.
- [2] Kopečný, J. a kol.: Fyzikální měření. VŠB TU Ostrava, Ostrava, 1967.
- [3] Chudý, V., Palenčár, R., Kureková, E., Halaj, M.: Meranie technických veličín. Slovenská technická univerzita v Bratislavě, 1999.
- [4] Dokument EAL-R2/1997, Český institut pro akreditaci
- [5] Brož, J.: Základy fyzikálních měření. SPN, Praha, 1999.
- [6] Horák, Z.: Praktická fyzika. SNTL, Praha, 1958.

11. MĚŘENÍ – OPTIKA

11.1. Měření vlnové délky světla z ohybu na optické mřížce



Problém

Určit vlnové délky světla z polohy interferenčních maxim vzniklých po průchodu světla optickou mřížkou. Na základě zjištěného spektra identifikovat použitý zdroj.

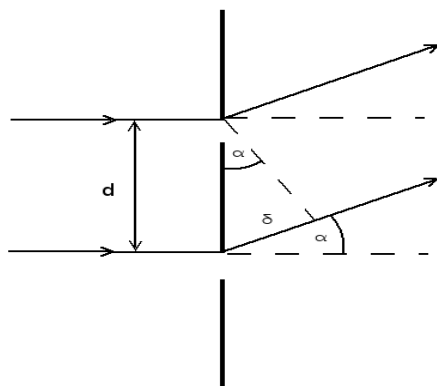


Fyzikální princip měření

Na světlo nebo elektromagnetické záření lze nahlížet dvěma komplementárními pohledy: jako na vlnění, nebo jako na proud částic, fotonů. Vlnovou povahu světla dokládají difrakční (ohybové) a interferenční jevy, s jeho částicovými projevy se můžete setkat například při studiu fotoelektrického jevu. Rozsah vlnových délek viditelných lidským okem je zhruba od 380 nm do 760 nm.



Difrakční mřížka se soustava mnoha rovnoběžných štěrbin, využívá se k rozkladu složeného světla prostřednictvím Fraunhoferovy difrakce. Světlo dopadající na mřížku se průchodem mřížkou ohýbá a paprsky vycházející z jednotlivých štěrbin interferují (skládají se). Tato interference je konstruktivní pouze v určitých směrech, závisících na vlnové délce světla. Takto mřížka rozloží dopadající složené světlo na jednotlivé jeho složky. Tento výsledek je podobný tomu, co můžeme pozorovat při průchodu světla hranolem, ovšem princip jeho vzniku je zcela odlišný. Difrakční mřížky se používají v monochromátorech, spektrometrech, atp.. První mřížky byly vytvářeny mechanickým rytím, vytváření hustých pravidelných mřížek tímto způsobem je technicky poměrně náročné. Později byl vyvinut postup využívající fotolitografie pomocí holografické interferenční šablony. Další způsob výroby difrakční mřížky využívá fotocitlivého gelu uzavřeného mezi dvěma plochami. Po osvětlení pomocí holografické interferenční šablony se zde periodicky moduluje index lomu.



obr. 1

Když rovnoběžný koherentní svazek světla dopadá na difrakční mřížku, každý bod štěrbiny se stává podle Huygensova principu zdrojem sekundárního vlnění, šířícího se všemi směry. Tyto vlny spolu interferují a na stínítku lze pozorovat světlé a tmavé proužky. Lze odvodit, že interferenční maxima se objevují pod úhly α_k , které splňují podmínku

$$\delta = d \cdot \sin \alpha_k = k \cdot \lambda, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

kde δ je rozdíl optických drah paprsků vycházejících ze sousedních štěrbin, d je vzdálenost sousedních štěrbin a λ vlnová délka pozorovaného maxima. Parameter k se nazývá řád maxima.

Platí následující identita:

$$\sin \alpha_k = \frac{\tan \alpha_k}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha_k}}. \quad (2)$$

Je-li b_k vzdálenost k -tého maxima na stínítku od 0-tého maxima a stínítko je ve vzdálenosti a od mřížky, platí (viz obrázek 3):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b_k}{a} \quad (3)$$

Použitím vztahů (1), (2) a (3) dostaneme

$$\lambda = \frac{b_k d}{k \cdot a \sqrt{1 + \left(\frac{b_k}{a}\right)^2}} = \frac{d}{k \sqrt{1 + \left(\frac{a}{b_k}\right)^2}} \quad (4)$$

Spektrální výbojky jsou lampy fungující na principu elektrického výboje, s nízkým tlakem plynové náplně. Protože světlo je emitováno při přechodu atomu z excitované na nižší excitovanou hladinu, nebo do základního stavu, je charakteristické pro daný vzácný plyn nebo kov, který lampa obsahuje.

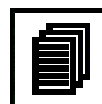


obr. 2



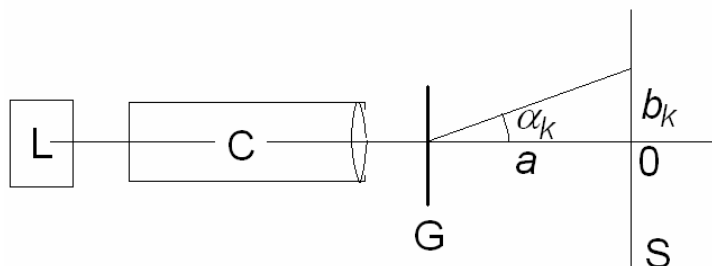
Přístroje

1. Zdroj pro spektrální výbojky
2. Nízkotlaké spektrální výbojky Cd, He, Na, Zn, a Hg, osazené
3. Vysokotlaká spektrální výbojka Hg 80 W, v držáku
4. Difrakční mřížka, 600 vrypů/mm v držáku
5. kolimátor
6. stínítko s stupnicí
7. volně stojící optická lavice trojúhelníkového profilu, 1 m
8. 4 jezdcy k optické lavici
9. metr, 2 m
10. tabulka spekter prvků



Postup měření

Sestava experimentu je zachycena na fotografii 2 a obrázku 3.



obr. 3

- 1) Sestavte systém podle náčrtku 3. L je světelný zdroj, C kolimátor, G mřížka, S stínítko s měřítkem. Optický kolimátor je tvořen na jednom konci regulovatelnou štěrbinou, na druhém konci čočkou, umístěnou tak, aby štěrbina byla v jejím ohnisku. Kolimuje rozbíhavý světelný svazek na rovnoběžný.
- 2) Zapněte výbojku. Plné intenzity záření dosáhne až po několika minutách zahřívání.
- 3) Nastavte kolimátor do takové vzdálenosti od výbojky, abyste uprostřed mřížky dostali intenzivní úzkou světelnou stopu.
- 4) Nastavte stínítko do vhodné polohy, změřte jeho vzdálenost od mřížky a a odečtěte vzdálenosti b_k (jednotlivých maxim od nultého maxima na optické ose) pro všechna maxima, která uvidíte. Hodnoty zapište do tabulky. Zapisujte maxima nalevo i napravo od nultého maxima. Postup můžete případně opakovat pro různé vzdálenosti stínítka od mřížky.
- 5) Ze vztahu (4) určete vlnové délky, pro každou vlnovou délku (barvu) určete její střední hodnotu. Pokuste se pomocí tabulky spekter určit, o jaký zdroj světla se jedná.
- 6) Celé měření zopakujte pro alespoň jeden další světelný zdroj.



Literatura



- [1] Halliday, D., Resnick, R. Walker, J.: Fyzika. Vyd. 1., Praha: Vutium a Prometheus, 2001.
- [2] Kopečný, J. a kol.: Fyzikální měření. VŠB TU Ostrava, Ostrava, 1967.
- [3] Chudý, V., Palenčár, R., Kureková, E., Halaj, M.: Meranie technických veličín. Slovenská technická univerzita v Bratislavě, 1999.
- [4] Dokument EAL-R2/1997, Český institut pro akreditaci
- [5] Brož, J.: Základy fyzikálních měření. SPN, Praha, 1999.
- [6] Horák, Z.: Praktická fyzika. SNTL, Praha, 1958.

12. MĚŘENÍ – ATOMOVÁ FYZIKA

12.1. Měření výstupní práce elektronu při fotoelektrickém jevu



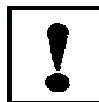
Problém

- A. Změřit voltampérovou charakteristiku ozářené vakuové fotonky v závěrném směru.
- B. Změřit výstupní práci fotoelektronů na fotokatodě vakuové fotonky.



Předpokládané znalosti

1. Základní pojmy a vztahy z atomové fyziky
2. Vlastnosti laseru
3. Základy práce s pikoampérmetrem



Cíle

1. Seznámit se s praktickou aplikací fotoelektrického jevu ve vakuové fotonce
2. Seznámit se tvarem voltampérové charakteristiky vakuové fotonky
3. Změřit výstupní práci elektronu pro materiál fotokatody



Fyzikální princip měření

Jedním ze zásadních příspěvků Alberta Einsteina ke zrodu kvantové teorie je jeho hypotéza fotonu, vedoucí k vysvětlení tzv. fotoelektrického jevu, který klasická Maxwellova teorie elektromagnetického pole nedokázala vysvětlit. Fotoelektrický jev spočívá v emisi elektronů ze světlem ozářeného povrchu materiálu do vakua. V této souvislosti se vžily pojmy fotoemise a fotoelektron. Velmi důležitým rysem jevu je existence tzv. mezní frekvence světla ν_0 , která představuje hranici, pod kterou již jev nenastává. Celková energie ε_ν dopadajícího fotonu s frekvencí $\nu \geq \nu_0$ je při absorpci rozdělena na pevnou složku E_0 , která je charakteristická pouze pro daný materiál a nezávisí na frekvenci fotonu, a na přebytek ve formě kinetické energie fotoelektronu E_e^{kin} .



$$\varepsilon_\nu = E_0 + E_e^{kin} \quad (1)$$

Pevná složka energie E_0 je v podstatě vazbovou energií elektronu v materiálu a tradičně je nazývána výstupní prací s označením A . Při využití Planckova zákona $\varepsilon_\nu = h\nu$, kde

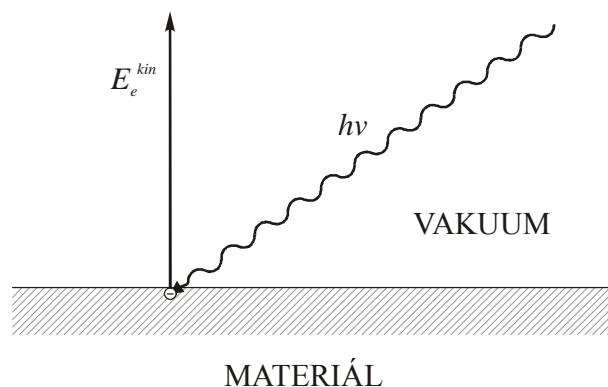
$h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Js, a klasického vztahu pro kinetickou energii nabývá formule (1) známého tvaru Einsteinovy rovnice fotoelektrického jevu.

$$h\nu = A + \frac{1}{2} m_e v_e^2 \quad (2)$$

Uvedená formulace současně vysvětluje, z klasického hlediska Maxwellovy teorie nevysvětlitelnou, existenci mezní frekvence ν_0 . V Einsteinově teorii tato frekvence odpovídá fotonu, který disponuje energií pouze k uvolnění elektronu s nulovou výstupní rychlostí v_e .

$$h\nu_0 = A + \frac{1}{2} m_e \underbrace{v_e^2}_0 = A \quad (3)$$

Pro většinu kovů leží ν_0 v ultrafialové oblasti, pouze pro alkalické kovy leží ve viditelné části spektra. Fotoelektrický jev se prakticky projevuje dvěma způsoby. Vnější fotoefekt schématicky znázorněný na obr. 13.1.1 odpovídá původnímu historickému jevu emise fotoelektronů z povrchu materiálu do vakua.

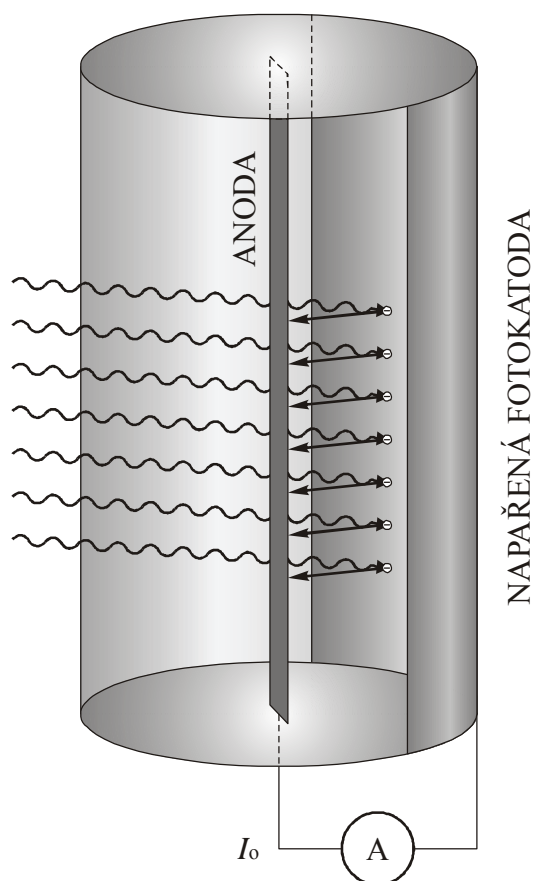


obr 13.1.1

U vnitřního fotoelektrického jevu dochází uvnitř polovodivých materiálů k přechodu valenčního elektronu přes zakázaný energetický pás šířky E_z do vodivostního pásu. Tím dochází prostřednictvím tzv. fotovodivosti ke zvýšení jeho celkové vodivosti, což bylo uplatněno při konstrukci fotorezistorů. Fotoelektron v tomto případě materiál neopouští, šířka

zakázaného pásu E_z je analogií výstupní práce A vnějšího fotoefektu, a elektron s přebytečnou energií přechází do elektronového plynu ve vodivostním pásu.

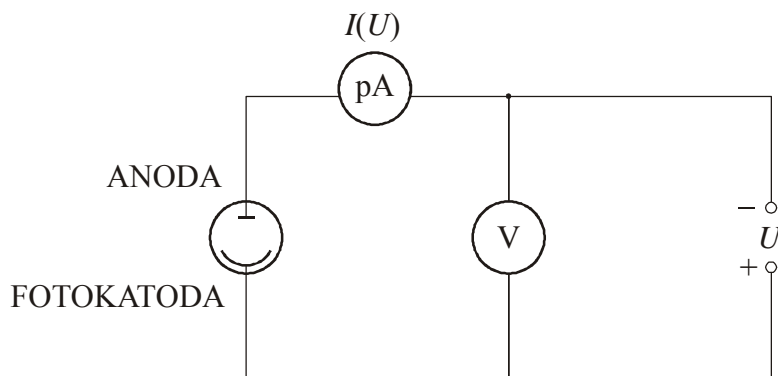
Vnější fotoefekt byl v minulosti prakticky využíván ve vakuových elektronkách zvaných fotonky, které před masivním nástupem polovodičových součástek sloužily jako fotočidla. Jednoduchá konstrukce na obr. 13.1.2 je umístěna do evakuované baňky s fotokatodou (např. selen, telur, CuO, GaAs), napařenou daným materiálem zevnitř na části skleněné stěny. K odvodu fotoelektronů slouží anoda ve formě subtilní kovové elektrody v objemu baňky, která příliš nestíní dopadajícímu světlu. Cylindrické elektrické pole zajišťuje maximální fokusaci fotoelektronů na anodu.



obr.13.1.2

Po ozáření fotonky světlem $\nu \geq \nu_0$, při kterém již nastává fotoefekt, budou emitované fotoelektrony dopadat na anodu a v uzavřeném obvodu poteče vlastní fotoelektrický proud I_0 . Po připojení externího napětí U na anodu může podle jeho polaritý dojít ke dvěma rozdílným případům. Při kladné polaritě anody budou emitované fotoelektrony urychlovány

na vyšší rychlost což způsobí zvýšení elektrického proudu na hodnotu $I_+ > I_0$ procházejícího za těchto podmínek obvodem. Uvedený jev zesílení fotoelektrického proudu byl využíván při aplikaci fotonky jako fotočidla. Při zapojení obr. 13.1.3 se zápornou polaritou anody dochází naopak ke snižování rychlosti fotoelektronů brzděním.



obr. 13.1.3

To způsobuje naopak snížení proudu elektronů na hodnotu $I_- < I_0$. Posledně uvedený jev poklesu proudu lze v praxi využít k měření výstupní práce elektronu příslušného materiálu fotokatody.



Metoda měření

Při závěrném zapojení fotonky s anodou na záporném napětí je původní kinetická energie E_0^{kin} emitovaných fotoelektronů snižena o práci Ue elektrické síly, brzdící náboj elektronu e na dráze mezi fotokatodou a anodou.

$$E^{kin} = E_0^{kin} - Ue \quad (4)$$

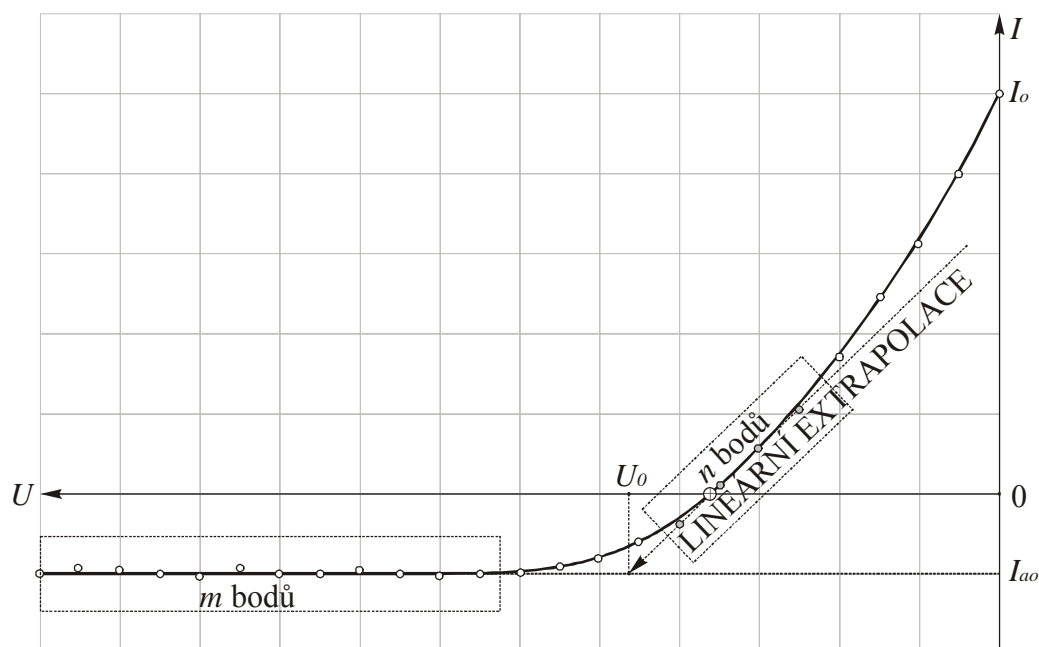
Zvyšováním velikosti záporného napětí U se postupně snižuje průměrná rychlost elektronů a tím také velikost proudu fotoelektronů z fotokatody až do jeho úplné kompenzace při závěrném napětí U_0 : $(U \rightarrow U_0) \Rightarrow (E^{kin} \rightarrow 0) \Rightarrow (I_{fk} \rightarrow 0)$. Celkový proud I v obvodu je však složen ze dvou příspěvků. Mimo dominantního proudu I_{fk} elektronů z fotokatody k anodě vzniká fotoefektem na anodě rovněž slabá fotoemise elektronů. Tyto elektrony jsou však proti předešlému případu urychleny polem k fotokatodě ve formě opačného proudu I_a . Pro celkový elektrický proud obvodem platí jejich superpozice.

$$I = I_{fk} - I_a \quad (5)$$

Podmínka úplné kompenzace dominantního fotoelektrického proudu I_{fk} je splněna v případě kdy celkový proud obvodem tvoří pouze opačný tok z anody.

$$I = -I_a \quad (6)$$

Protože tok elektronů z anody jeví nasycení (od určitého napětí setrvává na konstantní hodnotě I_{ao}), vykazuje voltampérová charakteristika nad úrovní závěrného napětí U_0 plato viz obr. 13.2.4. Protože při hodnotě $I = 0$ nastává pouze situace, kdy proud I_{fk} není ještě zcela kompenzován, ale platí $I_{fk} = I_a$, je třeba závěrné napětí U_0 nalézt extrapolací poklesu voltampérové charakteristiky z bodu $U(0)$ nulového proudu I až na konstantní hladinu $I = -I_{ao}$ (plato). Tehdy je proud fotoelektronů z fotokatody zcela kompenzován brzdnými účinky pole.



Obr. 13.1.4

Hodnotu napětí $U_0 < 0$ lze stanovit graficky konstrukcí průsečíku přímky $I = I_{ao}$, určené m body plató a přímky $I = k(U - U(0))$ lineární extrapolace n bodů v okolí bodu \oplus , který je obrazem $U(0)$. U – souřadnice získaného průsečíku odpovídá hledané hodnotě závěrného napětí U_0 .

(Poznámka: Přesnějšího stanovení hodnoty je možné dosáhnout numerickým výpočtem. Zatímco hodnotu nasyceného proudu I_{ao} získáme snadno jako průměr výběru m měření v oblasti plató $I_{ao} = \langle I \rangle_{(cm)}$, je stanovení parametrů přímky lineární extrapolace z bodu $U(0)$ poněkud složitější. Pro větší jednoduchost hodnotu napětí $U(0)$ pro nulový celkový proud $I = 0$ stanovíme co nejpřesněji experimentálně metodou půlení intervalů napětí a lineární regresi omezíme pouze na stanovení její směrnice k .

$$\overline{U} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I > 0 \} \rightarrow \overline{U - \delta} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I > 0 \} \rightarrow \overline{U - \delta - \delta} \rightarrow \dots\dots\dots \\ I < 0 \} \rightarrow \overline{U - \delta + \delta/2} \rightarrow \dots \end{array} \right. \\ I < 0 \} \rightarrow \overline{U + \delta} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I > 0 \} \rightarrow \overline{U + \delta - \delta/2} \rightarrow \dots \\ I < 0 \} \rightarrow \overline{U + \delta + \delta} \rightarrow \dots\dots\dots \end{array} \right. \end{array} \right\} \rightarrow \overline{U(0)} \quad (7)$$

Je-li provedeno celkem N půlení původně zvoleného kroku napětí δ , pak šířku intervalu nejistoty $\langle U(0) - u_{U(0)}; U(0) + u_{U(0)} \rangle$ výsledné hodnoty $U(0)$ můžeme aproximovat šířkou posledního intervalu půlení $\delta/2^N$, ve kterém změřená hodnota I změnila znaménko.

$$u_{U(0)} \doteq \frac{1}{2} \left(\frac{\delta}{2^N} \right) = \frac{\delta}{2^{N+1}} \quad (8)$$

Lineární regrese výběru n bodů v okolí $U(0)$ poskytuje explicitní formuli pro směrnici k extrapoláčnı́ přímky.

$$k = \frac{\langle I \rangle_{(n)}}{\langle U \rangle_{(n)} + U(0)} \quad (9)$$

Její́m dosazením do regresní rovnice $I = k(U - U(0))$ v bodě (U_0, I_{ao}) získáme přesnějšı́ vztah pro stanovení brzdného napětı́ U_0 .

$$\boxed{U_0 = \langle I \rangle_{(m)} \frac{\langle U \rangle_{(n)} + U(0)}{\langle I \rangle_{(n)}} + U(0)} \quad (10)$$

Protože přímo měřené střední hodnoty $\langle U \rangle_{(n)}$ a $\langle I \rangle_{(n)}$ jsou korelované ($I = I(U)$), bylo by pro výpočet nejistoty u_{U_0} podle (10) třeba použít všeobecného kovariančního zákona šíření nejistoty. Pro zjednodušení měření budeme v rámci laboratorních cvičení považovat obě hodnoty $\langle U \rangle_{(n)}$ a $\langle I \rangle_{(n)}$ za přesné. Ze vztahu (8) a směrodatné odchylky pro střední hodnotu $\langle I \rangle_{(m)}$ lze aplikací Gaussova zákona šíření nejistoty na formuli (10) stanovit nejistotu závěrného napětı́ U_0 . Přesné nalezení závěrného napětı́ fotonky U_0 umožňuje na základě platnosti (4) stanovit velikost počáteční kinetické energie emitovaných fotoelektronů.

$$E_0^{kin} = U_0 e \quad (11)$$

Původní fotoelektrickou rovnicı́ pak můžeme formulovat ve tvaru

$$h\nu = A + U_0 e \quad (12)$$

Ze vztahu (12), znalosti vlnové délky dopadajících fotonů λ a závěrného napětı́ U_0 vyplývá výsledná formule pro stanovení výstupní práce fotoelektronu A .

$$A = h\nu - U_0e = h \frac{c}{\lambda} - U_0e \quad (13)$$

V této souvislosti je třeba upozornit, že popsáním způsobem měříme efektivní hodnotu výstupní práce daného materiálu. Pro čisté kovy přímo odpovídá příslušné výstupní práci. Pro materiály částečně dotované příměsí však dochází k fotoemisi dvou druhů elektronů. Majoritní podíl mají elektrony emitované ze základního pásu kovu s charakteristickou energií, ale jejich tok je doplněn minoritním tokem elektronů emitovaných z příměsových energetických hladin. Tato dvojznačnost může být příčinou deformace voltampérové charakteristiky. Při laboratorních cvičeních budeme pro jednoduchost tento jev ignorovat s vědomím, že změřená výstupní práce představuje pouze efektivní hodnotu.

Přístroje

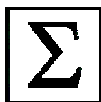
1. vakuová fotonka
2. zdroj monochromatického světla známé vlnové délky/frekvence (LED, laser)
3. jemně regulovatelný zdroj stejnosměrného napětí od $U = 0$
4. přesný pikoampérmetr
5. voltmetr



Postup měření



1. Při zcela vypnutém napětí $U = 0$ napájecího zdroje změřte hodnotu fotoelektrického proudu $I(U) = I(0) = I_0$
2. Po zapojení napájecího zdroje nastavujte napětí na anodě vakuové fotonky postupně na hodnoty $U = -(0,1V; 0,2V; 0,3V; 0,4V; 0,5V; 0,6V; 0,7V; 0,8V; 0,9V; 1,0V)$. Pro každé napětí U , nastavené s maximální přesností, změřte fotoelektrický proud $I(U)$. Pro dosažení maximální přesnosti je třeba nastavit u pikoampérmetru nejvyšší hodnotu časové konstanty přístroje.
3. Z naměřených hodnot sestrojte graf voltampérové charakteristiky $I(U)$ v závěrné oblasti $U \in \langle -1V; 0V \rangle$ za předpokladu, že závěrné napětí U_0 leží uvnitř.
4. Na základě grafu voltampérové charakteristiky nalezněte pomocí lineární extrapolace hodnotu závěrného napětí U_0 .
5. Na základě znalosti vlnové délky λ dopadajícího světla a závěrného napětí U_0 vypočítejte užitím formule (13) efektivní hodnotu výstupní práce elektronu.
6. Za zjednodušujícího předpokladu přesných hodnot h, c, λ a e vypočítejte výslednou nejistotu výstupní práce elektronu A aplikací Gaussova zákona šíření nejistoty.



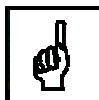
Vyhodnocení měření

- A. Sestrojte graf voltampérové charakteristiky fotonky
- B. Změřte hodnotu výstupní práce elektronu pro materiál fotokatody
- C. Stanovte nejistotu hodnoty výstupní práce elektronu

**Literatura**

- [1] Halliday, D., Resnick, R. Walker, J.: Fyzika. Vyd. 1., Praha: Vutium a Prometheus, 2001.
- [2] Kopečný, J. a kol.: Fyzikální měření. VŠB TU Ostrava, Ostrava, 1967.
- [3] Chudý, V., Palenčár, R., Kureková, E., Halaj, M.: Meranie technických veličín. Slovenská technická univerzita v Bratislavě, 1999.
- [4] Dokument EAL-R2/1997, Český institut pro akreditaci
- [5] Brož, J.: Základy fyzikálních měření. SPN, Praha, 1999.
- [6] Horák, Z.: Praktická fyzika. SNTL, Praha, 1958.

12.2. Měření Planckovy konstanty



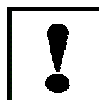
Problém

- A. Změřit závěrná napětí fotonky pro rozdílné vlnové délky monochromatických zdrojů.
- B. Změřit Planckovu konstantu.



Předpokládané znalosti

1. Základní pojmy a vztahy z atomové fyziky
2. Vlastnosti LED
3. Základy práce s pikoampérmetrem



Cíle

1. Seznámit se s praktickou aplikací fotoelektrického jevu ve vakuové fotonce
2. Seznámit se s tvarem voltampérové charakteristiky vakuové fotonky
3. Změřit hodnotu Planckovy konstanty



Fyzikální princip měření

Jedním ze zásadních příspěvků Alberta Einsteina ke zrodu kvantové teorie je jeho hypotéza fotonu, vedoucí k vysvětlení tzv. fotoelektrického jevu, který klasická Maxwellova teorie elektromagnetického pole nedokázala vysvětlit. Fotoelektrický jev spočívá v emisi elektronů ze světlem ozářeného povrchu materiálu do vakua. V této souvislosti se vžily pojmy fotoemise a fotoelektron. Velmi důležitým rysem jevu je existence tzv. mezní frekvence ν_0 , která představuje hranici, pod kterou již jev nenastává. Celková energie ε_ν dopadajícího fotonu s frekvencí ν je při absorpci rozdělena na pevnou složku E_0 , která je charakteristická pouze pro daný materiál a nezávisí na frekvenci fotonu, a na přebytek ve formě kinetické energie fotoelektronu E_e^{kin} .



$$\varepsilon_\nu = E_0 + E_e^{kin} \quad (14)$$

Pevná složka energie E_0 je v podstatě vazbovou energií elektronu v materiálu a tradičně je nazývána výstupní prací s označením A . Při využití Planckova zákona $\varepsilon_\nu = h\nu$, kde

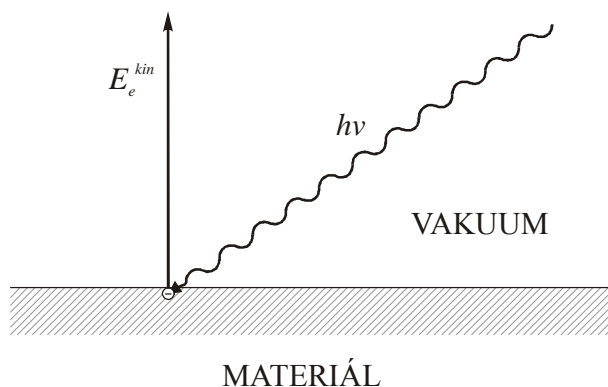
$h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Js, a klasického vztahu pro kinetickou energii nabývá formule (1) známého tvaru Einsteinovy rovnice fotoelektrického jevu.

$$h\nu = A + \frac{1}{2} m_e v_e^2 \quad (15)$$

Uvedená formulace současně vysvětluje z klasického hlediska Maxwellovy teorie nevysvětlitelnou existenci mezní frekvence ν_0 . V Einsteinově teorii tato frekvence odpovídá fotonu, který disponuje energií pouze k uvolnění elektronu s nulovou výstupní rychlostí v_e .

$$h\nu_0 = A + \frac{1}{2} m_e \underbrace{v_e^2}_0 = A \quad (16)$$

Pro většinu kovů leží ν_0 v ultrafialové oblasti, pouze pro alkalické kovy leží ve viditelné části spektra. Fotoelektrický jev se prakticky projevuje dvěma způsoby. Vnější fotoefekt schématicky znázorněný na obr. 13.2.1 odpovídá původnímu historickému jevu emise fotoelektronů z povrchu materiálu do vakua.

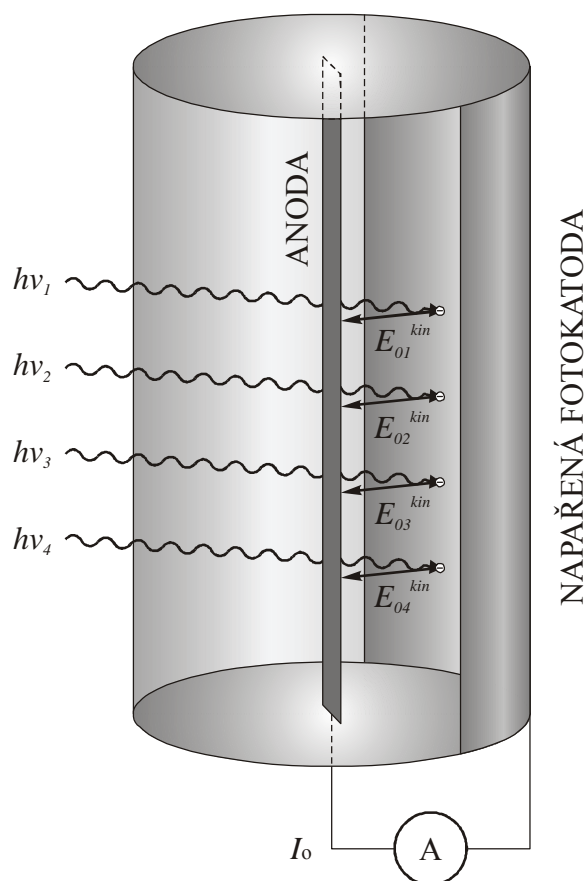


obr 13.2.1

U vnitřního fotoelektrického jevu dochází uvnitř polovodivých materiálů k přechodu valenčního elektronu přes zakázaný energetický pás šířky E_z do vodivostního pásu. Tím dochází prostřednictvím tzv. fotovodivosti ke zvýšení jeho celkové vodivosti, což bylo uplatněno při konstrukci fotorezistorů. Fotoelektron v tomto případě materiál neopouští, šířka

zakázaného pásu E_z je analogií výstupní práce A vnějšího fotoefektu, a elektron s přebytečnou energií přechází do elektronového plynu ve vodivostním pásu.

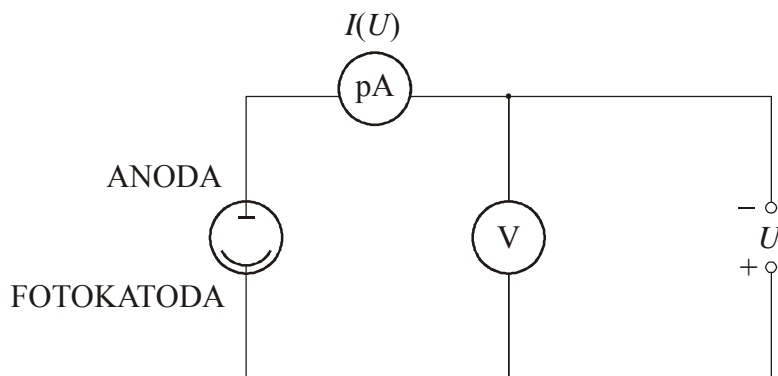
Vnější fotoefekt byl v minulosti prakticky využíván ve vakuových elektronkách zvaných fotonky, které před masivním nástupem polovodičových součástek sloužily jako fotočidla. Jednoduchá konstrukce na obr. 13.2.2 je umístěna do evakuované baňky s fotokatodou (např. selen, telur, CuO, GaAs), napařenou zevnitř na části skleněné stěny. K odvodu fotoelektronů slouží anoda ve formě subtilní kovové elektrody v objemu baňky, která příliš nestíní dopadajícímu světlu. Cylindrické elektrické pole zajišťuje maximální fokusaci fotoelektronů na anodu.



obr.13.2.2

Po ozáření fotonky odděleně světlem vlnové délky $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4$, při kterém již nastává fotoefekt $\nu_i \geq \nu_0$, budou emitované fotoelektrony dopadat na anodu a v uzavřeném obvodu poteče vlastní fotoelektrický proud I_0 . Po připojení externího napětí U na anodu může podle jeho polaritě dojít ke dvěma rozdílným případům. Při kladné polaritě anody budou emitované

fotoelektrony urychlovány na vyšší rychlost což způsobí zvýšení elektrického proudu $I_+ > I_0$ procházejícího za těchto podmínek obvodem. Uvedený jev zesílení fotoelektrického proudu byl využíván při aplikaci fotonky jako fotočidla. Při zapojení obr. 13.2.3 se zápornou polaritou anody dochází naopak ke snižování rychlosti fotoelektronů brzděním.



obr. 13.2.3

To způsobuje naopak snížení proudu elektronů $I_- < I_0$. Posledně uvedený jev poklesu proudu lze v praxi využít k měření výstupní práce elektronu příslušného materiálu fotokatody.



Metoda měření

Při závěrném zapojení fotonky s anodou na záporném napětí a při frekvenci dopadajících fotonů ν_i je původní kinetická energie E_{0i}^{kin} emitovaných fotoelektronů snižena o práci Ue elektrické síly, brzdící náboj elektronu e na dráze mezi fotokatodou a anodou.

$$E_i^{kin} = E_{0i}^{kin} - Ue \quad (17)$$

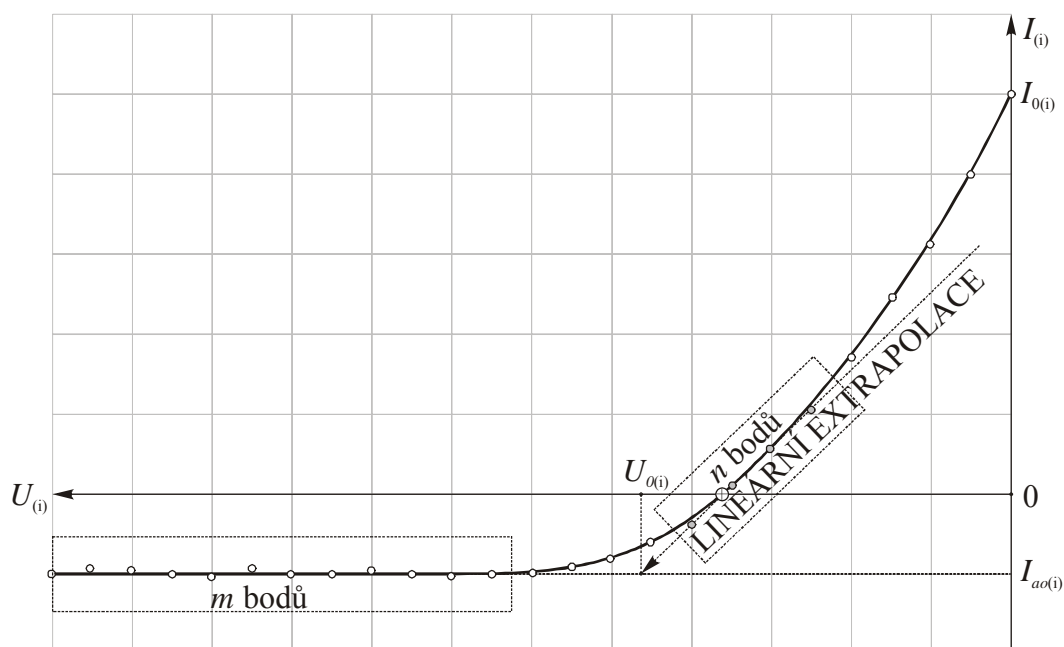
Zvyšováním velikosti záporného napětí U se postupně snižuje průměrná rychlost elektronů a tím také velikost proudu fotoelektronů z fotokatody až do jeho úplné kompenzace při závěrném napětí $U_{0(i)}$: $(U \rightarrow U_{0(i)}) \Rightarrow (E_i^{kin} \rightarrow 0) \Rightarrow (I_{fk(i)} \rightarrow 0)$. Celkový proud $I_{(i)}$ v obvodu je však složen ze dvou příspěvků. Mimo dominantního proudu $I_{fk(i)}$ elektronů z fotokatody k anodě vzniká fotoefektem na anodě rovněž slabá fotoemise elektronů. Tyto elektrony jsou však proti předešlému případu urychleny polem k fotokatodě ve formě opačného proudu $I_{a(i)}$. Pro celkový elektrický proud obvodem platí jejich superpozice.

$$I_{(i)} = I_{fk(i)} - I_{a(i)} \quad (18)$$

Podmínka úplné kompenzace dominantního fotoelektrického proudu $I_{fk(i)}$ je splněna v případě kdy celkový proud obvodem tvoří pouze opačný tok z anody.

$$I_{(i)} = -I_{a(i)} \quad (19)$$

Protože tok elektronů z anody jeví nasycení (od určitého napětí setrvává na konstantní hodnotě $I_{ao(i)}$), vykazuje voltampérová charakteristika nad úrovní závěrného napětí $U_{0(i)}$ plato viz obr. 13.2.4. Protože při hodnotě $I_{(i)} = 0$ nastává pouze situace, kdy proud $I_{fk(i)}$ není ještě zcela kompenzován, ale platí $I_{fk(i)} = I_{a(i)}$, je třeba závěrné napětí $U_{0(i)}$ nalézt extrapolací poklesu voltampérové charakteristiky z bodu $U_{(i)}(0)$ nulového proudu $I_{(i)}$ až na konstantní hladinu $I_{(i)} = -I_{ao(i)}$ (plato). Tehdy je proud fotoelektronů z fotokatody zcela kompenzován brzdnými účinky pole.



Obr. 13.2.4

Hodnotu napětí $U_{0(i)} < 0$ lze stanovit graficky konstrukcí průsečíku přímky $I_{(i)} = I_{ao(i)}$, určené m body plató a přímky $I_{(i)} = k_{(i)}(U_{(i)} - U_{(i)}(0))$ lineární extrapolace n bodů v okolí bodu \oplus , který je obrazem $U_{(i)}(0)$. U – souřadnice získaného průsečíku odpovídá hledané hodnotě závěrného napětí $U_{0(i)}$.

(Poznámka: Přesnějšího stanovení hodnoty je možné dosáhnout numerickým výpočtem. Zatímco hodnotu nasyceného proudu $I_{ao(i)}$ získáme snadno jako průměr výběru m měření v oblasti plató $I_{ao(i)} = \langle I_{(i)} \rangle_{cm}$, je stanovení parametrů přímky lineární extrapolace z bodu $U_{(i)}(0)$ poněkud složitější. Pro větší jednoduchost hodnotu napětí $U_{(i)}(0)$ pro nulový celkový proud $I_{(i)} = 0$ stanovíme co nejpřesněji experimentálně metodou půlení intervalů napětí a lineární regresi omezíme pouze na stanovení její směrnice k .

$$\boxed{U_{(i)}} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_{(i)} > 0 \} \rightarrow \boxed{U_{(i)} - \delta} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_{(i)} > 0 \} \rightarrow \boxed{U_{(i)} - \delta - \delta} \rightarrow \dots \\ I_{(i)} < 0 \} \rightarrow \boxed{U_{(i)} - \delta + \delta/2} \rightarrow \dots \end{array} \right. \\ I_{(i)} < 0 \} \rightarrow \boxed{U_{(i)} + \delta} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_{(i)} > 0 \} \rightarrow \boxed{U_{(i)} + \delta - \delta/2} \rightarrow \dots \\ I_{(i)} < 0 \} \rightarrow \boxed{U_{(i)} + \delta + \delta} \rightarrow \dots \end{array} \right. \end{array} \right\} \rightarrow \boxed{U_{(i)}(0)} \quad (20)$$

Je-li provedeno celkem N půlení původně zvoleného kroku napětí δ , pak šířku intervalu nejistoty $\langle U_{(i)}(0) - u_{U_{(i)}(0)}; U_{(i)}(0) + u_{U_{(i)}(0)} \rangle$ výsledné hodnoty $U_{(i)}(0)$ můžeme aproximovat šířkou posledního intervalu půlení $\delta/2^N$, ve kterém změřená hodnota $I_{(i)}$ změnila znaménko.

$$u_{U_{(i)}(0)} \doteq \frac{1}{2} \left(\frac{\delta}{2^N} \right) = \frac{\delta}{2^{N+1}} \quad (21)$$

Lineární regrese výběru n bodů v okolí $U_{(i)}(0)$ poskytuje explicitní formuli pro směrnici $k_{(i)}$ extrapolační přímky.

$$k_{(i)} = \frac{\langle I_{(i)} \rangle_{cn}}{\langle U_{(i)} \rangle_{cn} + U_{(i)}(0)} \quad (22)$$

Její dosazením do regresní rovnice $I_{(i)} = k_{(i)}(U_{(i)} - U_{(i)}(0))$ v bodě $(U_{0(i)}, I_{ao(i)})$ získáme přesnější vztah pro stanovení brzdného napětí $U_{0(i)}$.

$$\boxed{U_{0(i)} = \langle I_{(i)} \rangle_{cm} \frac{\langle U_{(i)} \rangle_{cn} + U_{(i)}(0)}{\langle I_{(i)} \rangle_{cn}} + U_{(i)}(0)} \quad (23)$$

Protože přímo měřené střední hodnoty $\langle U_{(i)} \rangle_{cn}$ a $\langle I_{(i)} \rangle_{cn}$ jsou korelované ($I_{(i)} = I_{(i)}(U_{(i)})$), bylo by pro výpočet nejistoty $u_{U_{0(i)}}$ podle (10) třeba použít všeobecného kovariančního zákona šíření nejistoty. Pro zjednodušení měření budeme v rámci laboratorních cvičení považovat obě hodnoty $\langle U_{(i)} \rangle_{cn}$ a $\langle I_{(i)} \rangle_{cn}$ za přesné. Ze vztahu (8) a směrodatné odchylky pro střední hodnotu $\langle I_{(i)} \rangle_{cm}$ lze aplikací Gaussova zákona šíření nejistoty na formuli (10) stanovit nejistotu závěrného napětí $U_{0(i)}$. Přesné nalezení závěrného napětí fotonky $U_{0(i)}$ umožňuje na základě platnosti (4) stanovit velikost počáteční kinetické energie emitovaných fotoelektronů.

$$E_{0i}^{kin} = U_{0(i)}e \quad (24)$$

Původní fotoelektrickou rovnici pak můžeme pro všechny čtyři frekvence $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4$ samostatně formulovat ve tvaru

$$h\nu_i = A + U_{0(i)}e \quad \text{pro } i = 1, 2, 3, 4 \quad (25)$$

Vzhledem k tomu, že v rovnicích (25) jsou pouze dvě nezávislé proměnné h, A , jedná se o přeuročenu soustavu čtyř rovnic o dvou neznámých.

$$\begin{aligned} h\nu_1 &= A + U_{0(1)}e & h\nu_2 &= A + U_{0(2)}e \\ h\nu_3 &= A + U_{0(3)}e & h\nu_4 &= A + U_{0(4)}e \end{aligned} \quad (26)$$

Hodnoty proměnných lze získat jako koeficienty lineární regrese funkce určené čtyřmi experimentálními body.

$$\nu = \left(\frac{e}{h}\right)U_0 + \left(\frac{A}{h}\right) \quad \text{pro body } [\nu_1; U_{0(1)}], [\nu_2; U_{0(2)}], [\nu_3; U_{0(3)}], [\nu_4; U_{0(4)}] \quad (27)$$

Vzhledem k poměrné složitosti výpočtu zvolíme metodu jednodušší, která nám současně poskytne možnost stanovení nejistoty změřené hodnoty Planckovy konstanty. Z libovolně vybrané dvojice rovnic pro ν_i a ν_j (26) lze eliminací výstupní práce A přímo vyjádřit příslušné hodnoty Planckovy konstanty.

$$h_{(i,j)} = \frac{U_{0(i)}e - U_{0(j)}e}{\nu_i - \nu_j} = \frac{\lambda_i - \lambda_j}{c} (U_{0(i)} - U_{0(j)})e \quad \text{pro } i, j = 1, 2; 2, 3; 3, 4; 4, 1 \quad (28)$$

Hledanou hodnotu vyjádříme jako jejich výběrový průměr.

$$h = \langle h_{(i,j)} \rangle = \frac{1}{4} (h_{1,2} + h_{2,3} + h_{3,4} + h_{4,1}) \quad (29)$$

Příslušnou nejistotu vyjádříme prostřednictvím standardní statistické nejistoty typu A.

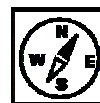
Přístroje

1. vakuová fotonka
2. 2 – 4 zdroje monochromatického světla známých vlnových délek/frekvencí (LED, laser)
3. jemně regulovatelný zdroj stejnosměrného napětí od $U = 0$
4. přesný pikoampérmetr
5. voltmetr

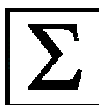


Postup měření

1. Následující postup opakujte pro všechny zdroje monochromatického světla s frekvencemi ν_i

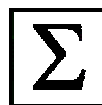


2. Při zcela vypnutém napětí $U = 0$ napájecího zdroje změřte hodnotu fotoelektrického proudu $I(U) = I(0) = I_0$
3. Po zapojení napájecího zdroje nastavujte napětí na anodě vakuové fotonky postupně na hodnoty $U = -(0,1V; 0,2V; 0,3V; 0,4V; 0,5V; 0,6V; 0,7V; 0,8V; 0,9V; 1,0V.)$
Pro každé napětí U , nastavené s maximální přesností, změřte fotoelektrický proud $I(U)$. Pro dosažení maximální přesnosti je třeba nastavit u pikoampérmetru nejvyšší hodnotu časové konstanty přístroje.
4. Z naměřených hodnot sestrojte graf voltampérové charakteristiky $I(U)$ v závěrné oblasti $U \in \langle -1V; 0V \rangle$ za předpokladu, že závěrné napětí U_0 leží uvnitř.
5. Na základě grafu voltampérové charakteristiky nalezněte pomocí lineární extrapolace hodnotu závěrného napětí U_0 .
6. Na základě znalosti vlnových délek λ_i dopadajícího světla a závěrných napětí $U_{0(i)}$ vypočítejte užitím formule (28) příslušné hodnoty $h_{i,j}$ a hodnotu h Planckovy konstanty jako jejich výběrový průměr.
7. Na základě znalosti sčítanců v (29) vypočítejte statistickou nejistotu typu A.



Vyhodnocení měření

- A. Pro všechny monochromatické světelné zdroje změřte závěrná napětí a sestavte je do tabulky
- B. Změřte hodnotu Planckovy konstanty
- C. Stanovte nejistotu hodnoty Planckovy konstanty



Literatura

- [1] Halliday, D., Resnick, R. Walker, J.: Fyzika. Vyd. 1., Praha: Vutium a Prometheus, 2001.
- [2] Kopečný, J. a kol.: Fyzikální měření. VŠB TU Ostrava, Ostrava, 1967.
- [3] Chudý, V., Palenčár, R., Kureková, E., Halaj, M.: Meranie technických veličín. Slovenská technická univerzita v Bratislavě, 1999.
- [4] Dokument EAL-R2/1997, Český institut pro akreditaci
- [5] Brož, J.: Základy fyzikálních měření. SPN, Praha, 1999.



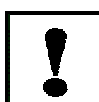
[6] Horák, Z.: Praktická fyzika. SNTL, Praha, 1958.

12.3. Ověření Poissonovy statistiky a energetického spektra radioaktivního rozpadu



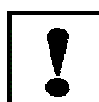
Problém

- A. Změření energetického spektra, charakteristického pro daný radioaktivní zářič $\gamma(^{241}_{95}Am)$, a identifikace jeho nejvýraznějších píků.
- B. Ověření Poissonova rozdělení diferenciální četnosti emise kvant γ pro oblast zvoleného energetického píku.
- C. Ověření Poissonova rozdělení integrální četnosti emise kvant γ .



Předpokládané znalosti

1. Znalost základních pojmů a vztahů z atomové fyziky
2. Znalost specifických vlastností Poissonova statistického rozdělení
3. Znalost principu detekce a spektroskopie ionizujícího záření u scintilačního detektoru



Cíle

1. Seznámit se s praktickým užitím scintilačního detektoru ionizačního záření
2. Seznámit se se statistickým charakterem radioaktivního rozpadu
3. Seznámit se s diskrétním charakterem energetického spektra γ



Fyzikální princip měření

Radioaktivní záření α a β má výrazně korpuskulární (částicový) charakter. Představuje proud nabitých částic s nenulovou klidovou hmotností, emitovaných při příslušném rozpadu jader radioaktivních izotopů prvků.



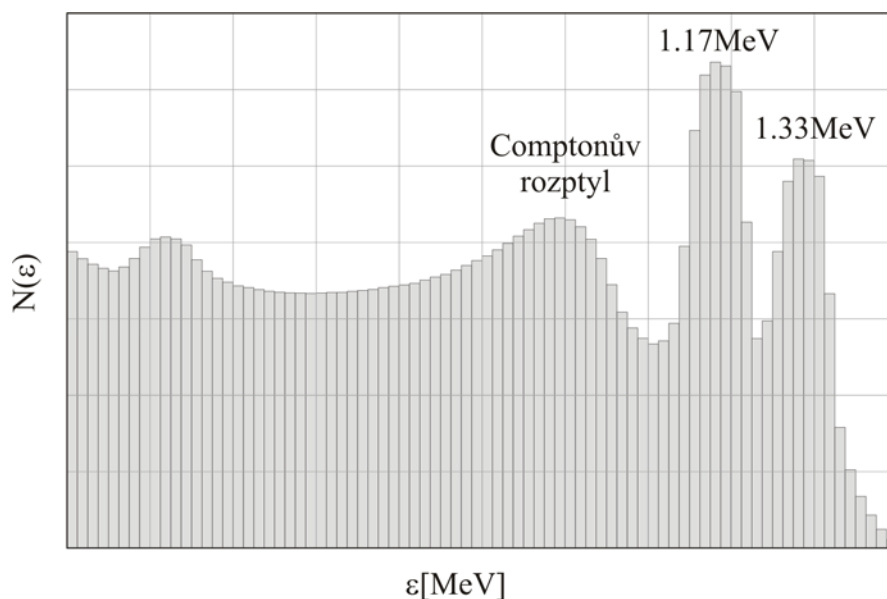
$$\beta - \text{rozpad} \leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (\beta^- = e^-, \text{ emise elektronu}) \\ (\beta^+ = e^+, \text{ emise pozitronu}) \\ \left(K - \text{záchyt} = \text{absorpce nejhlubšího } e^- \\ \text{ze slupky } K \text{ do at.jádra} \\ \text{není spojeno s přímou emisí nabité částice} \right) \end{array} \right]$$

$$\alpha - \text{rozpad} \leftrightarrow \left(\begin{array}{l} \alpha = \text{jádro } ^4_2\text{He} \\ \text{emise pozitivního jádra izotopu } ^4_2\text{He}^{2+} \end{array} \right) \quad (30)$$

Při radioaktivitě β^- se zvyšuje protonové číslo dceřiného jádra o 1, zatímco při všech ostatních případech částicového rozpadu dochází k jeho snížení o 1 resp. 2. Mimo výše uvedené rozpady s emisí nabitých částic je pozorován rovněž třetí proces γ – rozpadu, kdy jsou atomovým jádrem emitována neutrální vysokoenergetická kvanta elektromagnetického pole zvaná fotony γ s nulovou klidovou hmotností. Při tomto druhu rozpadu nedochází k chemické přeměně (transmutaci) prvku, neboť protonové a hmotové číslo se zde zachovává. Zatímco oba výše zmíněné korpuskulární rozpady jsou primárním důsledkem vnitřní dynamické nestability tzv. izotopických jader daného prvku většinou s nadměrným počtem neutronů, je radioaktivita γ sekundárním procesem tzv. deexcitace dceřiných jader vybuzených primárním rozpadem α nebo β na vysokou energetickou hladinu.

$$\gamma - \text{rozpad} \leftrightarrow (\text{emise fotonu } \gamma \text{ s vysokou energií } \varepsilon [\text{keV} - \text{MeV}]) \quad (31)$$

(1 eV je energie udělená elementárnímu náboji $\pm 1e$ napětím 1V) Specifickou vlastností záření γ je jeho rozdělení podle energie kvant $I(\varepsilon)$, které se nazývá energetické spektrum. Energetické stavy nukleonů v atomovém jádře vykazují podobně jako stavy elektronů v obalu diskretní strukturu hladin. Snahy o analogický popis vedly v minulosti ke vzniku tzv. slupkového modelu jádra. Při všech radioaktivních přeměnách dochází ke vzniku excitovaného stavu s některými nukleony na vysokoenergetických hladinách. K emisi kvant γ dochází zcela analogicky jako v obalu postupnými seskoky nukleonu na nižší neobsazené hladiny. Každému energetickému rozdílu mezi výchozí a cílovou hladinou odpovídá přesně energie emitovaného fotonu γ . Vícenásobné postupné deexcitace vedou ke spektrálnímu rozdělení se systémem energetických maxim (píků) zcela charakteristickým pro daný typ rozpadu.



obr. 13.3.1

Na obr. 13.3.1 je schematicky znázorněn příklad energetického γ – spektra izotopu Kobaltu ^{60}Co se dvěma emisními píky a lokálním maximem Comptonova rozptylu při mnohokanálové analýze signálu ze scintilačního detektoru.

Z hlediska stability atomového jádra nazýváme radioaktivním zářičem látku, obsahující ve své izotopické směsi rovněž nestabilní radioaktivní izotopy v měřitelné koncentraci. Míru množství n radioaktivních atomů daného izotopu definujeme počtem jejich rozpadů Δn za jednotku času Δt a nazýváme ji aktivita A .

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = A [\text{s}^{-1}] = A \underbrace{[\text{Bq}]}_{\text{Bequerel}} \quad (32)$$

Okamžik radioaktivního rozpadu nelze díky kvantové povaze vnitřní jaderné dynamiky kauzálně předpovědět a to dává celému procesu principiálně stochastický (náhodný) charakter. Celkový okamžitý tok emitovaných částic není v čase, zejména při malých aktivitách, rovnoměrný a je nahrazen časovou střední hodnotou. Proto je zjišťování množství částic, které tvoří radioaktivní záření, založeno na statistických principech. Ty vyžadují pro korektnost svých závěrů značný objem experimentálních dat svázaný většinou s dostatečně dlouhou dobou měření. Proces samovolné jaderné přeměny je popsán zákonem radioaktivního rozpadu popisujícím pokles aktivity v čase s kvantitativním rychlostním parametrem zvaným poločas rozpadu T .

$$A(t) = A(0)e^{-\frac{t}{T}\ln 2} = A(0)e^{-\lambda t} \quad (33)$$

$$\left(\begin{array}{l} T = \text{doba, za kterou klesne aktivita } A \text{ na } \frac{1}{2} \\ \text{rozpadová konstanta } \lambda = \frac{\ln 2}{T} \end{array} \right)$$

Protože poločas rozpadu může nabývat hodnot od milisekund po tisíce let, je třeba délku měření u krátkožijících izotopů přiměřeně omezit. Vzhledem k velmi bouřlivé historii vzniku téměř všech prvků periodické soustavy v termonukleárních a transmutačních procesech v nitru hvězd a při explozích hvězdných objektů zvaných supernovy je v každé přirozené izotopické směsi obsažen jistý malý podíl atomů radioaktivních izotopů, které se nestačily od doby svého vzniku rozpadnout na stabilní prvky. Tato skutečnost má současně s kosmickým (radioaktivním) zářením za následek fenomén tzv. přirozené radiace prostředí a při měřeních je třeba jeho vliv eliminovat odečtením tzv. radioaktivního pozadí N_p .

$$N_p = N_{\text{pozadí}} = \text{počet částic registrovaných při absenci všech technických zářičů} \quad (34)$$

Pro měření množství radioaktivních částic ΔN , procházejících z daného zdroje za jednotku času Δt jednotkou kolmé plochy ΔS definujeme hustotu toku částic ϕ , která se zde nazývá příkon fluence částic.

$$\frac{\Delta N}{\Delta t \Delta S} = \phi [m^{-2}s^{-1}] \quad (35)$$

Průchod částice radioaktivního záření látkovým prostředím v něm vyvolává ionizaci atomů v okolí trajektorie, která může ve vyšší míře vést až k radiačnímu poškození materiálů nebo živých tkání. Z těchto důvodů je radioaktivní záření rovněž nazýváno zářením ionizačním. Detekce ionizujících částic se provádí pomocí detektorů, které jsou schopny registrovat vznik ionizace. Základem je prvek citlivý na ionizaci. Moderním detektorem ionizujícího záření je tzv. scintilační detektor, který využívá jevu radioluminiscence. Citlivým prvkem je zde v případě detekce záření γ většinou monokrystal jodidu sodného dotovaný thalliem, tzv.

NaITl a při detekci nabitých částic α , β některé organické luminofoxy. Tyto látky se nazývají scintilátory a vyznačují se výše zmíněným jevem radioluminiscence. Průchod radioaktivní částice je provázen světelným zábleskem – scintilací, jehož intenzita je úměrná kinetické energii příslušné částice. Tato vlastnost umožňuje nejen měřit samotnou četnost částic, ale rovněž měřit četnost při zvolené energii a tedy tzv. energetická spektra.

Z hlediska ochrany před zdravím škodlivými účinky radioaktivního záření rozlišujeme dvě základní kategorie zářičů. Jsou to zářiče uzavřené, které jsou v hermetickém obalu, vzdorujícím poškození za předvídatelných okolností a zářiče otevřené, u nichž není volný pohyb radioaktivních atomů ani za předvídatelných okolností zcela vyloučen.

Jev radioaktivity má kvantový charakter. Protože v kvantových procesech je klasická příčinnost principiálně nahrazena statistickými zákony, není možné předpovědět přesně okamžik rozpadu. Počet n rozpadů v pevně zvoleném časovém úseku Δt je díky principiálně statistickému charakteru proměnný. Rozdělení četnosti $N(n)$ v závislosti na počtu rozpadů n za Δt vykazuje Poissonovu statistiku. Poissonovo rozdělení hustoty pravděpodobnosti (frekvenční funkce) je dáno následujícím vztahem.

$$P(n) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}, \quad \text{kde } \sum_{n=1}^{\infty} P(n) = 1 \quad (36)$$

Parametr λ představuje v tomto případě střední hodnotu $E(n)$ počtu rozpadů za Δt a bývá rovněž označován $\langle n \rangle$.

$$\lambda = \langle n \rangle = E(n) = \sum_{n=1}^{\infty} nP(n) \quad (37)$$

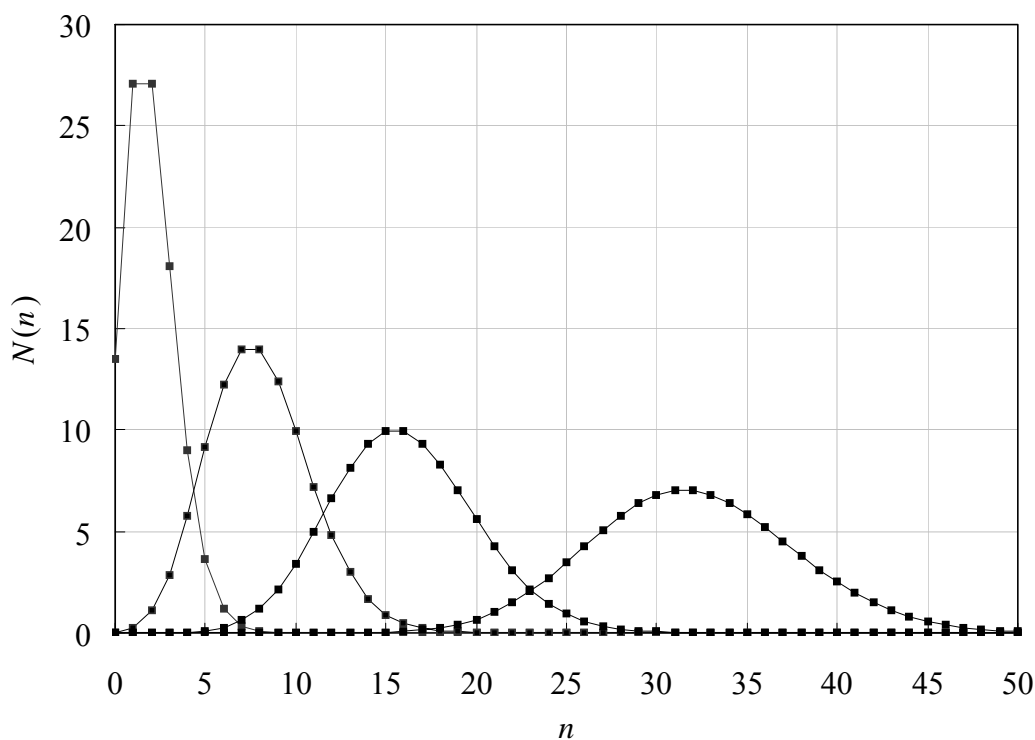
Střední hodnotu $\lambda = \langle n \rangle$ počtu rozpadů za dobu Δt stanovíme experimentálně při dostatečně dlouhém měření v čase $t = m \cdot \Delta t$.

$$\lambda = \langle n \rangle = \lim_{m \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{m\Delta t} \sum_{i=1}^m n_i \right) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{n(t)}{t} \quad (38)$$

Při dostatečně vysokém celkovém počtu registrovaných rozpadů $n(t) = N$ je limitní chování podle zákona velkých čísel dobře splněno a experimentální hodnota λ může být spolehlivě užitá pro popis frekvenční funkce Poissonova statistického rozdělení (36). Reálné rozdělení změřené četnosti počtu registrovaných rozpadů n za Δt je dáno součinem celkového počtu N registrovaných rozpadů a frekvenční funkce Poissonova rozdělení (36).

$$N(n) = N \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} \quad (39)$$

Na obr. 13.3.2 jsou pro ilustraci zobrazeny případy takového rozdělení četnosti pro $N = 100$, se středními hodnotami (zleva) $\lambda = \langle n \rangle = 2s^{-1}$, $8s^{-1}$, $16s^{-1}$, $32s^{-1}$.

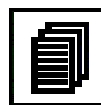


obr. 13.3.2

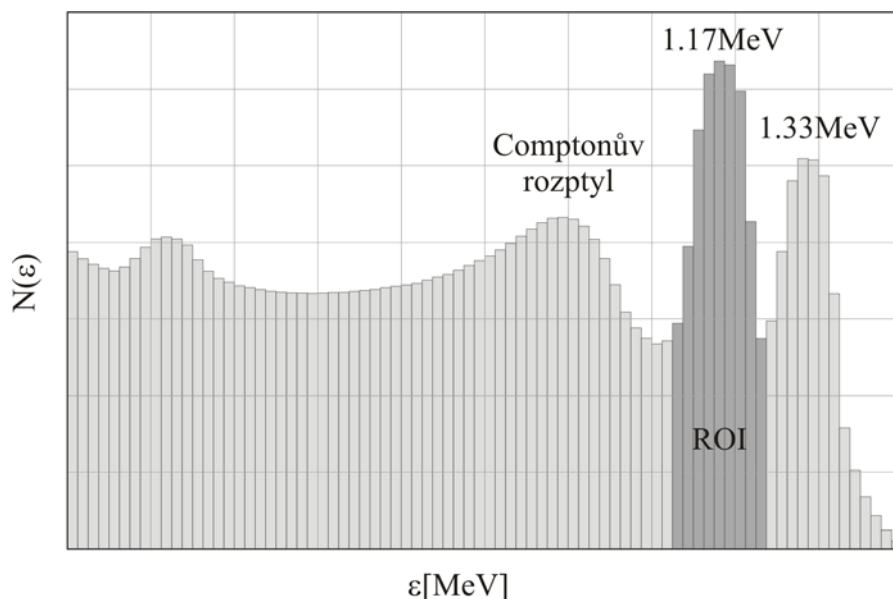
Vícenásobným měřením registrovaného počtu rozpadů v opakujících se časových intervalech Δt získáme experimentální rozdělení četnosti, které můžeme pro ověření srovnat s teoretickou křivkou podle (39).



Metoda měření



Princip gama spektrometrie je založen na proporcionalitě energie ε fotonu γ a velikosti jeho elektronické odezvy na výstupu detekční scintilační sondy. Pulsy s příslušnou úrovní jsou rozdělovány mnohokanálovým amplitudovým analyzátozem do paměťových registrů jednotlivých kanálů. Splnění podmínky $\varepsilon \in (E_i - \Delta E; E_i + \Delta E)$ pro registrovaný impuls způsobí zvýšení četnosti v kanálu úrovně E_i o jednotku. $2\Delta E$ představuje šířku kanálu analyzátoru a je pro daný spektrometr významným parametrem rozlišení.



obr. 13.3.3

Volbou v programovém zpracování měřeného spektra lze načítat pouze odezvy fotonů γ s energií v pevně zvoleném intervalu zvaném podle ustálené zvyklosti ROI (region of interest) viz obr. 13.3.3. Takovým nastavením lze významně omezit registraci fotonů γ pouze na energii píku zvoleného přechodu.

Ověření Poissonovy statistiky radioaktivního rozpadu lze provést jak v diferenciálním režimu pro ROI nastavený na úzkou oblast píku jedné energie, tak v režimu integrálním s ROI zahrnujícím celé energetické spektrum. Z kvantové teorie plyne, že emise fotonů γ se podřizují Poissonově statistice v celém spektru i pro všechny energie samostatně. Pro ověření této zákonitosti využijeme srovnání teoretického vztahu pro četnost emitovaných fotonů (39) a experimentálně změřeného rozdělení četnosti $N(n)$ pro reálné počty registrovaných pulsů n .

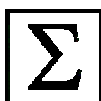
$$\{N(1), N(2), N(3), N(4), N(5), N(6), \dots\} \quad (40)$$

Přístroje

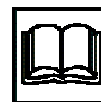
1. Scintilační spektrometr
2. Stínící měřicí kontejner scintilační sondy
3. Přepínatelný zdroj záření $\beta(^{90}_{38}\text{Sr})$ a $\gamma(^{241}_{95}\text{Am})$ ve stínícím kovovém kontejneru s kolimátorem výstupního svazku částic

**Postup měření**

1. V čase 200 s změřte úroveň spektra přirozeného pozadí při oddálení uzavřeného zářiče do vzdálenosti minimálně 4 m.
2. Nastavte přepínatelný zdroj záření na $\gamma(^{241}_{95}\text{Am})$ a scintilační sondu gama spektrometru přiložte ve stínícím pouzdře kvůli zvýšení účinnosti detekce do maximální blízkosti výstupního otvoru.
3. Načtěte do paměti přístroje energetické spektrum γ v dostatečně dlouhém čase, aby byly výrazné alespoň základní píky.
4. Pro ROI, zvolené v oblasti jednoho energetického píku, změřte praktickou střední hodnotu četnosti registrovaných rozpadů $\lambda = \langle n \rangle$ v časovém intervalu $t = 600\text{s}$ podle konkrétního tvaru formule (38) $\lambda = N(600)/600$.
5. Na základě znalosti λ sestrojte teoretický graf příslušného Poissonova rozdělení.
6. Proveďte 20 měření počtu registrovaných rozpadů n_{60} za dobu 60s a sestavte tabulku jejich četnosti $[n = n_{60}/60] \dots [N(n)]$
7. Na základě tabulky četnosti sestrojte graf statistického rozdělení a srovnejte s grafem teoretickým v obrázku z bodu 5..
8. ROI zvolte nově, tentokrát přes celou šíři spektra, a výše uvedené ověření Poissonova rozdělení proveďte znovu pro všechny emitované fotony γ .

**Vyhodnocení měření**

- A. Za použití mnohokanálového gama spektrometru změřit spektrum γ radioaktivního zářiče.
- B. Ověřit platnost Poissonova rozdělení pro celkovou emisi všech fotonů γ .
- C. Ověřit platnost Poissonova rozdělení pro emisi fotonů γ při nastavení ROI na úzkou oblast zvoleného energetického píku.

**Literatura**

- [1] Halliday, D., Resnick, R. Walker, J.: Fyzika. Vyd. 1., Praha: Vutium a Prometheus, 2001.
- [2] Kopečný, J. a kol.: Fyzikální měření. VŠB TU Ostrava, Ostrava, 1967.
- [3] Chudý, V., Palenčár, R., Kureková, E., Halaj, M.: Meranie technických veličín. Slovenská technická univerzita v Bratislavě, 1999.
- [4] Dokument EAL-R2/1997, Český institut pro akreditaci
- [5] Brož, J.: Základy fyzikálních měření. SPN, Praha, 1999.
- [6] Horák, Z.: Praktická fyzika. SNTL, Praha, 1958.

12.4. Měření parametrů interakce záření beta a gama s látkou

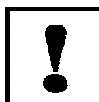
Problém



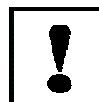
- A. Změření přirozeného pozadí ionizujícího záření β a γ
- B. Změření poklesu intenzity ionizujícího záření se vzdáleností od zářiče.
- C. Změření absorpční polovrstvy materiálu při průchodu záření γ železem Fe a hliníkem Al



Předpokládané znalosti



1. Znalost základních pojmů a vztahů z atomové fyziky
2. Znalost principu detekce ionizujícího záření u Geiger-Müllerova detektoru a scintilačního detektoru



Cíle



1. Seznámit se se zákonem $1/r^2$ šíření radioaktivního záření v prostoru
2. Seznámit se s praktickým užitím detektoru ionizačního záření
3. Seznámit se s pojmem polovrstva zeslabení materiálu



Fyzikální princip měření



Radioaktivní záření α a β má výrazně korpuskulární (částicový) charakter. Představuje proud nabitých částic s nenulovou klidovou hmotností, emitovaných při příslušném rozpadu jader radioaktivních izotopů prvků.



$$\begin{aligned}
 \beta - \text{rozpad} &\leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (\beta^- = e^-, \text{ emise elektronu}) \\ (\beta^+ = e^+, \text{ emise pozitronu}) \\ \left(\begin{array}{l} K - \text{záchyt} = \text{absorpce nejhlubšího } e^- \\ \text{ze slupky } K \text{ do at.jádra} \\ \text{není spojeno s přímou emisí nabité částice} \end{array} \right) \end{array} \right] \\
 \alpha - \text{rozpad} &\leftrightarrow \left(\begin{array}{l} \alpha = \text{jádro } {}^4_2\text{He} \\ \text{emise pozitivního jádra izotopu } {}^4_2\text{He}^{2+} \end{array} \right) \quad (41)
 \end{aligned}$$

Při radioaktivitě β^- se zvyšuje protonové číslo dceřiného jádra o 1, zatímco při všech ostatních případech částicového rozpadu dochází k jeho snížení o 1 resp. 2. Mimo výše uvedené rozpady s emisí nabitých částic je pozorován rovněž třetí proces γ – rozpadu, kdy jsou atomovým jádrem emitována neutrální vysokoenergetická kvanta elektromagnetického pole zvaná fotony γ s nulovou klidovou hmotností. Při tomto druhu rozpadu nedochází k chemické přeměně (transmutaci) prvku, neboť protonové a hmotové číslo se zde zachovává. Zatímco oba výše zmíněné korpuskulární rozpady jsou primárním důsledkem vnitřní dynamické nestability tzv. izotopických jader daného prvku většinou s nadměrným počtem neutronů, je radioaktivita γ sekundárním procesem tzv. deexcitace dceřiných jader vybuzených primárním rozpadem α , nebo β na vysokou energetickou hladinu.

$$\gamma - \text{rozpad} \leftrightarrow (\text{emise fotonu } \gamma \text{ s vysokou energií } \varepsilon [\text{keV} - \text{MeV}]) \quad (42)$$

(1 eV je energie udělená elementárnímu náboji $\pm 1e$ napětím 1V) Radioaktivním zářičem nazýváme látku, obsahující ve své izotopické směsi rovněž nestabilní izotopy radioaktivní v měřitelné koncentraci. Míru množství n radioaktivních atomů daného izotopu definujeme počtem jejich rozpadů Δn za jednotku času Δt a nazýváme ji aktivita A

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = A [\text{s}^{-1}] = A \underbrace{[\text{Bq}]}_{\text{Bequerel}} \quad (43)$$

Okamžik radioaktivního rozpadu nelze díky kvantové povaze vnitřní jaderné dynamiky kauzálně předpovědět a to dává celému procesu principiálně stochastický (náhodný) charakter. Celkový okamžitý tok emitovaných částic není v čase, zejména při malých aktivitách, rovnoměrný a je nahrazen časovou střední hodnotou. Proto je zjišťování množství částic, které tvoří radioaktivní záření, založeno na statistických principech. Ty vyžadují pro korektnost svých závěrů značný objem experimentálních dat svázaný většinou s dostatečně dlouhou dobou měření. Proces samovolné jaderné přeměny je popsán zákonem radioaktivního rozpadu popisujícím pokles aktivity v čase s kvantitativním rychlostním parametrem zvaným poločas rozpadu T .

$$A(t) = A(0)e^{-\ln 2 \frac{t}{T}} = A(0)e^{-\lambda t} \quad (44)$$

$$\left(\begin{array}{l} T = \text{doba, za kterou klesne aktivita } A \text{ na } \frac{1}{2} \\ \text{rozpadová konstanta } \gamma = \frac{\ln 2}{T} \end{array} \right)$$

Protože poločas rozpadu může nabývat hodnot od milisekund po tisíce let, je třeba délku měření u krátkožijících izotopů přiměřeně omezit. Vzhledem k velmi bouřlivé historii vzniku téměř všech prvků periodické soustavy v termonukleárních a transmutačních procesech v nitru hvězd a při explozích hvězdných objektů zvaných supernovy je v každé přirozené izotopické směsi obsažen jistý malý podíl atomů radioaktivních izotopů, které se nestačily od doby svého vzniku rozpadnout na stabilní prvky. Tato skutečnost má současně s kosmickým (radioaktivním) zářením za následek fenomén tzv. přirozené radiace prostředí a při měřeních je třeba jeho vliv eliminovat odečtením tzv. radioaktivního pozadí N_p .

$$N_p = N_{\text{pozadí}} = \text{počet částic registrovaných při absenci všech technických zářičů} \quad (45)$$

Pro měření množství radioaktivních částic ΔN , procházejících z daného zdroje za jednotku času Δt jednotkou kolmé plochy ΔS definujeme hustotu toku částic ϕ , která se zde nazývá příkon fluence částic.

$$\frac{\Delta N}{\Delta t \Delta S} = \phi [m^{-2}s^{-1}] \quad (46)$$

Ve vakuu se všechny radioaktivní částice pohybují prostorem v důsledku Newtonova zákona setrvačnosti rovnoměrně přímočaře. Pro bodový zářič je tedy analogicky s fotometrií v důsledku geometrických vlastností prostoru přirozený pokles hustoty toku ϕ se čtvercem vzdálenosti (díky makroskopickým rozměrům zdroje je platnost závislosti omezena na vzdálenosti výrazně převyšující rozměry zdroje r_0).

$$\phi(r) = \frac{\phi(r_0)}{r^2} \quad \text{pro } r \gg r_0 \quad (47)$$

Mimo fotometrického zeslabení hustoty toku částic vzdáleností dochází rovněž díky interakci s látkou k zeslabení absorpčním. V tomto ne zcela přesném termínu jsou kromě dominantní skutečné absorpce zahrnuty rovněž další efekty rozptylu na atomech látkového prostředí a další efekty. Počet částic radioaktivního záření, které projdou určitou látkou tloušťky x , závisí na druhu látky, kterou částice prochází a na druhu záření. Pro každý typ záření a látku je míra zeslabení dána tzv. absorpčním koeficientem μ (správněji koeficientem zeslabení). Pro hustotu toku částic po průchodu vrstvou látky tloušťky x platí tzv. absorpční zákon.

$$\phi(x) = \phi(0)e^{-\mu x} = \phi(0)e^{-\frac{x}{D} \ln 2} \quad (48)$$

$$\left(\begin{array}{l} D = \text{polovrstva zeslabení} \\ \text{vrstva, za kterou klesne hustota toku } \phi \text{ na } \frac{1}{2} \end{array} \right)$$

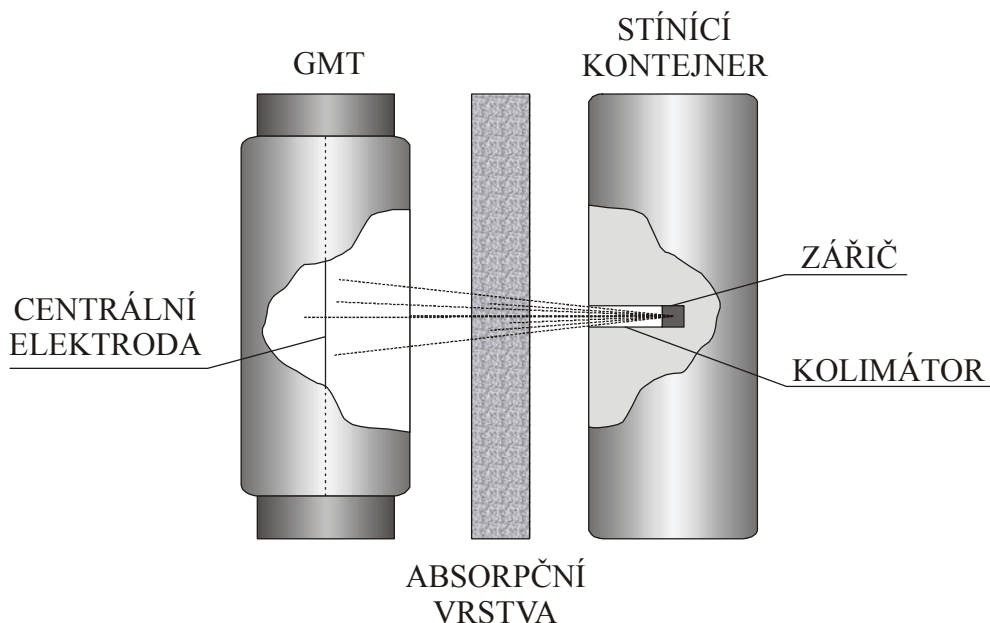
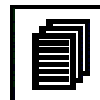
Průchod radioaktivního záření látkovým prostředím v něm vyvolává ionizaci atomů v okolí trajektorií částic, která může ve vyšší míře vést až k radiačnímu poškození materiálů nebo živých tkání. Z těchto důvodů je radioaktivní záření α, β, γ rovněž nazýváno zářením ionizačním. Detekce ionizujících částic se provádí pomocí detektorů, které jsou schopny registrovat vznik ionizace. Základem je prvek citlivý na ionizaci. Nejčastěji se používá detektor zvaný Geiger - Müllerova trubice (GMT). Jedná se o skleněnou, na koncích uzavřenou trubici, která je naplněná zředěným plynem. Na vnitřní stěnu, je napařena cylindrická elektroda a v ose je napnuta druhá elektroda ve formě velmi tenkého drátu, na kterou je přivedeno vysoké napětí (100 – 1000V). Při vzniku elektricky nabitých částic ionizací dochází vlivem vysoké intenzity pole zejména v blízkosti osy k lavinové sekundární ionizaci, vyvolávající na elektrodách elektrický impuls. Tato událost je indikována čítačem impulsů jako jedna částice. Po dobu trvání vysoké úrovně lavinového proudu není detektor schopen odděleně reagovat na průchod dalších částic - jde o tzv. mrtvou dobu detektoru. Modernějším detektorem ionizujícího záření je tzv. scintilační detektor, který využívá jevu radioluminiscence. Citlivým prvkem je zde v případě detekce γ většinou monokrystal jodidu sodného dotovaný thalliem, tzv. NaI(Tl) a při detekci nabitých částic α, β některé organické luminofory. Tyto látky se nazývají scintilátory a vyznačují se výše zmíněným jevem radioluminiscence. Průchod radioaktivní částice je provázen světelným zábleskem – scintilací, jehož intenzita je úměrná kinetické energii příslušné částice. Tato vlastnost

umožňuje nejen měřit samotnou četnost částic, ale rovněž měřit četnost při zvolené energii a tedy tzv. energetická spektra. Z hlediska ochrany před zdraví škodlivými účinky radioaktivního záření rozlišujeme dvě základní kategorie zářičů. Jsou to zářiče uzavřené, které jsou v hermetickém obalu, vzdorujícím poškození za předvídatelných okolností a zářiče otevřené, u nichž není volný pohyb radioaktivních atomů ani za předvídatelných okolností zcela vyloučen.



Metoda měření

Měření pozadí je třeba provádět díky velmi nízké úrovni přirozené radiace prostředí dostatečnou dobu při uzavřeném kontejneru se zářičem a současně při jeho vzdálenosti od detektoru minimálně 2m. Měření fotometrického poklesu bude prováděno v různých vzdálenostech od zdroje pomocí posouvání detektoru po krátké optické lavici. Pro záření β bude zřejmě hrát roli i absorpce vzduchem, která společně s vlivem odrazů v kolimátoru způsobí mírnou odchylku od teoretického průběhu (47) pro bodový zdroj ve vakuu. Při měření polovrstvy zeslabení D většinou užíváme uspořádání experimentu na obr. 13.4.1.



obr. 13.4.1

Vyhodnocování výsledků přímého měření hustoty toku částic ϕ vychází z absorpčního zákona (48) jehož úpravou lze měřenou velikost D explicitně vyjádřit.

$$\ln \frac{\phi(x)}{\phi(0)} = -\frac{x}{D} \ln 2 \Rightarrow D = \frac{x \ln 2}{\ln \frac{\phi(0)}{\phi(x)}} \quad (49)$$

Po proměření několika absorpčních vrstev různé síly x_i lze při výpočtu polovrstvy díky úměrnosti detekované četnosti a hustoty toku $N \sim \phi$ nahradit poměry hustot toků ϕ poměry naměřených četností N

$$D(x_i) = \frac{x_i \ln 2}{\ln \frac{N(0)}{N(x_i)}} \quad (50)$$

$N(0)$ [s^{-1}] je četnost naměření detektorem bez absorpční vrstvy a $N(x_i)$ [s^{-1}] je četnost naměření detektorem při síle absorpční vrstvy x_i [m]. Výsledná hodnota polovrstvy zeslabení D pak představuje střední hodnotu přes všechny měřené tloušťky x_i absorbujícího materiálu.

$$D = \langle D(x_i) \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D(x_i) \quad (51)$$

Polovrstva zeslabení není závislá na síle materiálu a je pro daný typ a energii záření materiálovým parametrem. Tato skutečnost však platí pouze pro nepřilíš silné vrstvy, ve kterých se vlivem vícenásobného rozptylu neuplatňuje tzv. vzrůstový faktor.

Přístroje

1. Detektor ionizujícího záření GMT s koncovým čítačem pulsů
2. Přepínatelný zdroj záření β (${}^{90}_{38}\text{Sr}$) a γ (${}^{241}_{95}\text{Am}$) ve stínícím kovovém kontejneru s kolimátorem výstupního svazku částic
3. Sada 4 Fe a 4 Al stínících desek rozdílné síly
4. Krátká optická lavice k měření poklesu hustoty toku se vzdáleností od zdroje
5. Mikrometr



Postup měření



1. Po uzavření zářiče a jeho vzdálení od detektoru do vzdálenosti větší než $2m$ změřte četnosti impulsů GM detektoru pro $2 \times 100s$ a stanovte pozadí četnosti $N_0 [s^{-1}]$ jako jejich střední hodnotu.
2. Změřenou hodnotu pozadí MUSÍTE PŘI DALŠÍCH MĚŘENÍCH ODEČÍST OD VŠECH NAMĚŘENÝCH ÚDAJŮ!!!
3. Všechna následující měření provádějte v režimu $2 \times 100s$.
4. Pro zvolený druh záření změřte četnost $N(x)$ impulsů v osmi různých vzdálenostech $x = 75, 85, 95, 105, 115, 125mm$ a sestrojte příslušný graf poklesu.
5. Pro zářič γ změřte nejprve počáteční četnost impulsů $N(0)$ detektoru bez absorpčního materiálu (měření provádějte v nejkratší možné vzdálenosti od zářiče!).
6. Následovně změřte příslušné četnosti impulsů $N(x_i)$ pro všechny možné tloušťky absorpčního materiálu (včetně jejich slučování za sebou). Příslušné tloušťky změřte jednorázově mikrometrem. Při výpočtu nejistoty uvažujte pouze systematickou nejistotu typu B.
7. Z naměřených absorpčních dat sestrojte graf závislosti detekované četnosti na tloušťce absorbéru $N = N(x)$ a pomocí vztahů (50) a (51) vypočítejte absorpční polovrstvu materiálu.
8. Ke stanovení nejistoty absorpční polovrstvy u_D pomocí vztahů (50) a (51) užitě Gaussova zákona šíření nejistot.
9. Při těchto měřeních dbejte přísně stálosti vzájemné orientace a vzdálenosti zářiče a detektoru!



Vyhodnocení měření



- A. Změřte četnost pulsů přirozeného pozadí ionizujícího záření β resp. γ .
- B. Změřte pokles intenzity ionizujícího záření se vzdáleností od zářiče β resp. γ a průběh graficky porovnejte s teoretickou závislostí (47) pro bodový zářič ve vakuu. Vysvětlete případné odchylky.
- C. Změřte velikost polovrstvy zeslabení D materiálu při průchodu záření γ železem a hliníkem pro všechny absorpční tloušťky x_i .
- D. Stanovte nejistoty změřených hodnot.

**Literatura**

- [1] Halliday, D., Resnick, R. Walker, J.: Fyzika. Vyd. 1., Praha: Vutium a Prometheus, 2001.
- [2] Kopečný, J. a kol.: Fyzikální měření. VŠB TU Ostrava, Ostrava, 1967.
- [3] Chudý, V., Palenčár, R., Kureková, E., Halaj, M.: Meranie technických veličín. Slovenská technická univerzita v Bratislavě, 1999.
- [4] Dokument EAL-R2/1997, Český institut pro akreditaci
- [5] Brož, J.: Základy fyzikálních měření. SPN, Praha, 1999.
- [6] Horák, Z.: Praktická fyzika. SNTL, Praha, 1958.